普通高等教育“十二五”规划教材

物理学教程

（第二版）

郝虎在 田玉明 主编

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

普通高等教育"十二五"规划教材

物 理 学 教 程

(第二版)

郝虎在　田玉明　主编

中 国 铁 道 出 版 社

2012年·北 京

内 容 简 介

全书分为六篇，包括力学、振动与波动、热学基础、电磁学、波动光学及近代与当代物理基础，并配有经过精心选择的例题和习题。

本书是为高等学校少学时理工类和非理工类以及工学专科各专业编写的物理学教材，也适合成人工学专科和工学高职高专的师生选用。

图书在版编目(CIP)数据

物理学教程/郝虎在，田玉明主编．—2版．—北京：中国铁道出版社，2012.2

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-113-14110-3

Ⅰ.①物… Ⅱ.①郝… ②田… Ⅲ.①物理学—高等学校—教材 Ⅳ.①04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 280898 号

书　　名：物理学教程（第二版）

作　　者：郝虎在　田玉明　主编

责任编辑：李丽娟　　**读者热线**：400-668-0820

封面设计：冯龙彬

责任校对：龚长江

责任印制：李　佳

出版发行：中国铁道出版社（100054，北京市西城区右安门西街8号）

网　　址：http://www.edusources.net

印　　刷：北京新魏印刷厂

版　　次：2006年8月第1版　2012年2月第2版　2012年2月第5次印刷

开　　本：787 mm×1 092 mm　1/16　印张：19.5　字数：488千

书　　号：ISBN 978-7-113-14110-3

定　　价：39.00元

第二版前言

物理学作为高等工程教育的一门必修基础课，其任务就是为培养创新型人才打好必要的科学基础；使学生在逻辑思维能力和抽象思维能力受到初步训练；开阔学生的思路，激发学生的探索和创新精神；为学生进一步学习专业知识，掌握新理论、新技术、新工艺、新装备、新材料打下必要的基础。本教材就是为了适应高等工程教育和高等职业教育的培养目标和发展需要，针对少学时理工类和非理工类专业的教学而编写的。

本教材是在2006年8月第一版的基础上修订的，修订时征求了一些用书学校教师的意见，在修订过程中依然坚持以下原则：

（1）内容取舍服从于培养目标，坚持“基础理论以应用为目的，以必须够用为度”的原则；

（2）在讲述方法上，针对高等工程和高等职业教育学生的特点，尽量做到讲清基本概念，阐明基本原理，运用基本方法，避免繁杂的理论推导，降低复杂的计算要求；

（3）在内容的组织上既考虑与中学物理内容的衔接，又考虑与后续课程的衔接，注意强化物理原理和方法在工程技术中的应用。

参加本次修订的有：郝虎在、田玉明、崔彩娥和黄平。其中黄平负责第1～3章；郝虎在负责第4～7章和全书的统稿；田玉明负责第8～15章；崔彩娥负责第16～18章。

在全面修订的基础上重点做了以下工作：

（1）将第一版中的“第二章质点动力学”和“第三章能量、动量、角动量及其守恒定律”合并为“第2章质点动力学”；

（2）增加“第3章刚体的定轴转动”；

（3）在较难理解的知识点后增加了一些例题。

虽经过全面的修订，但难免存在一些错误和不当之处，恳请使用本书的读者批评指正。

郝虎在

二零一一年九月于太原

第一版前言

物理学作为高等工程教育的一门必修基础课，其任务就是为培养应用型人才打好必要科学基础；使学生的逻辑思维能力和抽象思维能力得到初步训练；开阔学生的思路，激发学生的探索和创新精神；为学生进一步学习专业知识，掌握新理论、新技术、新工艺、新装备、新材料打下必要的基础。本教材就是为了适应高等工程教育和高等职业教育的培养目标和发展需要，积累作者多年从事物理教学经验，考虑非理工类和少学时理工类专业的教学要求，参照教育部《高职高专物理课程教学基本要求》和《成人高等教育大学物理课程教学基本要求》，为适应高等学校非理工类和少学时理工类专业以及高职高专教育和成人（业余、函授）学习大学物理的需要编写的。

本教材在编写过程中注意了以下几个问题：

（1）内容的取舍服从于培养目标，服从于物理课程在高等工程专科教育和高等职业教育所承担的任务，坚持“基础理论以应用为目的，以必须够用为度”的原则。

（2）在讲述方法上，针对高等工程高职高专学生特点，尤其考虑成人（业余、函授）自学的学习特点，尽量做到讲清基本概念，阐明基本原理，运用基本方法，避免繁杂的理论推导，降低复杂的计算要求。

（3）在讲述内容的组织上既要考虑与中学物理内容的衔接，又要考虑与工程专科后续课程的衔接，注意强化物理原理和方法在工程技术中的应用，注意理论联系实际。

参加本教材编写工作的有：郝虎在、崔彩娥、黄平和田玉明。其中第一～五、十八章由黄平编写；第六、七章由郝虎在编写；第八、九章由崔彩娥编写；第十～十七章由田玉明编写。全书的统稿工作由郝虎在负责。

由于编者的学识和教学经验所限，教材中的缺点和错误在所难免，希望使用教材的读者批评指正。

郝虎在

二零零六年五月于太原

目　　录

第一篇　力　　学

第二篇　振动和波动

第三篇 热学基础

第四篇 电 磁 学

第六篇 近代与当代物理基础

第一篇　力　　学

宇宙中一切物体都在运动着。物体的运动形式是多种多样的，其中最简单、最常见的一种运动形式是物体间或物体各部分之间相对位置的变动，这种运动称为机械运动。星体的运动、车辆、船只、飞机等的运动，水、空气的流动，各种机器的运转等，都是机械运动。力学是研究机械运动的规律及其应用的学科。力学中的基本概念和规律在物理学的各领域中起着重要的作用；其他自然科学和工程技术中也常用到力学的基本知识。

大学物理中的力学包括运动学和动力学两部分内容。运动学研究物体位置随时间变化的规律；而动力学则是研究物体之间的相互作用对物体运动的影响，即研究物体运动状态变化的原因。

本篇着重介绍有关质点运动的基本概念、牛顿定律和守恒定律（机械能守恒、动量守恒、角动量守恒）。

第 1 章　质点运动学

质点运动学的主要任务是描述作机械运动的物体在空间的位置随时间变化的关系，而不涉及运动产生和改变的原因。本章首先定义描述质点运动的物理量，如位置矢量、位移、速度和加速度等，并讨论这些物理量随时间变化的关系。然后讨论质点的直线运动、曲线运动和圆周运动的运动规律及其描述方法。

1-1　参考系　坐标系和质点

一、运动的绝对性

宇宙间一切物体都在不停地运动中，不可能找到一个绝对静止不动的物体。大到太阳、地球等天体，小到分子、原子和各种基本粒子都处于永恒的运动之中。放在桌上的书对于桌面是静止的，但它却随地球一起绕太阳运动，太阳也在运动，整个太阳系绕着银河系中心运动，同时银河系也在运动，这就是运动的绝对性。

二、运动描述的相对性

对于某一个具体的物体，如一个从运行列车的桌子上掉下的杯子，它是怎样运动的？这个问题可以有不同的答案，列车上的甲认为杯子是竖直向下的自由落体运动，而在站台上的乙却认为杯子是一个抛物线运动，列车上甲的参照物是车厢，而地面上乙的参照物是地面。因此，描述一个物体的运动时，必须选择另外一个或几个相互保持静止的物体作为参照物，选择的参照物不同，对同一个物体运动的描述也就不同，这就是运动描述的相对性。

三、参 考 系

在物理学中，把描述一个物体运动所选择的参照物称为参考系。在后续章节中我们在物

理定律中使用的一些物理量，必须是相对同一参考系的，所以在处理问题时，一定要明确描述物体运动所选择的参考系，不同参考系的物理量需要变换到同一参考系中才能求解有关问题。在运动学中，参考系的选择具有任意性，在具体问题中，选择什么参考系取决于所研究问题的性质。一般情况下，如果研究地面上物体的运动，往往以地球(地面)为参考系；如果研究地球、月球的运动往往以太阳为参考系。

四、坐 标 系

为了定量地描述一个物体不同时刻相对于参考系的位置，需要在此参考系上建立一个固定的坐标系。坐标系建立后，物体相对于坐标系的运动，也就是物体相对于参考系的运动。运动物体的位置就由它在坐标系中的坐标值决定。坐标系是参考系的一种数学抽象，所以我们每提到坐标系时，指的也是与它固定在一起的参考系。

常用的坐标系有如图 1-1 所示的直角坐标系(x,y,z)，也可以使用如图 1-2 所示的极坐标系(r,θ,φ)或如图 1-3 所示的柱坐标系(r,θ,z)等。对二维平面运动，常用如图 1-4 所示的二维直角坐标系(x,y)或如图 1-5 所示的二维极坐标系(r,θ)。究竟选用什么坐标系为好，应以研究问题能够最为简捷方便为准。

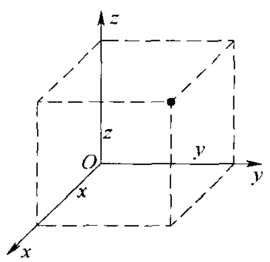

图 1-1　三维直角坐标系(x,y,z)

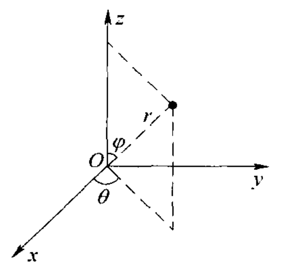

图 1-2　三维极坐标系(r,θ,ϕ)

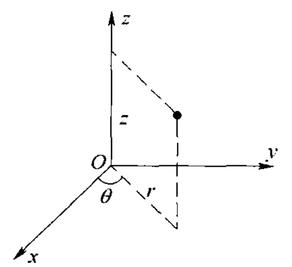

图 1-3　三维柱坐标系(r,θ,z)

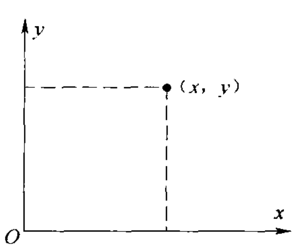

图 1-4　二维直角坐标系(x,y)

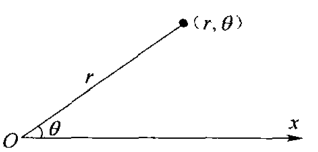

图 1-5　二维极坐标系(r,θ)

五、质　　点

任何物体都有一定的大小、形状和内部结构。通常情况下，物体运动时，内部各点的运动情况常常是不同的。因此要精确描写一般物体的运动并不是一件容易的事。为使问题简化，可以采用抽象的办法：如果物体的大小和形状在所研究的问题中不起作用，或所起的作用可以忽略不计，我们就可以近似地把此物体看作一个只有质量而没有大小和形状的理想物体，称为质点。

质点是一个理想化模型。质点仍然是一个物体，它具有质量，同时它已被抽象化为一个几何点，质点是实际物体在一定条件下的抽象。理想化模型的引入在物理学中是一种常见的重要的科学分析方法，在以后的课程中还将引入一系列理想模型，例如理想气体、点电荷等。把

物体抽象为质点的方法具有很大的实际意义和理论价值。如在天文学中把庞大的天体抽象为质点的方法已获得极大的成功。从理论上讲,我们可以把整个物体看成由无数个质点所组成的质点系,从分析研究这些最简单的质点入手,就可能把握整个物体的运动,所以质点运动是研究物体运动的基础。

物体抽象为质点首先要注意,同一个物体在一个问题中可抽象为质点,在另一个问题中则可能不能简化为质点。例如研究地球绕太阳公转时,由于地球至太阳的平均距离(约 1.5×10^{8} km)比地球的半径(约为 6 370 km)大得多,地球上各点相对于太阳的运动可以看作是相同的,可以把地球当作质点,但研究地球自转时,地球上各点的运动情况就大不相同,地球就不能当作质点处理了。其次要注意区别质点与小物体。物体再小(原子核的线度约为 10^{-15} m)也有大小、形状,而质点为一几何点,它没有大小,但在空间占有确切的位置。

1-2　位置矢量　位移

一、位置矢量

我们习惯于将空间任一点 P 的位置用一组坐标(x,y,z)来表示,即 $P(x,y,z)$。P 点的位置也可以用从坐标原点 O 向 P 点引一条有方向的线段 $\boldsymbol{r}$ 来表示,如图 1-6 所示。$\boldsymbol{r}$ 称为位置矢量,简称位矢。

位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的大小 $|\boldsymbol{r}|=r$ 代表质点到原点的距离,其方向标志质点的位置相对于原点的方向。在直角坐标系中,位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 沿坐标轴的三个分量分别为 x、y、z,则位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 可用它的 3 个分量表示:

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的大小:$|\boldsymbol{r}|=r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$　(1-2)

位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的方向余弦为:

$$\cos\alpha=\frac{x}{r},\quad \cos\beta=\frac{y}{r},\quad \cos\gamma=\frac{z}{r} \tag{1-3}$$

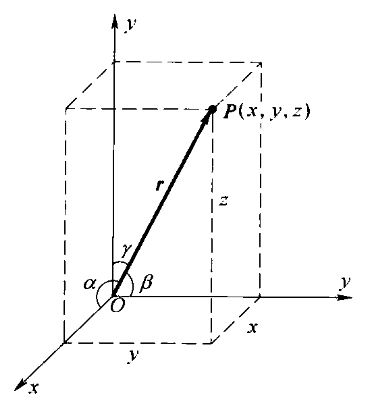

图 1-6　位置矢量

二、运动方程和轨迹方程

在质点运动的过程中,标志质点位置的位置矢量随时间改变,这时质点的位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 是时间 t 的函数,即

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t) \tag{1-4}$$

这个函数描述了质点空间位置随时间变化的过程,称之为运动方程。

在三维直角坐标系中质点的位置坐标 x、y、z 也相应地随时间 t 在变化,即

$$\left.\begin{aligned} x&=x(t)\\ y&=y(t)\\ z&=z(t)\end{aligned}\right\} \tag{1-5}$$

将式(1-5)代入式(1-1),即得运动方程在直角坐标系中的分解式为

$$\boldsymbol{r}=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-6}$$

式(1-4)、式(1-5)、式(1-6)均为质点的运动方程,知道了质点的运动方程,就能确定任一时刻质

点的位置,也就掌握了质点的全部运动情况。所以,分析、研究质点运动的规律都要围绕质点的运动方程来进行。

运动质点在空间所经过的路径称为轨迹。轨迹是位置矢量的矢端在空间的轨迹,在质点的运动方程(1-5)中消去时间 t 就可以得到质点的轨迹方程。轨迹为直线的运动称为直线运动,轨迹为曲线的运动称为曲线运动。

运动方程表明质点的位置 $\boldsymbol{r}$ 或 x、y、z 与时间 t 的函数关系,而轨迹方程则只是位置坐标 x、y、z 之间的关系式。

三、位移和路程

如图 1-7 所示,t 时刻质点位于 A 处,位置矢量 $\boldsymbol{r}_A$,经过 Δt 时间,质点到达 B 处,位置矢量 $\boldsymbol{r}_B$。在 Δt 时间间隔内位置矢量的增量称为位移矢量,简称位移。即

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A \tag{1-7}$$

在三维直角坐标系中表示为

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r}&=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A=(x_B\boldsymbol{i}+y_B\boldsymbol{j}+z_B\boldsymbol{k})-(x_A\boldsymbol{i}+y_A\boldsymbol{j}+z_A\boldsymbol{k})\\&=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1-8}$$

位移的大小为

$$|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2+(\Delta z)^2} \tag{1-9}$$

位移的方向:从 A 指向 B。这样位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 除了表明质点在 Δt 时间间隔内由 A 运动到 B 的距离外,还表明了 B 相对于 A 的方位。

在国际单位制(SI 制)中位置矢量和位移的单位为米(m)。位移是矢量,位移的合成遵从平行四边形法则或三角形法则。如图 1-8,质点由 A 点出发,经过 B 点而后又到达 C 点,最终质点的位移是由 A 指向 C 的有向线段。

质点运动的路径长度 Δs 称为路程。路程 Δs 是一个标量。而位移是既有大小又有方向的矢量。位移并不反映质点真实的运动路径的长度,只反映位置变化的实际效果。一般路程 Δs 与位移的大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 之间没有确定的关系,只有当 Δt 趋于零时或物体作定向直线运动时,两者才相等。

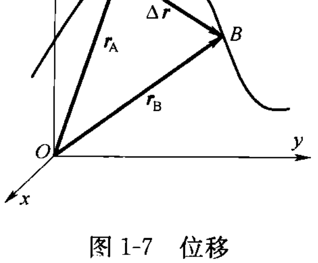

图 1-7　位移

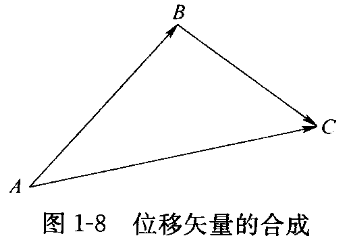

图 1-8　位移矢量的合成

【例 1-1】 一辆汽车向东行驶 5 km,又向南行驶 4 km,再向西行驶 2 km,求汽车合位移的大小和方向。

【解】 取向东为 x 轴的正方向,向北为 y 轴正方向,出发点为坐标 O 点,建立如图 1-9 所示的二维直角坐标系,则

$$\Delta \boldsymbol{r}_1 = \Delta x_1 \boldsymbol{i} + \Delta y_1 \boldsymbol{j} = 5\boldsymbol{i} \quad (\text{km})$$
$$\Delta \boldsymbol{r}_2 = \Delta x_2 \boldsymbol{i} + \Delta y_2 \boldsymbol{j} = -4\boldsymbol{j} \quad (\text{km})$$
$$\Delta \boldsymbol{r}_3 = \Delta x_3 \boldsymbol{i} + \Delta y_3 \boldsymbol{j} = -2\boldsymbol{i} \quad (\text{km})$$
$$\begin{aligned}\Delta \boldsymbol{r} &= \Delta \boldsymbol{r}_1 + \Delta \boldsymbol{r}_2 + \Delta \boldsymbol{r}_3 = \Delta x \boldsymbol{i} + \Delta y \boldsymbol{j} \\ &= (\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3)\boldsymbol{i} + (\Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_3)\boldsymbol{j} \\ &= (5+0-2)\boldsymbol{i} + (0-4+0)\boldsymbol{j} \\ &= 3\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j} \quad (\text{km})\end{aligned}$$

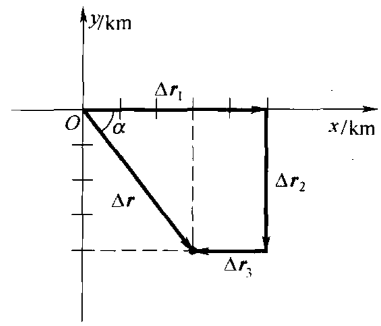

图 1-9　例 1-1 图

合位移的大小：$|\Delta \boldsymbol{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5(\text{km})$

合位移的方向，由合位移与 x 轴的夹角 α 决定，其值为

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) = \arctan\left(\frac{-4}{3}\right) = -53.1°$$

【例 1-2】 已知质点在平面直角坐标系 Oxy 中的运动方程为 $x=2t, y=2-t^2$，式中 x, y 以 m 计，t 以 s 计。求：

(1) 质点的轨迹方程；

(2) $t=0$ s 和 $t=2$ s 时质点的位置矢量；

(3) $t=0$ s 到 $t=2$ s 质点的位移。

【解】 (1)由运动方程 $\begin{cases} x=2t \\ y=2-t^2 \end{cases}$，消去 t 得轨迹方程为

$$y = 2 - \frac{1}{4}x^2$$

可知质点的轨迹为如图 1-10 所示的抛物线。

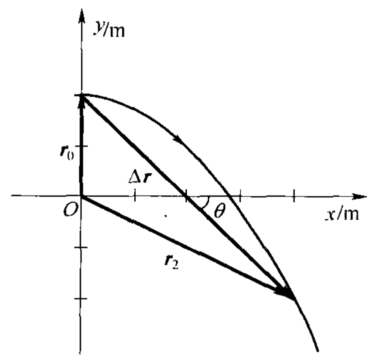

图 1-10　例 1-2 图

(2) 由 $\boldsymbol{r} = (2t)\boldsymbol{i} + (2-t^2)\boldsymbol{j}$

当 $t=0$ 时　$\boldsymbol{r}_0 = 2\boldsymbol{j}$ (m)

当 $t=2$ 时　$\boldsymbol{r}_2 = 4\boldsymbol{i} - 2\boldsymbol{j}$ (m)

(3)　$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_0 = (4\boldsymbol{i} - 2\boldsymbol{j}) - 2\boldsymbol{j} = 4\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j}$ (m)

位移的大小　$|\Delta \boldsymbol{r}| = \sqrt{4^2 + (-4)^2} = 4\sqrt{2}$ (m)

位移的方向　$\theta = \arctan\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) = \arctan\frac{-4}{4} = -45°$(与 x 轴正向夹角)

【例 1-3】 质点在平面直角坐标系 Oxy 中的运动方程为 $x = 3\cos \pi t, y = 3\sin \pi t$，单位为 m，试求：

(1) 质点的轨迹方程；

(2) $t=1$ s 时的位置矢量；

(3) $t=0$ s 到 $t=1$ s 的位移和路程。

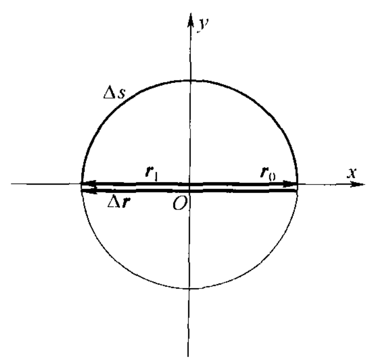

图 1-11　例 1-3 图

【解】 (1) 由运动方程 $\begin{cases} x=3\cos \pi t \\ x=3\sin \pi t \end{cases}$，消去 t 得轨迹方程

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

所以，质点作以原点 O 为圆心，半径为 3 的圆周运动，如图 1-11 所示。

(2) $t=1$ s 时：$x=-3$，$y=0$

$$\boldsymbol{r}_1=-3\boldsymbol{i}(\text{m})$$

(3) $t=0$ s 时: $\boldsymbol{r}_0=3\boldsymbol{i}$ (m)

$t=1$ s 时: $\boldsymbol{r}_1=-3\boldsymbol{i}(\text{m})$

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_0=-3\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{i}=-6\boldsymbol{i}\ (\text{m})$$

位移的大小$|\Delta r|=6$ m,$\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向为 x 轴负方向。

路程 $$\Delta s=\frac{圆周}{2}=\frac{2\pi R}{2}=3\pi\ (\text{m})$$

1-3 速度与加速度

位移只说明质点在某段时间内位置的变化,为了描述质点运动的快慢和方向,需要引入速度矢量。质点运动速度的大小和方向也在不断改变。为了定量描述各个时刻速度大小和方向的变化情况,需要引进加速度矢量。

一、平均速度

如图 1-12 所示,设质点按运动方程 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$沿其轨迹运动,$t$ 时刻位于 A 点,位置矢量 $\boldsymbol{r}_A=\boldsymbol{r}(t)$,经过 Δt,在 $t+\Delta t$ 时刻到达 B 点,位置矢量 $\boldsymbol{r}_B=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$,则质点在 Δt 时间内的平均速度:

$$\bar{\boldsymbol{v}}=\frac{\boldsymbol{r}_B(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}_A(t)}{\Delta t}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-10}$$

平均速度是矢量,其方向与 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向一致,它表示在 Δt 时间内,质点位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的平均变化,它不反映物体运动各个时刻质点运动的真实情况,只是一种粗略的描述。

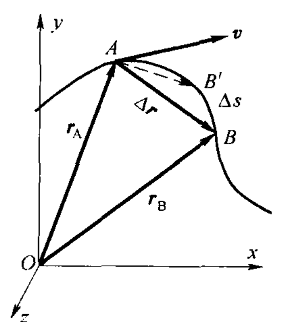

图 1-12 速度矢量

二、瞬时速度

如果我们需要准确知道质点在某一时刻 t(或某一位置)的运动情况,就应使 Δt 尽量减小而趋于零。当时间 Δt 趋于零时,平均速度的极限称为瞬时速度。瞬时速度(简称速度)的数学表达式

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-11}$$

$\boldsymbol{v}$称为质点 t 时刻的瞬时速度,它是位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 对时间的变化率。速度是矢量,速度的方向就是 Δt 趋于零时 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向,如图 1-12 所示,位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 沿着割线 AB 的方向,当 Δt 逐渐减小而趋于零时,B 点逐渐趋近于 A 点,相应地割线 AB 逐渐趋近于 A 点的切线。因此,质点在 t 时刻的速度方向就是沿着该时刻质点所在处运动轨迹的切线而指向运动的前方。

在国际单位制(SI 制)中,速度的单位是米/秒(m/s)。

在直角坐标系中,速度可用分量式表示,将式(1-1)代入式(1-11),则有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k})=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1-12}$$

速度的三个坐标分量 v_x、v_y、v_z 分别为

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\quad v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1-13}$$

速度的大小为
$$|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2} \tag{1-14}$$

速度是矢量，既有大小，又有方向，服从矢量的几何加减规律。速度是描述质点运动状态的物理量，对于不同的参考系，速度的大小、方向是不同的，速度具有相对性。

三、速　率

在描述质点的运动时，我们也常采用一个叫速率的物理量。如图 1-12 所示，在 Δt 时间内，质点所走过的路程为曲线 AB。曲线 AB 的长度为 Δs，那么，Δs 与 Δt 的比值就称为在时间 Δt 内质点的平均速率，即
$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1-15}$$

平均速率等于质点在单位时间内所行经的路程，而不考虑质点运动的方向，所以平均速率是标量。平均速率与平均速度是两个不同的物理量。例如在一段时间内，一个质点绕一个闭合路径运动了一周，虽然质点的位移为零，平均速度也为零，而质点的平均速率是不为零的。

瞬时速度的定义式(1-11)同时给出了速度的大小和方向。速度的大小 $|\boldsymbol{v}|=v$ 称为瞬时速率，简称速率。速度的大小
$$|\boldsymbol{v}|=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\left|\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}\right|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{\Delta t}$$

在 Δt 趋于零的极限条件下，曲线 AB 的长度 Δs 与线段 AB 的长度 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 相等，所以速度的大小
$$|\boldsymbol{v}|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v \tag{1-16}$$

瞬时速率就是瞬时速度的大小，而不考虑方向。式(1-16)中的 $s=s(t)$ 是质点运动轨迹的函数。所以速率等于弧长随时间的变化率。速率直接反映了质点运动快慢程度。

四、平均加速度

速度是个矢量，它既有大小又有方向，当质点作一般曲线运动时，曲线上各点的切线方向在不断变化，即速度的方向在不断变化；同时质点运动的速率也可以改变，即速度的大小也在不断改变。为了定量描述各个时刻速度矢量的变化情况，我们引进加速度这个描述运动速度变化快慢程度的物理量。

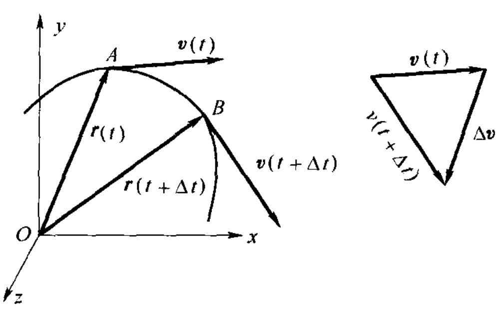

图 1-13　加速度矢量

如图 1-13 所示，设 t 时刻质点在 A 点，速度为 $\boldsymbol{v}(t)$，在 $t+\Delta t$ 时刻，质点到达 B 点，速度为 $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$，在 Δt 时间内质点速度的大小和方向都发生了变化，根据矢量的三角形法则，作 $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$ 和 $\boldsymbol{v}(t)$ 两矢量差，即
$$\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t+\Delta t)-\boldsymbol{v}(t)$$

矢量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 是质点在 Δt 时间内速度的增量，速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 与时间间隔 Δt 的比值称为质点的平均加速度，即
$$\bar{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1-17}$$

平均加速度是矢量，其方向就是 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的方向。和平均速度一样，平均加速度只是对速度变化的

一种粗略的描述,它只代表了 Δt 时间间隔内速度的平均变化率。时间间隔 Δt 取得越小,平均加速度 $\bar{\boldsymbol{a}}$ 就越接近 t 时刻速度变化的实际情况。

五、瞬时加速度

为了准确地描述质点速度的变化情况,我们令 Δt 逐渐减小而趋于零,取平均加速度的极限,这一极限就称为质点在 t 时刻的瞬时加速度,简称加速度,即

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \tag{1-18}$$

加速度精确地描述了质点在某一时刻速度的变化情况。加速度是速度对时间的一阶导数,其意义为速度随时间的变化率,如果把速度的定义式(1-11)代入式(1-18),则加速度是位置矢量对时间的二阶导数。

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-19}$$

加速度也是一个矢量,它的方向是当 $\Delta t\to 0$ 时,速度的增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的极限方向。在不同的速度变化过程中,$\Delta\boldsymbol{v}$ 的极限方向是不同的,因而加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向也不同,在直线运动中加速度的方向与速度的方向相同或相反;而在曲线运动中,加速度与速度的方向并不在一条直线上。如图 1-14 所示,曲线运动中速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向沿轨迹切线指向运动前方,$\Delta\boldsymbol{v}$ 的方向及其极限方向一般不同于速度 $\boldsymbol{v}$ 的切线方向,但是从 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的方向趋于极限方向的变化过程来看,加速度的方向总是指向运动轨迹的凹侧。

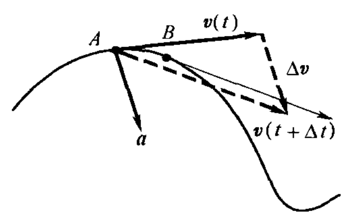

图 1-14 加速度的方向

在直角坐标系中,加速度矢量也可以分解为沿 x、y、z 坐标方向的分量,即

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{1-20}$$

式中

$$\left.\begin{aligned}a_x&=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\\ a_y&=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\\ a_z&=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\end{aligned}\right\} \tag{1-21}$$

a_x、a_y 和 a_z 分别为加速度沿 x、y 和 z 方向的分加速度值,加速度大小与这三个分加速度值之间的关系为

$$a=|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2} \tag{1-22}$$

在国际单位制(SI 制)中,加速度的单位是米/秒^2($\mathrm{m/s^2}$)。

【例 1-4】 一质点沿 x 轴作直线运动(图 1-15),其运动规律为 $x=8t-4t^2$(SI)。试求:

(1) $t=0,1,2,3$ s 时质点的位置;

(2) $t=0,1,2$ s 时质点的速度;

(3) $t=0$ 到 $t=3$ s 内质点的位移和路程。

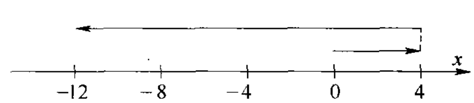

图 1-15 例 1-4 图

【解】 (1) 分别将 $t=0,1,2,3$ s 代入运动方程

$t=0$, $x_0=0$; $t=1$ s, $x_1=4$ m