

高等学校城市轨道交通系列教材

上海市本科教育高地建设资助项目

数字信号

处理

■ 主编：原 萍

■ 主审：尚 洪

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

高等学校城市轨道交通系列教材
(上海市本科教育高地建设资助项目)

数字信号处理

主 编 原 萍
主 审 尚 洪

中 国 铁 道 出 版 社

2012年·北 京

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理/原萍主编. —北京:中国铁道出版社, 2012. 4

高等学校城市轨道交通系列教材 上海市本科教育高地建设资助项目

ISBN 978-7-113-14178-3

I. ①数… II. ①原… III. ①数字信号处理—高等学校—教材 IV. ①TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 012810 号

书 名: 高等学校城市轨道交通系列教材
数字信号处理
作 者: 原 萍

策划编辑: 殷小燕 电话: 010—51873147
责任编辑: 殷小燕
封面设计: 陈东山 崔丽芳
责任校对: 张玉华
责任印制: 陆 宁

出版发行: 中国铁道出版社(100054, 北京市西城区右安门西街 8 号)

网 址: <http://www.tdpress.com>

印 刷: 三河市兴达印务有限公司

版 次: 2012 年 4 月第 1 版 2012 年 4 月第 1 次印刷

开 本: 787 mm×960 mm 1/16 印张: 15 字数: 281 千

印 数: 1~3 000 册

书 号: ISBN 978-7-113-14178-3

定 价: 30.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版的图书, 如有缺页、倒页、脱页者, 请与本社发行部调换。

电 话: 市电(010)51873170 路电(021)73170(发行部)

打击盗版举报电话: 市电(010)63549504 路电(021)73187

前 言

在已经进入了信息时代的今天,随之而来的就是人们所接触的一切信息——文本、图片、图像、声音等信号都是以离散化的数据来表征了。这些数据的处理往往要经过采集、存储和传输等几个基本步骤,当然这其中不可忽视的就是数字信号处理技术。

一方面,数字信号处理采用通用计算机;而另一方面,在实际工程技术领域中越来越依赖于 DSP/FPGA/CPLD 等新型可编程器件。但是无论是采用软件处理还是硬件处理,信号处理的实质都是数值计算,本书围绕数值计算的核心内容予以介绍。

数字信号处理的触角已经深入到除常规电子、通信等信息应用之外的机械、自动化、图像、语音、电子对抗、仪器仪表等领域。这一科学领域的每一个重大进步,必将影响到人类生活的方方面面。本书是一本介绍数字信号处理的基础性教材,目的是使读者获取数字信号处理的基础知识,并引导该领域深入地学习和研究。

本书主要介绍离散时间信号与离散时间系统的时域和变换域分析方法。重点在于离散时间傅里叶变换(DTFT)、离散傅里叶级数(DFS)、离散傅里叶变换(DFT)、快速傅里叶变换(FFT)、Z 变换和数字滤波器设计。同时,阐述了模拟信号的数字化处理、数字滤波器结构和相关内容的 Matlab 实现。全书共 7 章。第 0 章主要介绍信号与信号处理的基本概念,以及数字信号系统的组成等一些基本知识;第 1 章讨论离散时间信号表示、运算,离散时间系统分析以及与之相关的 Matlab 程序;第 2 章是离散时间信号与系统的变换域分析,主要介绍 DTFT、DFS、Z 变换以及与之相关的 Matlab 程序;第 3 章离散傅里叶变换,主要涉及 DFT 和与之相关的 Matlab 程序;第 4 章快速傅里叶变换,主要以基 2FFT 算法为主予以阐述 FFT,并辅以 Matlab 实现;第 5 章和第 6 章是围绕数字滤波器,介绍数字滤波器结构和设计。

本书可作为普通高等院校非电子信息类理工科本科生的教材,也可供从事相关工程技术的人员及其他爱好者使用。

本书在多年的教学与科研基础上,比较全面、系统和准确地论述了数字信号处理基础理论。在编写教材过程中,充分注意到了数字信号处理理论性强、抽象概念多,其中大量的理论和结论都是通过严密的数学推导得到的等特点,教材选材尽量

做到少而精,且编写侧重基本概念和基本原理的阐述,对结论尽可能用文字予以表述,淡化理论推导,但不回避必要的推导。本书力求言简意赅,详略得当,尽可能做到浅显易懂,为此,还辅以贴近内容的部分习题,以求解决该课程长期以来普遍认为的起点高,难度大的问题。本书也力争在达到实用性的同时,体现参考性和学术性。

本书在内容、例题和习题等方面参考了一些书籍,一并在向书的作者表示衷心的感谢!对在编写过程中给予帮助和大力支持的所有人,表示感谢。

本书得到了上海本科教育高地项目的资助,使之得以顺利完成。

限于编者的水平有限,难免有不足和疏漏之处,敬请读者指正和赐教。

编 者
2011 年 10 月



第 0 章 绪 论	1
0.1 信号与信号分类	1
0.2 信号分析与信号处理	3
0.3 数字信号处理系统	4
0.4 数字信号处理的应用	10
第 1 章 离散时间信号与系统	11
1.1 离散时间信号	11
1.2 离散时间系统	22
1.3 离散时间系统的差分方程描述法	29
1.4 本章相关的 Matlab 释义与程序实现	32
习 题	43
第 2 章 离散时间信号与系统的变换域分析	47
2.1 非周期序列的傅里叶变换(DTFT)	47
2.2 周期序列的离散傅里叶级数(DFS)	55
2.3 周期序列的傅里叶变换	58
2.4 序列的傅里叶变换与模拟信号傅里叶变换之间的关系	61
2.5 序列的 Z 变换	63
2.6 线性时不变系统的 Z 域分析	81
2.7 本章相关的 Matlab 释义与程序实现	88
习 题	102
第 3 章 离散傅里叶变换(DFT)	106
3.1 离散傅里叶变换(DFT)	106
3.2 DFT 的基本性质	110
3.3 频域采样	122

3.4	DFT 的应用举例	126
3.5	本章相关的 Matlab 释义与程序实现	139
	习 题	145
第 4 章	快速傅里叶变换(FFT)	149
4.1	直接计算 DFT 的运算量	149
4.2	时间抽取基 2 FFT 算法	150
4.3	频率抽取基 2FFT 算法	159
4.4	IDFT 的高效算法	163
4.5	进一步减少运算量的措施	165
4.6	本章相关的 Matlab 释义与程序实现	167
	习 题	171
第 5 章	数字滤波器的网络结构	172
5.1	概 述	172
5.2	数字滤波器的实现结构	174
5.3	IIR 网络结构	177
5.4	FIR 网络结构	182
	习 题	189
第 6 章	数字滤波器的设计	194
6.1	基本概念	194
6.2	IIR 滤波器的设计	197
6.3	FIR 滤波器的设计	215
6.4	本章相关的 Matlab 释义与程序实现	225
	习 题	232
	参考文献	234

第 0 章 绪 论

我们处在一个信息化的社会,不经意间就会触及信息化带来的成果,而信息化的基础是数字化,数字化的核心技术之一是数字信号处理,本章概要地介绍学习数字信号处理涉及的一些基本知识。

0.1 信号与信号分类

1. 信号

信号是承载信息的物理量,是信息的物理表现形式,信息是信号的具体内容,信息传输的载体是信号。借助信号传输时,信号不仅仅携带希望传输的有用信息,还存在不需要的无用信息,对信号进行分析和处理,就是利用数学手段,通过对信号做必要的变换,从而改变信号的表现形式,以达到提取有用的信息的目的。因此,讨论信号处理,一定意义上就是讨论与信号分析有关的数学变换。本书研究的对象是数字信号,其涉及到的主要变换包括傅里叶变换和 Z 变换。

2. 信号分类

一般来说,所有的工程领域都会涉及到信号和信号处理问题,虽然信号表现形式有电、磁、机械以及热、光、声等多种不同形式,但它都是反映物理系统的状态和特性的,都是信息的函数,广义上它是随时间和空间变化的,可用数学来描述,信号(函数值)通常是一个自变量或几个自变量的函数,按自变量特点的不同,信号有不同的分类,归纳如下:

- 按自变量的个数分 $\left\{ \begin{array}{l} \text{一维信号: 只有一个自变量} \\ \text{多维信号: 有两个或两个以上的自变量} \end{array} \right.$
- 按自变量取值形式分 $\left\{ \begin{array}{l} \text{连续信号: 自变量取连续值, 函数值可连续也可离散} \\ \text{离散时间信号: 自变量取离散值, 而函数值取连续值} \end{array} \right.$
- 按自变量与函数值取值形式分 $\left\{ \begin{array}{l} \text{模拟信号: 自变量和函数值都取连续值} \\ \text{数字信号: 自变量和函数值均取离散值} \end{array} \right.$
- 按自变量取值的域分 $\left\{ \begin{array}{l} \text{时域信号: 自变量是时间} \\ \text{频域信号: 自变量是频率} \\ \text{时频域信号: 自变量是复指数} \end{array} \right.$

按自变量取值范围分 $\begin{cases} \text{因果信号: 自变量小于 } 0 \text{ 时, 信号是零值} \\ \text{非因果信号: 自变量小于 } 0 \text{ 时, 信号有非零值} \end{cases}$

此外, 信号还有确定信号与随机信号、能量信号和功率信号、周期信号和非周期信号、实信号和复信号之分。

按信号数学表达分 $\begin{cases} \text{确定信号: 信号可用自变量确切的数学(或序列)表达} \\ \text{随机信号: 信号不能用自变量的确切数学关系表达} \end{cases}$

按信号的能量是否有限分 $\begin{cases} \text{能量信号: 信号的能量是有限的} \\ \text{功率信号: 信号的功率是有限的} \end{cases}$

按信号值是否重复出现分 $\begin{cases} \text{周期信号: 信号只有有限个独立值, 且值等间隔复现} \\ \text{非周期信号: 不满足周期信号的信号} \end{cases}$

按信号取值是否是实数分 $\begin{cases} \text{实信号: 信号的取值为实数} \\ \text{复信号: 信号取值为复数} \end{cases}$

可见, 从不同的角度, 信号有不同分类。实际上, 常说的信号分类是模拟信号、时间离散信号和数字信号, 据此, 系统按照输入输出是哪一类信号, 系统也分模拟系统、时域离散系统和数字系统。

值得一提的是, 工程中遇到的信号一般为模拟信号, 而离散时间信号通常来源于对模拟信号的采样。数字信号也可以说是离散时间信号, 是幅度量化的离散时间信号。数字信号往往采用计算机或者专用数字信号处理芯片, 对它进行分析与处理, 故用有限位二进制编码表示, 所以从工程角度来说, 离散时间信号就是数字信号, 数字信号就是离散时间信号, 二者就有同一性。

本书仅研究确定的和一维的周期与非周期信号的数字信号处理理论与技术, 主要涉及时域分析和变换域分析。关于信号的自变量, 有多种形式, 可以是时间、距离、温度、电压等, 为方便起见, 本书一般把信号看作是时间的函数。

对实际信号, 上述分类仅仅是从不同角度, 依据不同特征, 按照不同分析目的, 在不同分析域内对同一事物的认识, 并未改变同一信号的实质, 其目的就是为了充分地获取信息和有效地利用信息。

3. 信号的描述方法

数字信号处理无论是采用软件(主体是数字计算机)实现还是硬件(专用数字设备或 DSP 芯片)来实现, 都是以数值计算的方式对离散时间信号进行分析、处理。因此, 首先应将信号进行描述, 信号描述分数学描述和波形描述。所谓“数学描述”就是将信号表示成一个或若干个自变量的函数或序列的形式。所谓“波形描述”就是将信号放到某种坐标系下, 用波形来表述信号值随自变量变化而变化的规律。信号可从时域角度进行描述, 也可从频域或复频域来描述。实际中可根据信号处理的需要进行选择。

0.2 信号分析与信号处理

为从信号中提取有用的信息,要求信号进行必要的分析和处理。

所谓“信号分析”就是通过数学的方法(解析法)或物理的方法(测试法)找出信号的特征,从而了解其特性,掌握其随时间或频率变化的规律。如工程中的故障检测,就是通过信号分析,把一个复杂的信号分解成几个简单信号的和或用有限的一组参量去表示一个复杂波形的信号,再从这组简单信号的组成或这组参数分析信号特征。信号分析是获取信号或信号所传递信息的重要手段。由于信号描述可以在不同分析域之间转换,因此信号分析分为时域分析、频域分析和复频域分析。

实际中或直接测量的信号一般是随时间变化的物理量,信号是时间的函数。时域分析法就是研究信号的幅值等参数、信号的稳态分量和瞬态分量随时间变化的一种信号分析方法,又称波形分析。对连续信号分析最常用的是把信号在时域上分解成具有不同时间延迟的简单冲激信号的和,再采用卷积方法和相关分析法进行分析。对数字信号的时域分析,是将任意离散时间信号表示成单位采样序列移位加权和,然后采用卷积和分析。常常,为了更好地弄清信号的特征,通过数学变换将时域信号变换至频域加以分析,即建立信号的频域描述,把信号描述成以频率为独立变量的函数。其中,傅里叶变换就是最常用的一种变换,一个复杂的信号经过傅里叶变换可分解为不同频率的正弦分量的叠加,据此,加以分析,这种分析称为频率分析或频谱分析,也称为傅里叶分析。频谱分析分为幅值谱和相位谱,前者是研究信号幅值随频率的变换规律,而后者则是分析相位随频率变化的规律。频谱分析是工程中应用最广的分析方法,特别是在工程测试领域,通过频谱分析可以了解被测信号的频率成分,获得其所包含的更丰富信息,更好地反映被测物理量的特征。复频域分析是以复指数函数作为基本信号,将任意输入信号分解成为一系列不同复频率的复指数分量的叠加,对模拟信号来说再采用拉普拉斯氏变换,对离散时间信号来说再采用离散傅里叶变换进行信号分析。复频域分析更多的是从系统的角度来分析信号,连续信号系统分析采用拉普拉斯变换,而数字信号系统分析则采用 Z 变换。

重点应强调的是离散信号的频谱分析的工具包括 DTFT(离散时间傅里叶变换)、DFS(离散傅里叶级数)和 DFT(离散傅里叶变换)、FFT(快速傅里叶变换),这也是本书要讨论的重点之一。其中,DTFT 用于离散非周期序列分析,由于信号是非周期序列,包含了各种频率的信号,所以 DTFT 对它变换后得到的频谱是连续和周期的,即具有时域离散非周期对应频域连续周期的特点。当离散的信号为周期序列时,严格地讲,它的离散时间傅里叶变换是不存在的,因为它不满足信号

序列绝对级数和收敛(绝对可和)这一 DTFT 存在的充要条件,但是采用 DFS 这一分析工具仍然可以对其进行频谱分析。当把一个有限长非周期序列假设是一无限长周期序列的一个主值周期,即对有限长非周期序列进行周期延拓时,延拓后的序列完全可以采用 DFS 进行处理,即是 DFT。由于 DFT 借用了 DFS,这样就假设了序列的周期性,但在处理时又对区间做出限定(主值区间),以符合有限长的特点,这就使 DFT 带有了周期性。故有限长序列 DFT 变换后的频谱是离散周期的。另外,DFT 是对一周期内的有限个离散频率的表示,所以它在频率上是离散的,就相当于 DTFT 变换成连续频谱后再对其采样,此时采样频率等于序列延拓后的周期 N ,即主值序列的个数。快速傅里叶变换 FFT 其实是一种对离散傅里叶变换的快速算法,它的出现解决了离散傅里叶变换的计算量大、不实用的问题,使离散傅里叶变换的计算量降低了一个或几个数量级,从而使离散傅里叶变换得到了广泛应用。另外,FFT 的出现也解决了相当多的计算问题,使得其他计算也可以通过 FFT 来解决。

所谓“信号处理”是指对信号的变换或运算(滤波、增强、压缩、估计和识别等)。广义上信号处理包括信号分析。信号处理分时域处理和频域处理,其频域处理主要指的是滤波,就是把信号混有的噪声剔除掉,本书也将用一定篇幅介绍实现滤波的数字滤波器及其设计。信号处理又有连续信号处理和数字信号处理之分,数字信号处理是将信号用序列表示并处理的理论与技术,数字信号处理的最终目的是对现实世界的模拟信号进行测量或滤波等等处理。本书只研究数字信号处理。

数字信号处理是采用数值运算的方法达到处理目的的,其实质是用数字序列表示数字信号,并用数值计算方法对数字序列进行各种运算,从而把原始信号变换成符合需要的某种形式。因此,其实现方法不同于模拟信号的实现方法,基本上可以分成两种实现方法,即软件实现方法和硬件实现方法。软件实现方法是指按照原理和算法,编写程序或者采用现成的程序在通用计算机上实现;硬件实现是指按照具体的要求和算法,设计硬件结构图,用乘法器、加法器、延时器、控制器、存储器以及输入输出接口部件实现的一种方法。显然前者灵活,但是运算速度慢,一般达不到实时处理的要求,因此,这种方法一般适合于科研和教学。后者运算速度快,可以达到实时处理要求,但是不够灵活,广泛应用于解决工程上的问题,DSP 技术隶属于后者,本书不涉及,感兴趣者可查阅相关书籍。

0.3 数字信号处理系统

实际中我们遇到的信号是多种多样的,例如广播信号、电视信号、雷达信号、通信信号、导航信号、射电天文信号、生物医学信号、控制信号、气象信号、地震勘探信

号、机械振动信号、遥感遥测信号等等,这些信号大部分是模拟信号,由于数字信号处理在精度、灵活性、可靠性和可重复性、实时性、抗噪声干扰、大规模集成等诸多方面比模拟信号处理有很多优势,因此,基本上上述提到的信号都采用数字化后的数字信号处理,当然,也有小部分是数字信号,那么就可直接采用数字信号处理了。就是说,在工程实际中人们经常希望针对模拟信号也采用数字信号处理的技术来进行处理。这时,首先必须将模拟信号经过采样、量化和编码形成数字信号,再用数字处理技术进行处理,如果需要,还可将处理结果转换成模拟信号。这种方法称为模拟信号的数字处理方法,其系统基本组成如图 0.1 所示。

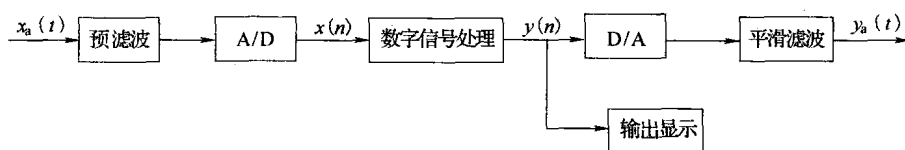


图 0.1 数字信号处理系统组成原理框图

由图 0.1 得出数字信号处理的步骤如下。

1. 预滤波

预滤波的目的是将信号调整为便于数字信号处理的形式,如:对输入的模拟信号 $x_a(t)$ 进行限幅,或对它的频率进行限制(滤除信号的高频噪声或隔离信号中的直流分量),等等。

2. 模数(A/D)转换

经预滤波后的信号,被送到模数(A/D)转换器,目的是为了下一步进行数字信号处理。而把模拟信号转换成数字信号,实现这一转换功能的就是模数转换器(Analog/Digital Converter)。在工程实际中,A/D 转换包括在时间上对模拟信号等间隔采样(也就是所说的离散化)和保持,在幅值上进行量化和编码,而 A/D 转换器是把采样、量化和编码都集成在一起了,通过 A/D 转换器可把模拟信号采样得到的每个信号样值变换成有限长的二进制编码。

需要说明的一点是随着计算机和专用数字处理系统的字长不断增加,模数转换器和系统参数值的量化误差以及计算误差越来越小。如果忽略这些误差,经过采样得到的抽样信号 $x(n)$ 可等同为经 A/D 转换后的数字信号,离散时间系统也等价于数字系统。

3. 数字信号处理

数字信号处理负责对数字信号进行分析和处理,它可以是计算机也可以是单片的 DSP、也可以是专用的数字设备(如数字信号分析仪)。它们一般处理的数据长度是有限的,所以要把经过 A/D 转换后得到的序列截短,然后根据需要进行滤

波、相关分析、频谱分析、概率统计、功率谱分析或传输函数分析等数字信号处理。

4. 输出结果

$x(n]$ 经过数字信号处理的加工后,变成另一个数字信号 $y(n)$,一方面可以将其直接显示或打印输出,另一方面可以通过数模转换器(D/AC)把数字量转换为模拟量,再进行平滑滤波器输出或用于外部被控装置。

0.3.1 时域采样与 A/D 变换

1. 时域采样

时域采样是在 A/D 转换过程中以一定时间间隔对模拟信号进行取值的过程。对模拟信号的采样可以看成是信号 $x_a(t)$ 通过一个周期 T 开合的电子开关 S 后的结果。设合上的时间为 τ ,且 $\tau \ll T$,则在电子开关输出端得到的信号,即为采样信号 $\hat{x}_a(t)$ 。该电子开关的作用等效成一宽度为 τ ,周期为 T 的矩形脉冲串 $P_\tau(t)$,采样信号 $\hat{x}_a(t)$ 就是 $x_a(t)$ 与 $P_\tau(t)$ 相乘的结果,这一采样过程如图 0.2(a)所示。如果让电子开关合上的时间 τ 趋于零,就形成了理想采样,此时上面的脉冲串 $P_\tau(t)$ 变成单位冲激串 $P_\delta(t)$ 。 $P_\delta(t)$ 中每个单位冲激处在采样点上,强度为 1。那么,理想采样则是 $x_a(t)$ 与 $P_\delta(t)$ 相乘的结果,采样过程如图 0.2(b)所示。

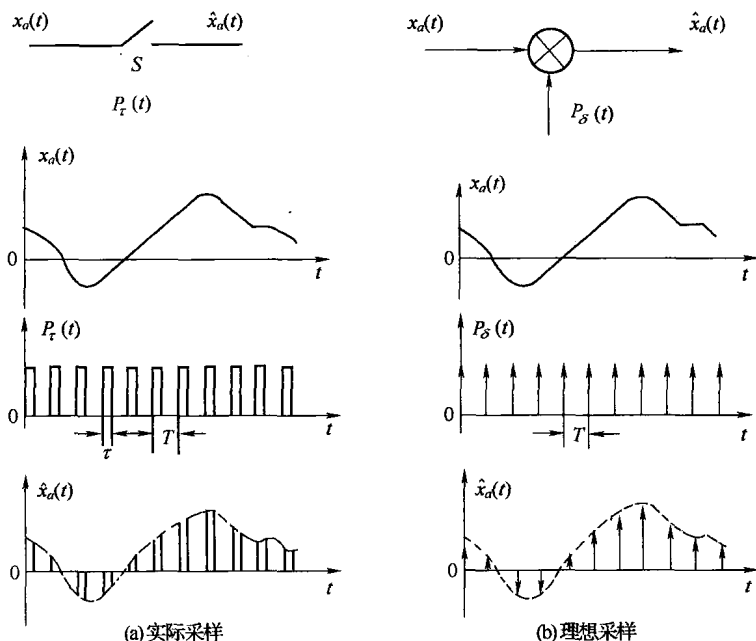


图 0.2 时域采样原理

可见,理想采样用数学描述就是用时间间隔为 T 的单位冲激序列 $P_\delta(t)$ 去乘模拟信号 $x_a(t)$,得到采样信号 $\hat{x}_a(t)$ 。

由

$$P_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT) \quad \text{式(0.1)}$$

得到:

$$\hat{x}_a(t) = x_a(t) \cdot P_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(t) \delta(t-nT) \quad \text{式(0.2)}$$

式(0.2)表明只有当 $t = nT$ 时, $\hat{x}_a(t)$ 才可能有非零值,因此 $\hat{x}_a(t)$ 可写成:

$$\hat{x}_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT) \delta(t-nT) \quad \text{式(0.3)}$$

也就是说经时域采样后,信号 $x_a(t)$ 各采样点值为 $x_a(nT)$ 。其中 T 为采样间隔,也称采样周期,它的倒数称为采样频率 f_s ,即 $f_s = 1/T$ 。为了恰当地选择 f_s ,使得使采样信号不失真地恢复原模拟信号,即如能得出采样信号不失真地恢复原模拟信号的条件,就得出了采样定理。

我们知道,可通过傅里叶变换(FT)来分析采样信号 $\hat{x}_a(t)$ 的频谱与原模拟信号 $x_a(t)$ 的频谱之间的关系,以此获得采样信号不失真地恢复原模拟信号的条件。描述采样过程各个信号及其频谱如图 0.3 所示。

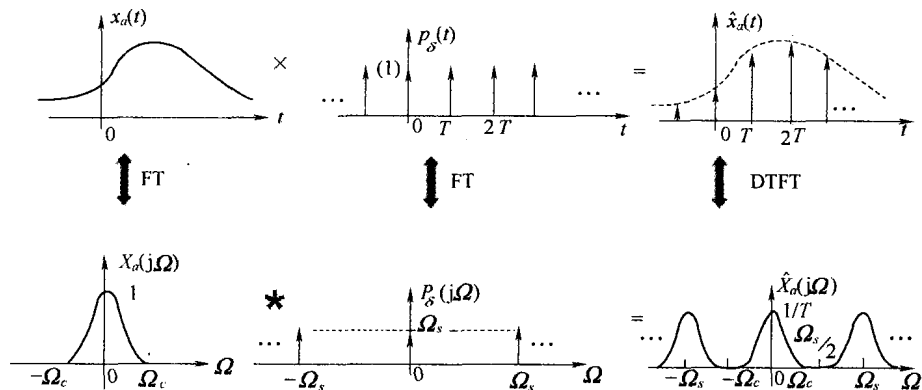


图 0.3 信号及其采样信号频谱

从频谱图可以看出:要使各频移不重叠,抽样频率 $\Omega_s \geq 2\Omega_c$, Ω_c 为 $x_a(t)$ 的最高截止角频率。否则, $\Omega_s < 2\Omega_c$ 时采样信号的频谱会出现混叠。

采样定理:一个频谱受限的信号(带限信号) $x_a(t)$,其最高频率为 f_c ,若由采样信号恢复原信号,则采样频率 f_s 必须必须大于信号最高频率的两倍,即 $f_s \geq 2f_c$ 或 $\Omega_s \geq 2\Omega_c$, $T \leq 1/2f_c$ 。

实际信号的频谱不会是严格的带限信号,只是随着频率升高,振幅衰减很快而已。在具体应用时可根据需要确定信号的最高频率 f_c ,但该频率以上还会有不为零的高频分量部分。为减少这部分高频分量在采样后产生的频率混叠效应,一是采样频率通常可取 $f_s \geq (3 \sim 5)f_c$;此外,在采样前可加抗混叠滤波也称预滤波,先将高于 $f_s/2$ (称折叠频率)以上的频率分量滤除,如图 0.1 所示。

2. A/D 变换

将模拟信号转换成数字信号由 A/D 转换器完成,一般分为 4 个步骤进行,即采样、保持、量化和编码,原理图如图 0.4 所示。

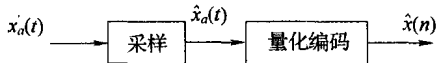


图 0.4 A/D 转换器原理框图

A/D 转换器中的采样是将连续的时间信号转变为等间隔的离散信号,再经量化编码器将离散信号转变为由二进制数表示的数字信号。可以说采样以后到形成数字信号的过程是一个量化编码的过程。

例如:假如 A/D 转换器有 M 位,用 M 位二进制数表示并取代采样的样本数据,即形成数字信号。设模拟信号 $x_a(t) = \sin(2\pi ft + \pi/8)$,式中 $f = 50$ Hz,选取采样频率 $f_s = 200$ Hz,将 $t = nT$ 代入 $x_a(t)$ 中,得到采样数据:

$$x(n) = x_a(t) = \sin\left(2\pi fnT + \frac{\pi}{8}\right)$$

将 f 和 $T = 1/f_s$ 代入得

$$x(n) = x_a(nT) = \sin\left(\frac{1}{2}\pi n + \frac{\pi}{8}\right)$$

当 $n = \dots, 0, 1, 2, 3, \dots$ 时,得到序列 $x(n)$ 如下:

$$x(n) = (\dots, 0.382\ 683, 0.923\ 879, -0.382\ 683, -0.923\ 879, \dots)$$

如果 A/D 转换器按照 $M = 6$ 进行量化编码,即上面的采样数据均用 6 位二进制码表示,其中一位为符号位,则数字信号用 $\hat{x}(n)$ 表示:

$$\hat{x}_a(n) = (\dots, 0.011\ 00, 0.111\ 01, 1.011\ 00, 1.111\ 01, \dots)$$

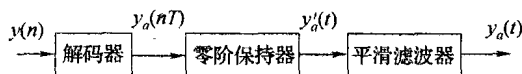
如果在把 $\hat{x}_a(n)$ 换算成十进制数表示,则有

$$\hat{x}_a(n) = (\dots, 0.375\ 00, 0.906\ 25, -0.375\ 00, -0.906\ 25, \dots)$$

显然,量化编码以后的 $\hat{x}_a(n)$ 和 $x(n)$ 不同。这样产生的误差称为量化误差,这种量化误差起的作用称为量化效应,它是衡量 A/D 转换的技术指标之一,此外还有分辨率、精度、转换速率等指标,这部分内容请读者查阅相关书籍。

0.3.2 数字信号转换成模拟信号

将经过数字信号处理后的离散时间信号 $y(n)$ 恢复模拟信号 $y_a(t)$ 的实质是插值,由理想低通滤波器完成。但理想低通滤波器是非因果系统,实际是物理不可实现的,实际可实现的基本方框图如图 0.5 所示。



实际可实现的 D/A 转换器包括三部分:解码器、零阶保持器和平滑滤波器。解码器是将数字信号 $y(n)$ 转换为离散时间信号 $y_a(nT)$;零阶保持器和平滑滤波器将离散时间信号 $y_a(nT)$ 转换为模拟信号 $y_a(t)$, $y_a(t)$ 近似等于 $x_a(t)$ 。零阶保持器的原理图、单位冲激响应、振幅频响函数如图 0.6 所示,它实际是一个可实现的低通滤波器,即用零阶保持器的单位冲激响应 $h(t)$ 作内插函数,实现 D/A 转换。

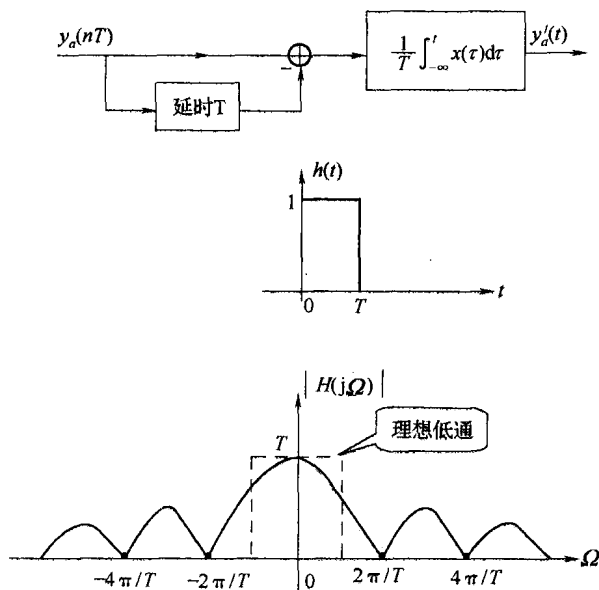


图 0.6 零阶保持器的原理图

零阶保持器的单位冲激响应、振幅频响函数因为零阶保持器与理想低通(图中虚线所示)相比,在 $|\Omega| > \pi/T$ 区域有较多的高频分量,所以零阶保持器输出的波形与理想低通所恢复的波形有很大差别。从时域上看,因为零阶保持器要将一个采样值保持到下一个采样值到来之前,所以离散信号 $y_a(nT)$ 及经过零阶保持器的输出波形如图 0.7 所示。

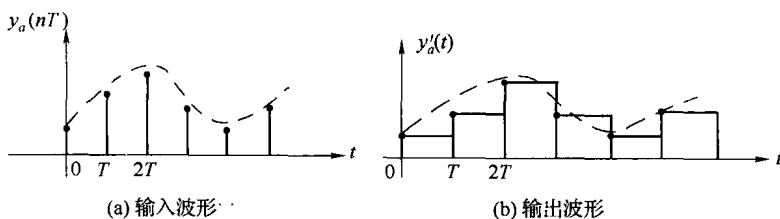


图 0.7 零阶保持器的输入输出波形

表现在时域上是所恢复出的模拟信号是台阶形的,表现在频域上是有镜像频率分量,总之失真较大。为了减少恢复出的模拟信号的失真,在 D/A 转换器之后再加平滑低通滤波器,滤除多余的高频分量,对时间波形起平滑作用,使最后的输出波形逼近理想低通的输出波形,这也就是在图 0.1 模拟信号数字处理框中,最后加平滑滤波的原因。虽然由零阶保持器所恢复出的模拟信号是有失真的,但简单、易实现,故还是经常使用的方法。

0.4 数字信号处理的应用

数字信号处理在高科技研究和工程应用领域有着非常广泛的应用,它涉及航空航天、通信、雷达、电子、控制、医疗、建筑、仪器仪表、检测(包括医学检测和工业检测)、信息处理(包括压缩、音视频处理、音乐语音处理、语音识别及其图像识别),甚至股票分析等等多个领域和方面。伴随它的 DSP 技术已经迅速发展为前沿技术,其应用层出不穷。因此我们也只能简明扼要地归纳出数字信号处理的应用。

信号处理:数字滤波、自适应滤波、快速傅立叶变换、相关分析、卷积、模式匹配、加窗、波形产生。

通信:调制/解调、自适应均衡、数据加密/解密、数据压缩/解压缩、回波抵消、多路复用/分路、传真、扩频/解扩、编码/解码、可视电话。

语音:语音编码、语音合成、语音识别、语音增强、语音邮件、语音存储等。

图形/图像:二维和三维图形处理、图像压缩与传输、图像增强、动画、机器人视觉。

仪器/仪表:频谱分析、动态分析、函数发生器、锁相环、勘探、模拟试验。

医疗电子:助听器、CT 扫描、超声波、心脑电图、核磁共振、医疗监控。

消费电子:如数字电视、高清晰度电视、数字电话、高保真音像、音乐合成等。

军事与尖端科技:雷达与声纳信号处理、导弹制导、火控系统、导航、GPS、尖端武器试验、航空航天试验、宇宙飞船、侦察卫星等。