

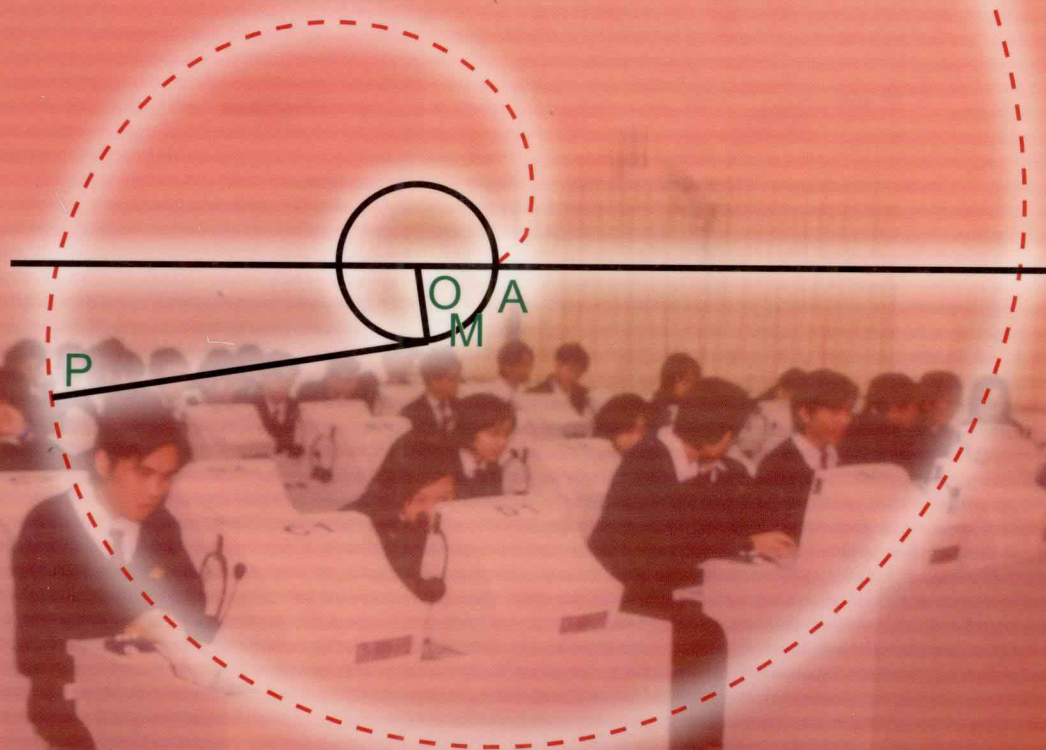
PG_Lab

和

幾何實驗教學

PG_Lab & Geomatic Experiment Learning

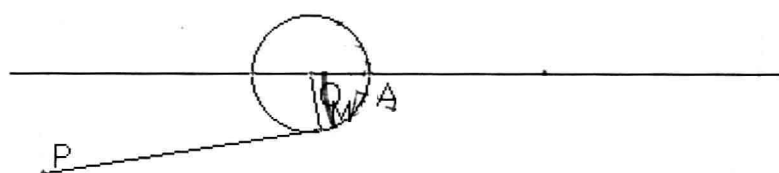
韋輝樑 著



澳門基金會 出版

PG_Lab 和 幾何實驗教學

PG_Lab & Geometric Experiment Learning



作者： 韋輝樑
出版： 澳門基金會

2002 年 5 月

關於本書

書名：「PG_Lab 和幾何實驗教學」

作者：韋輝樑

作者簡介

1965 年畢業於北京大學數學力學系，1996 年華南師範大學計算機系信息技術教育碩士學位進修課程結業。1965 年至今從事教育工作達 37 年，在上海和澳門曾任中學數學、物理、計算機等學科教師、教導主任；1992 年到 2000 年任澳門大學教育學院講師，從事信息技術教育的教學和研究，2000 年任澳門培道中學副校長。

1980 年起在澳門致力推動計算機科學的學習、普及和應用，1983 年倡議成立澳門電腦學會並任副會長，2000 年任會長。

1997 年任澳門科學技術協進會第一任理事長，2000 年任監事長。

在信息技術教育研究方面，曾在國際、地區、本澳等研討會上發表過多篇論文，軟件或著作有：

「智能十五巧板」 (作者:韋輝樑, 編輯:澳門大學教育學院 澳門大學出版)

「校本多元智能評量系統 -- SMILES」 (張國祥,韋輝樑,趙鈞鴻 香港晶晶出版社出版)

「菁莪樂育 - 多元智能與教師專業成長」 (張國祥,韋輝樑 澳門電腦學會出版)

「平面幾何 學生實驗手冊 (初二級用)」 (韋輝樑主編 澳門培道中學數學組編印)

本書簡介

「Plane Geometric Laboratory 平面實驗室 ---- PG_Lab」是作者近年完成的作品，目的是在數學教學中引入「實驗科學」的元素，試行「數學實驗教學」的新教學模式，將信息技術融合於中學學科教學，在當前教育改革的大洪流中具有創新的意義。幾年來，作者在澳門大學教育學院的課程及暑期教師培訓課程中，「數學實驗」課題受到廣大教師的好評和歡迎。PG_Lab 也幾經修改至今第 3.1 版，2001 年在澳門培道中學全面試用，效果理想。培道中學數學組教師仿照作者提出的樣本，編撰了第一本幾何實驗教材，參加教育暨青年局的「教學設計獎勵計劃」並獲優異獎。

為了進一步推廣「數學實驗教學」的新教學模式，幫助教師了解有關「數學實驗」教學的平台環境、教學模式、教學過程、教學方法和教學設計，為數學學科教學改革注入新的素材，作者將近年在一些研討會、講座、教師培訓課程的文章、講稿和舉例整理成書，期望對數學教學的改革能有所助益。

本書內容

一. 平面實驗室 Plane Geometric Laboratory — PG_Lab 簡介

簡單介紹 PG_Lab 的用戶介面、基本功能和自學方法。

二. 基本作圖和操作練習

幾何實驗的主要內容是作圖和對圖形的操控，在操控的動態過程中探究和發現幾何圖形的性質以及它們之間的關聯。熟練實驗平台的操作是教師必備的基本功，這裡結合教材列舉了 54 例讓教師學習和操練。

三. 習題研究

「實驗教學」與傳統教學有甚麼不同？數學教學如何從知識的學習向數學素質的培養和提高轉變？

「實驗教學」是怎樣幫助提高學生的數學素質、幫助學生了解幾何研究的方法？對這些問題光從理論闡明還不足夠，最好是通過一些課例加以比較和研討，教師當能有更深的體會，這裡結合教材提供了 12 節課例給教師參考並研討。

四. 平面幾何實驗教學舉例

落實在 40 分鐘課堂時空上的「數學實驗教學」是怎樣的？這是廣大教師最最關心的問題，也是「數學實驗教學」最終要解決的問題，否則「數學實驗教學」也只能停留在理論上。作者根據多年物理教學的經驗，借鏡作為實驗科學的物理學、中學物理實驗的教學模式，引入到「數學實驗教學」中去，設計了十個幾何實驗教學的課例，這些課例以「實驗報告」的形式讓學生在課堂的時空內完成。

這其中包含了「數學實驗教學」的教學模式、教學過程、教學方法和教學設計的示範。培道中學數學組教師便是仿照這些「實驗報告」編寫了第一本「幾何實驗手冊」校本教材而獲獎的。

五. PG_Lab 與 Power Point 配合使用

實驗的形式可以有學生動手實驗和教師演示實驗，部分課題由教師演示可能更有效率和效果。不少學校教室裡已經裝有電腦投影機，這給教師演示課件提供了方便。

Power Point 是一個良好的課件演示平台，但它並非一個數學實驗平台，為了將兩種平台合二為一，作者開發了 PG_Lab 的另一版本: PG_LabT，專供教師配合 Power Point 課件使用。PG_LabT 與 PG_Lab 的功能完全相同，不同的只是作圖介面較小，留出部分屏幕給 Power Point 用，PG_LabT 可以與 Power Point 同時運作，各自發揮各自的功能和優勢。

六. 論文與文章

這裡轉錄了幾篇作者以前的文章，這幾篇文章是關於「數學實驗教學」較完整的理論闡釋以及數學實驗教學實踐的探究和心得，可以幫助讀者對數學實驗教學的理論和實施有更多的了解。

[註] PG_Lab 目前只有繁體版(Big5 碼)，只在繁體版 CWin98 上執行。

推薦序

推動中學數學教學的改革和變化

唐澤聖

澳門科技大學教授、代副校長

韋輝樑先生在多年研究的基礎上撰寫的佳作“PG_Lab 和幾何實驗教學”一書就要出版了。這本書的出版不僅開創了用電腦進行幾何教學的先河，而且將為中學數學課程的教學帶來根本性的變化。

“PG_Lab 和幾何實驗教學”一書使得原本枯燥、難懂的幾何教學變得形象、易學；使學生得以擺脫死記硬背的定理證明過程而能主動的探索證明過程的背景和由來；這本書的出版還能促使數學教學，特別是幾何教學過程的個體化，學生可根據自己的興趣和能力借助電腦獨立地對幾何問題進行探索和研究，從而最大限度發揮學生的學習潛力。

多年來，韋輝樑先生對電腦技術應用於數學教學，這一問題不僅進行了潛心的研究，而且進行了大量的實踐。這本書的內容已經在多所中學應用，獲得多方的好評，成就有目共睹。這本書的出版實乃中學數學教學之幸事，它必將在應用中推動中學數學教學的改革和變化。

推薦序

大膽探索、共同前進

李吉桂

華南師範大學計算機系 教授

「PG_Lab 和幾何實驗教學」一書的出版，是作者幾十年從事數學教學和信息技術教育的勞動結晶；是作者從事數學教學改革的寶貴經驗的集成與升華。該書的出版，為當前在數學教育中推廣基於任務驅動的教學，探究性學習，……等新的學習和教學模式提供了新的素材；也為在基礎教育中，將信息技術教育與其它學科教學進行整合開拓了新的途徑。教育改革，特別是基礎教育的數學教育改革是一個長期的努力過程。我們堅信，將會有更多的教育工作者，特別是數學教育工作者(當然我也是其中一員)，與韋先生一道，大膽探索，共同前進。我深信這正是韋先生出版「PG_Lab 和幾何實驗教學」一書的用意所在。

推薦序

後現代數學教育可行的路向

張國祥博士

澳門大學教育學院 教授

非常高興地看到韋輝樑先生的「PG_Lab 和幾何實驗教學」一書的出版，這本著作是韋先生在澳門大學教育學院期間開始構思接著在培道中學進行實驗，在各方面皆成熟後向外界推廣的幾何實驗教學平台，其教學設計去年得到本澳教育界的認同和重視，獲教青局頒發教學設計優異獎，成就有目共睹。

PG_Lab 幾何實驗平台是難得的佳作。最主要原因是韋先生不單精通軟件設計，同時對數學教學有深厚的認識，只有對軟件設計和數學教學兩方面皆有相當造詣的人才能領會到如何運用資訊科學技術幫助學童建構知識，使數學實驗遂變成了知識建構有力的途徑，這也是後現代數學教育可行的路向之一。

韋先生既是我的良師、也是益友。我期望培道中學在韋先生的帶領下所發展出來的幾何實驗教材能得到其他學校的推廣應用，我相信這也是作者衷心的期望。

前 言

數學是基礎教育的重要學科，歷來學生對學習數學都有很多困難，傳統的數學教學都是在教室中黑板上進行。理、生、化等科學科有實驗教學，但數學科沒有實驗教學。「數學實驗」是一個既有歷史又是新鮮的課題。60年代已有人提出“數學實驗”的名詞，但是在當時技術條件下，很難在課堂的時空下進行，“數學實驗”的課題被冷落了，直到90年代，隨著計算機圖形技術的發展才被人們重提。但是由於電腦技術人員不熟悉基礎教育，基礎教育人員不熟悉電腦技術，因此到目前為止，可作為“數學實驗”平台的作品寥寥可數，而且都是技術人員主持開發的，目的是為了幫助教師更好地“教”。建構主義學習理論提倡以學生為主體，“教”與“學”之間以學生的“學”為主，把如何幫助學生“學”作為一切教學工作的主導思想。在研發數學實驗平台問題上兩者的區別在於：為幫助教師“教”而設計的平台，基本上是一個演示平台，它以功能廣而全為目標，一般教師也不容易掌握和運用，它的教學模式是在課堂上教師操作給學生看，學生是「眼看手勿動」的。為幫助學生“學”而設計的平台，以學生課堂實驗為目標，功能以“夠用”為限，力求簡單易用，在教學模式上是在課堂的時空條件下，讓學生自己操作進行探究和發現，進行自主學習。

幾何的發展由觀察、測量開始，從眾多的事例中發現、歸納而得到猜想或假設，為了推斷假設命題的真確性和普適性，運用邏輯推理的手段去證明並確定為定理，然後再應用於實踐中。「觀察 -- 測量 -- 發現 -- 歸納 -- 猜想或假設 -- 推理 -- 證明 -- 定理 -- 應用」是幾何學發展的道路。傳統的黑板教學是：「定理 -- 證明 -- 應用」。不但忽略了「觀察 -- 測量 -- 發現 -- 歸納 -- 猜想或假設」的重要過程，而且「證明 -- 定理」的順序也顛倒了。因為沒有了前面的觀察與測量，無從歸納和猜想，沒有了假設(命題)，證明沒有了對象，只好把“定理”倒過來放在前面，變成先有定理再來證明。學生不理解定理或結論從何而來，證明也就無從下手，使得幾何「難教又難學」。雖然這個問題很早已有人提出，但基於技術問題和課堂時空的限制，一直沒有得到解決。

建構主義學習理論強調以學生為中心，認為“情境”、“協作”、“會話”和“意義建構”是學習環境中的四大要素。傳統的黑板教學恰恰就是欠缺了幾何學習的“情境”，而在教師講學生聽的課堂裡，“協作”和“會話”—互動啟發思維也不容易實現，因而“意義建構”也就十分困難。

1995年，最初作者為澳門大學教育學院數學專業四年級學生講授「電腦在中學

數學教學中的應用」課程而設計了一些簡單的工具軟件。其後數年，從學生的良好反應，促使我繼續研究和改進，作品由「智能七巧板」、「智能十五巧板」(已於2000年由澳門大學出版)、「萬用拼圖實驗室 Multiple Purpose Laboratory -- MP_Lab」、到「平面實驗室 Plane Geometric Laboratory -- PG_Lab」，這些作品設計的基本思路都是圍繞著同一主題--「數學實驗教學」。自1998年以來，每年在澳門教育暨青年局舉辦的暑期教師培訓課程中，作者都以「數學實驗」為課題，向教師介紹數學實驗和數學實驗平台的應用，很受教師歡迎。在每年10月澳門學界資訊技術教育聯展中，作者的作品都成為澳門大學的主要展品之一。

「平面實驗室 Plane Geometric Laboratory -- PG_Lab」針對傳統教學中存在的問題，以幫助學生“學”為設計目標，簡單易用、功能齊備，為學生提供了一個優秀的幾何課堂實驗環境，在這個環境中，通過教師的引導，學生可以主動地構建平面幾何學習的情境，對平面圖形的性質和相互關係進行定性或定量的探究和發現。從而學習到研究平面圖形的方法，掌握到平面圖形的概念、性質以及它們之間的關係。

2000年5月在新加坡舉行的第四屆全球華人計算機教育應用大會上，作者發表了「數學實驗的學習環境和教學方法」一文，2001年4月在香港舉行的「2001'粵港澳信息技術教育研討會」上作者又發表了「數學實驗環境的設計」一文，這兩篇文章是近年國內外關於數學實驗教學的較完整的論述，包括數學實驗的教學環境、教學模式、教學過程、教學方法和數學實驗報告的樣式，受到了與會專家學者的重視和贊賞。之後作者曾應邀到北京、上海、廣州等地一些中、小學進行講座，一些學校還用作者的作品進行數學實驗教學的試驗，最近在廣州舉行的「2001'全國中小學信息技術教育研討會」(中國高等師範計算機教育學會主辦)上，看到了一些學校以作者作品進行的試驗報告。「數學實驗」的理論和實踐開始被學校和教師所接受，這是數學教學上一項重大的改革。

在課堂時空內實施數學實驗教學是一種全新的教學模式，需要教師重新學習，需要有配合的教材，也需要有先導學校進行試驗。澳門培道中學數學組的老師為此對作者提供了大量協助。首先，他們進行了數學實驗的教學理論、教學方法、教學過程、操作練習、教學設計等培訓和學習，並於2001年著手編撰了第一本幾何實驗教材：「中學平面幾何 學生實驗手冊(初二級用)」*，該實驗手冊榮獲了澳門教育暨青年局01年度教學設計優異獎，並已由培道中學正式出版。本書也引用了「實驗手冊」其中部分課例，徐寶思老師和梁淑儀老師協助整理和校對了全書。在此作者對徐寶思老師、梁淑儀老師和澳門培道中學數學組老師表示衷心的感謝。

*「中學平面幾何 學生實驗手冊(初二級用)」已由澳門培道中學作為校本教材出版。

本書的目的是為了向廣大教師推介“數學實驗教學”的理念和教學方法，為數學素質教育注入新的動力。

「數學實驗教學」是一種全新的教學模式，無論在實驗平台設計或實驗流程設計上都是創新的工作，難免有不足或錯誤，敬希各位讀者和老師指正。

韋輝樑

2002 年 3 月

目 錄

	頁
一. 平面實驗室 Plane Geometric Laboratory — PG_Lab 簡介	
1. 認識用戶界面	15
2. 基本概念和一般操作	17
3. 自學的步驟	19
二. 基本作圖與操作練習	
1. 作 $\triangle ABC$	21
2. 作 $\triangle ABC$ 的三條高	
3. 作 $\triangle ABC$ 的三條角平分線	22
4. 作 $\triangle ABC$ 的三條中線	
5. 作 $\triangle ABC$ 的三條中位線	
6. 作 $\triangle ABC$ 的外接圓	23
7. 作 $\triangle ABC$ 的內切圓	
8. 已知 $\triangle ABC$ ，標示 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$	
9. 已知: $\triangle ABC$ ，求作: 在 AB 上截取 $AD=AC$	24
10. 已知: $\triangle ABC$ ， 求作: 過 AB 上一點 D 作 $DE \parallel BC$ 交 CA 於 E	
11. 已知: $\triangle ABC$ ， 求作: 過 BC 上一點 D 作 $\triangle ABC$ 的內接矩形 $DEFG$ 並填色	
12. 已知: $\triangle ABC$ ， 求作: $\triangle A'B'C'$ ，使 $A'B'=AB$ ， $\angle B'=\angle B$ ， $B'C'=BC$ (SAS)	25
13. 已知: $\triangle ABC$ ， 求作: $\triangle A'B'C'$ ，使 $\angle B'=\angle B$ ， $B'C'=BC$ ， $\angle C'=\angle C$ (ASA)	
14. 已知: $\triangle ABC$ ， 求作: $\triangle A'B'C'$ ，使 $A'B'=AB$ ， $B'C'=BC$ ， $C'A'=CA$ (SSS)	26
15. 已知: $\triangle ABC$ ， 求作: $\triangle A'B'C'$ ，使 $\angle A'=\angle A$ ， $\angle B'=\angle B$ ， $B'C'=BC$ (AAS)	
16. 已知: $\text{Rt}\triangle ABC$ ， $\angle C=90^\circ$ ， 求作: $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ ， $\angle C'=90^\circ$ ，並使 $A'B'=AB$ ， $B'C'=BC$	27
17. 已知: $\text{Rt}\triangle ABC$ ， $\angle C=90^\circ$ ， 求作: $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ ， $\angle C'=90^\circ$ ，並使 $A'B'=AB$ ， $C'A'=CA$	

18. 已知: $\text{Rt}\triangle ABC$, $\angle C=90^\circ$,
求作: $\triangle A'B'C'$, 使 $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ 28
19. 已知: 線段 AB , 求作: 以 O 為心, AB 長度為半徑的圓
20. 已知: 線段 AB , 求作: 以 A 為心, AB 長度為半徑的圓
21. 已知: 線段 AB , 求作: 以 AB 為直徑的圓 O 29
22. 已知: 線段 AB , 求作: 以 AB 為斜邊的等腰直角三角形 ABC
23. 已知: $\triangle ABC$, 求作: 自 $\triangle ABC$ 三邊向外作正方形
24. 已知: $\triangle ABC$, 求作: 自 $\triangle ABC$ 三邊向外作等邊三角形 30
25. 已知: 線段 AB , 求作: 延長 AB 到 C , 使 $BC=AB$
26. 已知: 圓 O 及圓 O 上一點 A ,
求作: (1) 過 A 的直徑 AB ; (2) 垂直於 AB 的半徑 AC 。 31
27. 已知 $\odot O$, 求作 $\odot O$ 的內接正五邊形和外切正五邊形
28. 求作: 一個四邊形及其內切圓 32
29. 已知: $\odot O$ 和 $\odot O'$,
求作: 兩圓的外公切線 AB 和 CD (不妨假設 $\odot O$ 半徑大於 $\odot O'$)
30. 已知: $\odot O$ 和 $\odot O'$,
求作: 兩圓的內公切線 AB 和 CD (不妨假設 $\odot O$ 半徑大於 $\odot O'$) 33
31. 已知: $\odot O$, 求作: $\odot O'$ 與 $\odot O$ 相切
32. 已知: 矩形 $ABCD$,
求作: 一個正方形, 其面積與矩形 $ABCD$ 的面積相等。 34
33. 已知: $\angle XOY=60^\circ$,
求作: 在 OX 、 OY 上各取點 A 、 B 和 C 、 D , 使 $OA = \frac{1}{2}OD$, $OC = \frac{1}{2}OB$
34. 作三角函數的線定義圖 35
35. 作正方形的漸開線 37
36. 平面鏡成像作圖 38
37. 軌跡和動畫的練習 39
38. 作橢圓和雙曲線的軌跡 40
39. 作拋物線的軌跡 41
40. 已知: AB 為 $\odot O$ 的直徑, OC 為任一半徑, $CD \perp AB$; 在 OC 上截取 $OM=CD$;
求作: M 點的軌跡
41. 一條定長滑桿靠在光滑的豎直牆上, 從豎直位置開始向下滑動,
求作: 滑桿中點的軌跡。 42
42. 連桿一端 P 在圓 O 上, 一端 Q 在過 O 的豎直軸上, 當圓 O 滾動(P 點在圓周上滑動)時, Q 點在軸上作上下滑動。 M 為連桿 PQ 上一滑動點;
求作: M 點軌跡。
43. 正弦曲線與圓周運動 43
44. 作圓的漸開線 44

45. 作擺線	45
46. 圓的外擺線	46
47. 圓錐及其母線	47
48. 圓錐的側面展開圖	
49. 圓台及其母線	48
50. 多邊形與圓的面積、周長關係	49
51. 作一平面與兩相交平面同時垂直	50
52. 演示由直角梯形旋轉而產生圓台	51
53. 作一個切去一角的圓台	52
54. 平面與圓錐相截	53
 三. 習題研究	 54
習題研究一	55
習題研究二	58
習題研究三	60
習題研究四	62
習題研究五	65
習題研究六	67
習題研究七	69
習題研究八	71
習題研究九	72
習題研究十	73
習題研究十一	79
習題研究十二	81
 四. 平面幾何實驗教學舉例	 83
例一， 三角形全等的判定(一) (SAS 公理)	84
例二， 三角形全等的判定(三) (SSS 公理)	87
例三， 等腰三角形的基本性質	90
例四， 角平分線的基本性質	93
例五， 線段中垂線性質定理及三角形的外心	96
例六， 平行四邊形的基本性質	99
例七， 矩形、菱形、正方形的基本性質	102
例八， 點的軌跡	105

關於本書

例九， 幾條基本軌跡的圖形	107
例十， 圓周角	111

五. PG_Lab 與 Power Point 配合使用	113
------------------------------	-----

六. 論文與文章

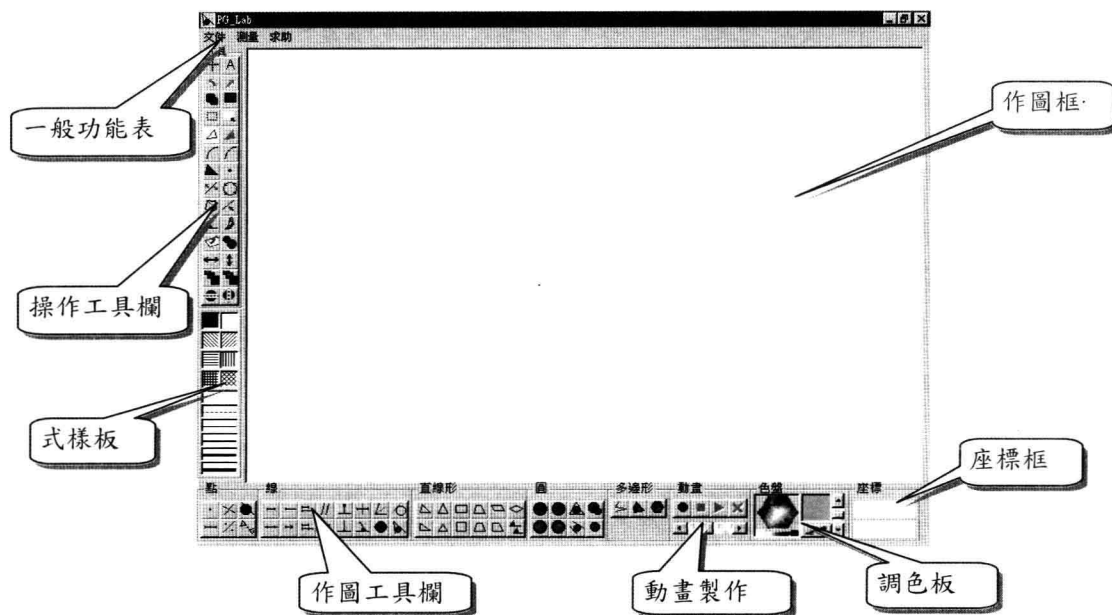
幾何實驗教學與傳統教學之比較--舉例	
1999/10, 澳門學界電腦聯展專題講座	116
數學實驗的學習環境和教學方法	
2000/05, 全球華人計算機教育應用大會, 新加坡	120
數學實驗環境的設計	
2001/04, 粵港澳信息技術教育研討會, 香港	130
從「圖形的性質」談起-動態幾何(Dynamic Geometric)教學	
2002/03, 專題講座, 澳門	138

一.「平面實驗室--PG_Lab」簡介

「平面實驗室—PG_Lab」的操作與一般 Windows 應用軟件基本相同，簡單易學，一般教師只要經過幾小時的入門操作後就可以無師自通地繼續學習下去。

一. 認識用戶界面

「平面實驗室」的用戶界面如下圖所示，整個用戶界面可分為十個部分：



1. 一般功能表

主項	分 項	說 明
文件	開啟新文件	開設一個新文件，內定的文件名是“Blank.pgl”，pgl 是 PG_Lab 文件的擴展名。開啟文件後，在介面的標題欄上標出有文件的名稱。
	開啟舊文件	開啟磁碟中已有的 pgl 文件。開啟文件後，在介面的標題欄上標出有文件的名稱。
	儲存舊文件	開啟的舊文件，若經修改，則需儲存舊文件，儲存舊文件後，磁碟上原有的文件將被覆蓋。
	儲存新文件	一個新文件或舊文件需要另起名稱時，需要儲存新文件，新文件的名稱不要用“Blank.pgl”，以免與內定的空白文件混淆。

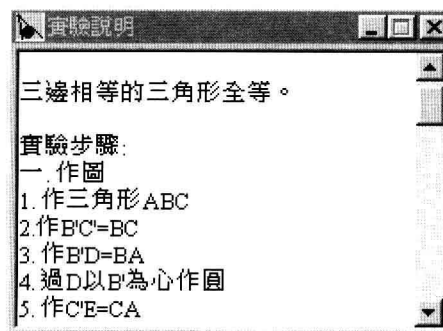
	打印	將作圖框中的圖形整幅地打印出來。
	結束	結束 PG_Lab 的操作，返回 Windows 介面。
測量	鼠標的座標	顯示/關閉鼠標的座標，包括直角座標和極座標。
	線段的長度	測量線段的長度。
	圓或多邊形的周長	測量圓或多邊形的周長。
	圓弧的弧長	測量圓弧的弧長。
	角度(按逆時針方向)	測量角度(按逆時針方向)，範圍是 0° 到 360° 。
	圓或多邊形的面積	測量圓或多邊形的面積
	兩直線是否平行	測量兩直線是否平行
	兩直線是否垂直	測量兩直線是否垂直
	兩點是否成中心對稱	測量兩點是否成中心對稱
	兩點是否成軸對稱	測量兩點是否成軸對稱
	兩線(周長)長度之比	測量兩線段(或周長)長度之比
	兩圖形面積之比	測量兩多邊形(或圓)面積之比
	取消一項測量項	取消某一測量項
	取消全部測量項	取消全部測量項
求助	參考資料	關於 PG_Lab 的目標和功能的介紹。
	實驗說明	是一個文本框，用於編寫有關題目或實驗設計。
	小計算器	調出 Windows 的小計算器，以便作一些輔助計算。
	版本	版本說明。

2. 作圖框

作圖框是 PG_Lab 的主要實驗場所，你可以在圖形框中作圖和進行圖形操作，通過圖形操作進行實驗，探究圖形的幾何性質和圖形的關係，發現或驗證幾何定理，此外你還可以在作圖框內的任意地方輸入簡單的字母、標題或文字說明。

3. 實驗說明

「實驗說明」是一個文本框，你可以在其內輸入簡單的文字文本，作為圖形的說明、實驗步驟的說明、思考和分析的說明、提示的說明等等。在儲存文件時，該等文字說明將會與圖形一塊存入文件。



4. 作圖工具列

PG_Lab 將全部作圖功能以圖標形式放在作圖工具欄中，在作圖工具欄中根據圖標，教師就像「看圖識字」般很輕易地查找到所需的作圖工具。PG_Lab 目前提供了 45 種作圖工具，基本上涵蓋了全部平面幾何教學所需的作圖。這些圖形有點、直