

TONGXINYUANLIQUANCHENGXUEXIZHIDAORYUXITIJINGJIE

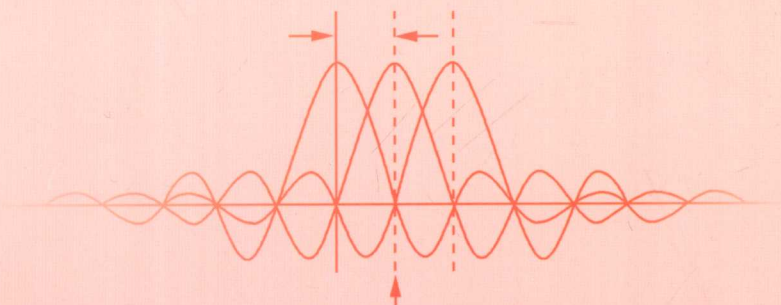
智文
TONGXINYUANLI

通信原理

全程学习指导与习题精解

编著 胡冰新 王 娜 林 莹 刘景夏 张 静

(国防工业第六版)



基础知识归纳 重点难点提示

典型例题解析 课后习题精解



东南大学出版社
Southeast University Press

7A/911
FCX11/161=F

通信原理全程 学习指导与习题精解

(国防工业第六版)

编 著 胡冰新 王 娜 林 莹
刘景夏 张 静



宁波大学00744413-4

东南大学出版社

• 南京 •

内 容 摘 要

本书是与樊昌信主编、国防工业出版社出版的《通信原理》(第6版)一书相配套的辅导用书,涵盖了《通信原理》(第6版)的全部习题,读者可根据需要选择不同的内容进行学习和参考。书中每一章都明确指出了学习目标,总结了学习要点,对重点内容进行了例题解析(少数章节例外),每道习题在解答之前都提供了解题思路,有助于培养读者的推理能力。这些习题涵盖了通信原理的各个基本知识点,许多习题都来源于实际应用,具有较强的针对性。通过对解题过程的学习和锻炼,将会进一步提高读者的科学思维和分析实际问题的能力,增强读者对课程理论的理解和把握,达到拓展思路、举一反三的目标。

本书可作为通信、电子、信息等专业的本、专科学生的自学辅导教材,也可作为相关专业学生的考研辅导用书。

图书在版编目(CIP)数据

通信原理全程学习指导与习题精解/胡冰新等编著.

—南京:东南大学出版社,2012.4

(高等学校经典教材配套辅导丛书)

ISBN 978-7-5641-3386-3

I. ①通… II. ①胡… III. ①通信原理—高等学校—
教学参考资料 IV. ①TN911

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 042307 号

通信原理全程学习指导与习题精解(国防工业第六版)

编 著	胡冰新等	责任编辑	刘 坚 戴季东
电 话	(025)83793329/83362442(传真)	电子邮箱	liu-jian@seu.edu.cn
特约编辑	邱颖萍		
出版发行	东南大学出版社	出 版 人	江建中
社 址	南京市四牌楼 2 号	邮 编	210096
销售电话	(025)83793191/83792174/83792214/83794121/83794174/57711295(传真)		
网 址	www.seupress.com	电子邮箱	press@seupress.com
经 销	全国各地新华书店	印 刷	南京新洲印刷有限公司
开 本	718mm×1005mm 1/16	印 张	14 字 数 320 千
版 次	2012 年 4 月第 1 版第 1 次印刷		
书 号	ISBN 978-7-5641-3386-3		
定 价	25.00 元		

* 未经本社授权,本书内文字不得以任何方式转载、演绎,违者必究。

* 东大版图书若有印装质量问题,请直接与我社营销部联系,电话:025-83791830。

前 言

通信原理主要研究信息的传输、交换及通信网的基本原理、基本概念和基本方法,侧重于信息的传输过程,它主要研究如何建立通信系统的数学模型,详细讲解随机信号分析、信道、模拟调制、数字基带传输、数字调制、模/数转换与传输、最佳接收、纠错编码、伪随机序列、同步和通信网的基础知识。它是通信工程与电子信息类专业的专业基础课程,其先修课程是电路分析基础、信号与系统、模拟电子线路、数字电路等。通信原理还是许多学科专业的研究生考试必考课程,课程地位十分重要。

通信原理课程的一个特点是数学性较强,需要做一定数量的习题,许多知识点只有在做题之后才能理解深刻。为了帮助学生更加系统地掌握通信原理的基本知识和分析方法,熟悉通信原理的解题思路,并抓住重点进行复习和巩固,我们在原编写的《通信原理辅导及习题精解》一书的基础上,基于樊昌信主编的《通信原理》(第6版)编写了本习题精解。选用该教材的原因,是它比较系统而全面地包括了该课程的经典内容,同时又进行了适度延伸,融入了通信、程控交换等领域的较新的技术内容。对基本理论与实际应用的关系处理得当,剪裁合理。其选用习题内容的详略和难度分布均符合学生的学习规律。

本书由胡冰新主编,王娜、林莹、刘景夏、张静参编。其中王娜负责编写了第1章、第3至7章的内容辅导和习题解答,胡冰新负责编写了第8至11章的习题解答、第14章的内容辅导,林莹负责编写了第2、12、13章的内容辅导和习题解答。刘景夏、张静负责编写了第8至11章的内容辅导、第14章的习题解答以及部分内容的审校工作。

衷心感谢南京培生文化传播有限公司的杨传兵老师和东南大学出版社的工作人员,是他们的敬业精神和辛勤工作确保了本书的顺利出版。

虽然我们已经做了许多努力,但限于时间和水平,难免有所错漏和不妥之处,恳请读者不吝斧正。

编 者

目 录

第1章 绪 论

学习目标	1
学习要点	1
例题解析	3
习题精解	4

第2章 确知信号

学习目标	7
学习要点	7
习题精解	11

第3章 随机过程

学习目标	15
学习要点	15
例题解析	20
习题精解	22

第4章 信 道

学习目标	33
学习要点	33
例题解析	38
习题精解	39

第5章 模拟调制系统

学习目标	41
学习要点	41
例题解析	47
习题精解	51

第6章 数字基带传输系统

学习目标	65
学习要点	65
例题解析	72
习题精解	76

第7章 数字带通传输系统

学习目标	93
学习要点	93
例题解析	99
习题精解	101

第 8 章 新型数字带通调制技术

学习目标	115
学习要点	115
习题精解	122

第 9 章 模拟信号的数字传输

学习目标	125
学习要点	125
例题解析	134
习题精解	136

第 10 章 数字信号的最佳接收

学习目标	144
学习要点	144
例题解析	151
习题精解	153

第 11 章 差错控制编码

学习目标	163
学习要点	163
例题解析	170
习题精解	172

第 12 章 正交编码与伪随机序列

学习目标	187
学习要点	187
例题解析	191
习题精解	193

第 13 章 同步原理

学习目标	196
学习要点	196
例题解析	201
习题精解	203

第 14 章 通信网

学习目标	206
学习要点	206
习题精解	213

第 1 章 绪 论

学习目标

熟练掌握通信系统的组成,熟悉通信系统的模型;掌握通信系统的分类方法以及三种通信方式,理解串行传输和并行传输的概念;重点把握信息的含义,掌握信息量的定义及其单位,了解信息熵的概念;熟悉通信系统的性能指标:有效性、可靠性。

学习要点

一、通信的基本概念

通信按照传统的理解就是信息的传输与交换;通信原理主要讨论信息的传输、交换及通信网基本原理。

二、通信系统的组成

1. 通信系统模型

基本的点对点通信均是把发送端消息通过某种信道传递到接收端,可由图 1-1 中模型加以概括。



图 1-1 通信系统的简化模型

2. 模拟通信与数字通信系统模型

我们把信道中传输模拟信号的系统称为模拟通信系统,可由图 1-2 中模型加以概括。

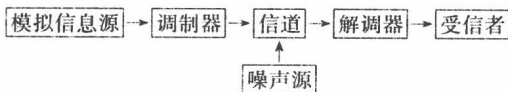


图 1-2 模拟通信系统模型

信道中传输数字信号的系统,称为数字通信系统,并可进一步细分为数字频带通信系统、数字基带通信系统和模拟信号数字化通信系统。

数字通信的基本特征是,它传输的信号是“离散”的。

数字通信的优点包括:

- (1) 抗干扰能力强;
- (2) 传输差错可以控制,改善了传输质量;
- (3) 便于使用现代数字信号处理技术来对数字信息进行处理;
- (4) 数字信息易于做加密处理,更加安全;
- (5) 数字通信可以综合传递多种消息,功能较强。

数字通信的突出问题包括:

- (1) 差错控制编码需要增加系统设备:编码器与解码器;
- (2) 在保密通信时,接收端需要进行解密,增加了系统复杂度;
- (3) 存在同步问题,实现难度大;
- (4) 频带利用率较低。

数字通信系统的模型可由图 1-3 的模型加以概括。

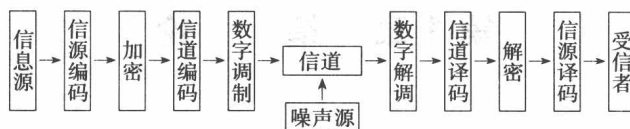


图 1-3 数字通信系统模型

三、通信系统的分类

通信系统有不同的分类方法。包括：

- (1) 按消息的物理特征分为电报、电话、数据、图像等通信系统；
- (2) 按调制方式分为基带传输和频带(调制)传输；
- (3) 按信号特征分为模拟和数字通信系统两类；
- (4) 按传输媒介可分为有线(包括光纤)和无线两类；
- (5) 按信号复用方式分类可分为频分复用、时分复用和码分复用。

四、通信系统的通信方式

按消息传送的方向与时间关系,通信方式可分为单工通信、半双工通信和全双工通信三种。如图 1-4 所示。

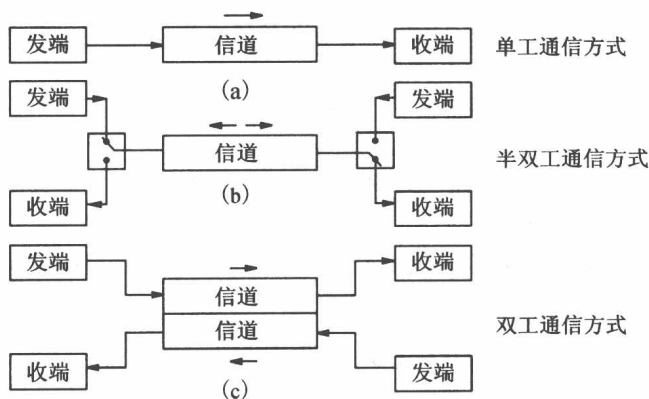


图 1-4 通信方式示意图

在数字通信中,按照数字信号码元排列方法不同,有串行传输与并行传输之分。

所谓串行传输,是将数字信号码元序列按时间顺序一个接一个地在信道中传输的方式,如果将代表信息的数字信号序列分割成两路或两路以上的数字信号序列同时在信道上传输,则称为并行传输。如图 1-5 所示。

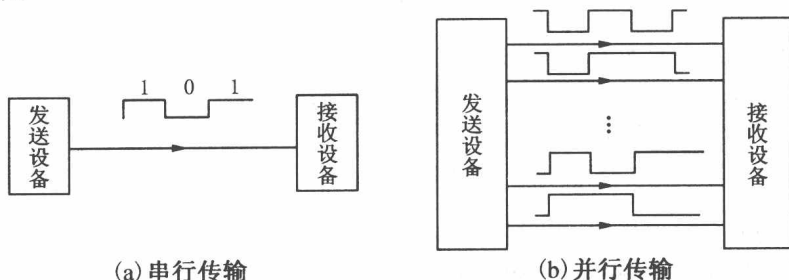


图 1-5 串行和并行方式传输

按通信网络形式分,包括点对点方式,分支方式与交换方式。

五、信息及其度量

1. 信息的含义

信息可被理解为消息中包含的有意义的内容。

2. 信息量

消息 x 所含的信息量 I 可定义为

$$I = \log_a \frac{1}{P(x)} = -\log_a P(x) \quad (1)$$

$P(x)$ 是消息 x 出现的概率。

信息量的单位包括: 比特(对数底 $a=2$ 时)、奈特(对数底 $a=e$ 时)和哈特莱(对数底为 $a=10$ 时)。

3. 信息源的熵

设离散信息源是一个由 n 个符号组成的集合, 其中各符号出现的概率为

$$\begin{bmatrix} x_1, & x_2, & \cdots & x_n \\ P(x_1), & P(x_2), & \cdots & P(x_n) \end{bmatrix}$$

且有 $\sum_{i=1}^n P(x_i) = 1$, 则平均信息量(又称为信息源的熵)为

$$H(x) = -\sum_{i=1}^n P(x_i) \log_2 P(x_i) \text{ (bit/符号)}$$

连续信息源的平均信息量(相对熵)为

$$H_1(x) = -\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \log_e f(x) dx \quad (2)$$

式中 $f(x)$ 为连续消息出现的概率密度函数。

六、通信系统的主要性能指标

1. 有效性: 指通信系统传输消息的“速率”问题, 包括传码率, 传信率及二者的互换关系、多进制与二进制传输速率之间的关系等。

2. 可靠性: 指通信系统传输消息的“质量”问题, 包括码元差错率和信息差错率。

3. 适应性: 指通信系统适用的环境条件。

4. 经济性: 指系统的成本问题。

5. 保密性: 指系统对所传信号的加密措施, 这点对军用系统更为重要。

6. 标准性: 指系统的接口、结构及协议是否符合国家、国际标准。

7. 维修性: 指系统是否维修方便。

8. 工艺性: 指通信系统各种工艺要求是否合格。

其中通信的有效性和可靠性将是主要的矛盾所在。

例题解析

例 1-1 已知二进制数字信号每个码元占有的时间为 1 ms , $1, 0$ 码元等概出现, 求: (1) 码元速率; (2) 每秒钟的信息量; (3) 信息速率。

【解题思路】 对于二进制信号, 码元速率 $R_{B2} = \frac{1}{T_b} \text{ (B)}$,

一个码元包含的信息量 $I = \log_2 2 = 1 \text{ (bit)}$

每秒钟的信息量即为信息速率 $R_{B2} = (\log_2 2) \cdot R_{B2} = R_{B2} \text{ (bit/s)}$

【解】 由分析可求得:

$$(1) \text{ 码元速率 } R_{B2} = \frac{1}{T_b} = \frac{1}{1 \text{ ms}} = 1000 \text{ (B)}$$

$$(2) \text{ 每秒的信息量} = \text{信息速率} = R_{B2} = 1000 \text{ (bit/s)}$$

即对于二进制数字信号,其信息速率和码元速率两者在数值上相等,只是单位不同而已。

例 1-2 已知八进制数字信息的码元速率为 1 000 B,且各种码元等概出现,求:(1) 每个码元的信息量;(2) 信息速率。

【解题思路】 (1) 对于八进制信号,各码元等概出现时,每个码元含有的信息量为 $I_8 = \log_2 8 = 3(\text{bit})$

(2) 其信息速率 $R_{I8} = (\log_2 8) \cdot R_{B8}$

【解】 由分析可求得

(1) 每个码元的信息量为 $I = 3(\text{bit})$

(2) 信息速率为 $R_{I8} = 3 \cdot R_{B8} = 3\,000(\text{bit/s})$

例 1-3 一个二进制数字通信系统,码元速率为 10 000 B,连续发送 1 小时以后,接收端收到的错码为 10 个,求误码率 P_e 。

【解题思路】 误码率 $P_e = \lim_{n_B \rightarrow \infty} \frac{n_{di}(\text{差错码元数})}{n_B(\text{传输的码元总数})}$

【解】 1 小时传输的码元总数为

$$n_B = 10\,000 \times 3\,600 = 3.6 \times 10^7$$

则误码率为

$$P_e = \frac{n_{di}}{n_B} = \frac{10}{3.6 \times 10^7} \approx 2.78 \times 10^{-7}$$

习题精解

题 1-1 设英文字母 e 出现的概率为 0.105, x 出现的概率为 0.002。试求 e 及 x 的信息量。

【解题思路】 利用信息量的定义式求解。(见教材式 1.4-2)

【解】 e 的信息量

$$I = \log_2 \frac{1}{P(e)} = -\log_2 0.105 = 3.25 \text{ bit}$$

x 的信息量

$$I = \log_2 \frac{1}{P(x)} = -\log_2 0.002 = 8.97 \text{ bit}$$

题 1-2 某信息源的符号集由 A, B, C, D 和 E 组成,设每一符号独立出现,其出现概率分别为 1/4, 1/8, 1/8, 3/16 和 5/16。试求该信息源符号的平均信息量。

【解题思路】 平均信息量又称为信息源的熵,可利用其定义式求解。(见教材式 1.4-6)

$$\begin{aligned} \text{【解】 } H &= \frac{1}{4} \log_2 \left(1/\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8} \log_2 \left(1/\frac{1}{8}\right) + \frac{1}{8} \log_2 \left(1/\frac{1}{8}\right) + \frac{3}{16} \log_2 \left(1/\frac{3}{16}\right) + \frac{5}{16} \log_2 \left(1/\frac{5}{16}\right) \\ &= \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{8} \times 3 \times 2 + \frac{3}{16} \times \log_2 \frac{16}{3} + \frac{5}{16} \log_2 \frac{16}{5} \\ &= 0.5 + 0.75 + 0.453 + 0.524 \\ &= 2.23 \text{ bit/符号} \end{aligned}$$

题 1-3 设有四个符号,其中前三个符号的出现概率分别为 1/4, 1/8, 1/8, 且各符号的出现是相对独立的。试计算该符号集的平均信息量。

【解题思路】 根据已知条件,第四个符号出现的概率为 $1 - 1/4 - 1/8 - 1/8 = 1/2$,利用熵的定义式求解:

$$\begin{aligned} \text{【解】 } H &= \frac{1}{4} \log_2 \left(1/\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8} \log_2 \left(1/\frac{1}{8}\right) + \frac{1}{8} \log_2 \left(1/\frac{1}{8}\right) + \frac{1}{2} \log_2 \left(1/\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{8} \times 3 \times 2 + \frac{1}{2} = 1.75 \text{ bit/符号} \end{aligned}$$

题 1-4 一个由字母 A, B, C, D 组成的字。对于传输的每一个字母用二进制脉冲编码 00 代替 A, 01 代替 B, 10 代替 C, 11 代替 D, 每个脉冲宽度为 5 ms。

(1) 不同的字母是等可能出现时, 试计算传输的平均信息速率;

(2) 若每个字母出现的可能性分别为

$$P_A = \frac{1}{5}, P_B = \frac{1}{4}, P_C = \frac{1}{4}, P_D = \frac{3}{10}$$

试计算传输的平均信息速率。

【解题思路】 平均信息速率(bit/s) = 平均信息量(bit/符号) × 符号传输速率(符号/s)。

【解】 (1) 不同字母等概出现时, 平均信息量为

$$H = \log_2 \left(1 / \frac{1}{4} \right) = \log_2 4 = 2 \text{ (bit/符号)}$$

由题可知系统为四进制, 一个符号用两个二进制脉冲表示, 因此符号传输速率为

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5 \text{ ms}} = 100 \text{ (符号/s)}$$

故有平均信息速率为 $2 \times 100 = 200 \text{ (bit/s)}$ 。

(2) 同上, 先得平均信息量为

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{5} \log_2 \left(1 / \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{4} \log_2 \left(1 / \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{4} \log_2 \left(1 / \frac{1}{4} \right) + \frac{3}{10} \log_2 \left(1 / \frac{3}{10} \right) \\ &= 0.464 + \frac{1}{4} \times 2 \times 2 + 0.521 = 1.985 \text{ (bit/符号)} \end{aligned}$$

故有平均信息速率为

$$1.985 \times 100 = 198.5 \text{ (bit/s)}$$

题 1-5 国际莫尔斯电码用“点”和“划”的序列发送英文字母, “划”用持续 3 个单位的电流脉冲表示, “点”用持续 1 个单位的电流脉冲表示, 且“划”出现的概率是“点”出现概率的 1/3。

(1) 计算“点”和“划”的信息量;

(2) 计算“点”和“划”的平均信息量。

【解题思路】 利用信息量和熵的定义式求解。(见教材式 1.4-2 和 1.4-6)

【解】 (1) 由题意可知, “划”出现的概率 $P_1 = \frac{1}{4}$, 故“划”的信息量

$$I_1 = \log_2 (1 / P_1) = \log_2 4 = 2 \text{ (bit)}$$

“点”出现的概率 $P_2 = \frac{3}{4}$, 故“点”的信息量

$$I_2 = \log_2 (1 / P_2) = \log_2 \frac{4}{3} = 0.415 \text{ (bit)}$$

(2) 平均信息量

$$H = P_1 \log_2 (1 / P_1) + P_2 \log_2 (1 / P_2) = \frac{1}{4} \times 2 + \frac{3}{4} \times 0.415 = 0.811 \text{ (bit/符号)}$$

题 1-6 设一信息源的输出由 128 个不同符号组成。其中 16 个出现的概率为 1/32, 其余 112 个出现的概率为 1/224。信息源每秒发出 1 000 个符号, 且每个符号彼此独立。试计算该信息源的平均信息速率。

【解题思路】 平均信息速率 = 平均信息量 × 符号传输速率。

【解】 由题意可知平均信息量

$$\begin{aligned} H &= 16 \times \frac{1}{32} \log_2 \left(1 / \frac{1}{32} \right) + 112 \times \frac{1}{224} \log_2 \left(1 / \frac{1}{224} \right) \\ &= \frac{1}{2} \log_2 32 + \frac{1}{2} \log_2 224 = 2.5 + 3.904 = 6.404 \text{ (bit/符号)} \end{aligned}$$

又知信源每秒发出 1 000 个符号,故可得平均信息速率为

$$H \times 1\,000 = 6.404 \times 10^3 \text{ (bit/s)}$$

题 1-7 设一数字传输系统传送二进制码元的速率为 2 400 B,试求该系统的信息速率;若该系统改为传送 16 进制信号码元,码元速率不变,则这时的系统信息速率为多少(设各码元独立等概率出现)?

【解题思路】 根据信息传输速率的定义求解。(见教材式 1.5-2)

【解】 由于 $R_b = R_B \log_2 M$,当采用二进制传输时 $R_b = R_B \log_2 2 = 2\,400 \text{ (bit/s)}$

当采用 16 进制传输时 $R_b = R_B \log_2 16 = 2\,400 \times 4 = 9\,600 \text{ (bit/s)}$

题 1-8 若题 1-2 中信息源以 1 000 B 速率传送信息。

(1) 试计算传送 1 h 的信息量;

(2) 试计算传送 1 h 可能达到的最大信息量。

【解题思路】 平均信息速率=平均信息量×码元速率,其中平均信息量的最大值发生在每一符号等概率出现时。

【解】 由题 1-2 可知,平均信息量

$$H = 2.23 \text{ (bit/符号)}$$

又由题可知码元速率为

$$R_B = 1\,000 \text{ (B)}$$

故有平均信息速率为

$$R_b = H \times R_B = 2.23 \times 10^3 \text{ (bit/s)}$$

传送 1 h 的信息量为

$$I = 3\,600 \times 2.23 \times 10^3 = 8.028 \times 10^6 \text{ (bit)}$$

要达到最大信息量,必然要每个符号等概率出现,此时平均信息量

$$H = \log_2 5 = 2.32 \text{ (bit/符号)}$$

同上可得传送 1 h 的最大信息量为

$$I = 3\,600 \times 2.32 \times 10^3 = 8.352 \times 10^6 \text{ (bit)}$$

题 1-9 如果二进制独立等概信号的码元宽度为 0.5 ms,求 R_B 和 R_b ;若改为四进制信号,码元宽度不变,求传码率 R_B 和独立等概时的传信率 R_b 。

【解题思路】 二进制下独立等概信号满足式 $R_b = R_B$ 。

四进制下独立等概信号满足式 $R_b = R_{B4} \log_2 4 = 2R_{B4}$ 。

【解】 二进制下独立等概信号有:

$$R_B = \frac{1}{0.5 \text{ ms}} = 2\,000 \text{ (B)}$$

$$R_b = 2\,000 \text{ (bit/s)}$$

四进制下独立等概信号有:

$$R_{B4} = \frac{1}{0.5 \text{ ms}} = 2\,000 \text{ (B)}$$

$$R_b = 2R_{B4} = 2 \times 2\,000 = 4\,000 \text{ (bit/s)}$$

题 1-10 已知某四进制数字传输系统的传信率为 2 400 bit/s,接收端在 0.5 h 内共收到 216 个错误码元,试计算该系统的误码率 P_e 。

【解题思路】 根据误码率的定义求解。(见教材式 1.5-6)

【解】 0.5 h 内传送码元个数为: $R_B \cdot t = \frac{R_b}{\log_2 M} \cdot t = \frac{2\,400}{\log_2 4} \times 0.5 \times 3\,600 = 2.16 \times 10^6 \text{ (个)}$

$$\text{误码率为: } P_e = \frac{\text{错误码元数}}{\text{传输总码元数}} = \frac{216}{2.16 \times 10^6} = 10^{-4}$$

第2章 确知信号

学习目标

掌握确知信号的分类及其特征;掌握确知信号的频率特性;掌握确知信号频域分析法和频谱的概念;掌握确知信号时域性质和分析方法。重点掌握频谱的概念,周期信号频谱 C_n 的特点和意义,傅里叶变换特性的物理内涵,相关函数的定义和性质, $\delta(t)$ 函数。

学习要点

按时间函数的确定性划分,信号可分为确知信号和随机信号两类。确知信号是指一个表示确定的时间函数的信号。如正弦信号、周期脉冲信号。随机信号则与之不同,通常只知道它取某一数值的概率,如噪声信号等。

一、确知信号的类型

按信号(函数)的周期性划分,确知信号可以分为周期信号与非周期信号。

周期信号指一个每隔一定时间 T_0 ,周而复始且无始无终的信号,它的表达式为:

$$s(t) = s(t + T_0), \quad -\infty < t < \infty \quad (1)$$

满足此式的最小 T_0 值称为信号的周期。

非周期信号在时间上不具周而复始的特征。

按能量是否有限区分,信号又可以分为能量信号和功率信号。

信号可看作是随时间变化的电压或电流,信号 $s(t)$ 在 $1\ \Omega$ 电阻上的瞬时功率为 $s^2(t)$,信号的总能量为:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt \quad (2)$$

信号的平均功率为:

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t) dt \quad (3)$$

上两式中,被积函数都是 $s(t)$ 的平方,所以信号能量和信号功率都是非负实数。

若信号 $s(t)$ 的能量 $0 < E < \infty$,此时 $P = 0$,称此信号为能量有限信号,简称能量信号。

若信号 $s(t)$ 的功率 $0 < P < \infty$,此时 $E = \infty$,称此信号为功率有限信号,简称功率信号。

信号 $s(t)$ 还可以是一个既非功率信号,又非能量信号,如单位斜坡信号就是一个例子。但一个信号不可能同时既是功率信号,又是能量信号。

二、确知信号的频域性质

确知信号的频域性质,即频率特性,由其各个频率分量的分布表示。信号的频率特性有四种:功率信号的频谱、能量信号的频谱密度、能量信号的能量谱密度和功率信号的功率谱密度。

1. 功率信号的频谱

设信号 $s(t)$ 的周期为 T_0 ,若满足狄利克雷条件,则可展开成如下的傅里叶级数:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j2\pi n t / T_0} \quad (4)$$

其中: $C_n = C(nf_0) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} s(t) e^{-j2\pi n f_0 t} dt$, 式中 $f_0 = 1/T_0$,称为信号的基频,基频的 n 倍(n 为整

数, $-\infty < n < \infty$) 称为 n 次谐波频率。

当 $n=0$ 时, 有

$$C_0 = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t) dt \quad (5)$$

它是信号 $s(t)$ 的时间平均值, 即直流分量。

一般来说, 频谱函数 $C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) e^{-j2\pi n f_0 t} dt$ 是一个复数, 称其为信号的频谱。 C_n 可记为:

$$C_n = |C_n| e^{j\theta_n} \quad (6)$$

其中, $|C_n|$ 为频率 $n f_0$ 的信号分量的振幅; θ_n 为频率 $n f_0$ 的信号分量的相位。

对于物理可实现的实信号, 有

$$C_{-n} = C_n^* \quad (7)$$

即频谱函数的正频率部分和负频率部分间存在复数共轭关系。负频谱和正频谱的模是偶对称的, 相位是奇对称的, 如图 2-1 所示。

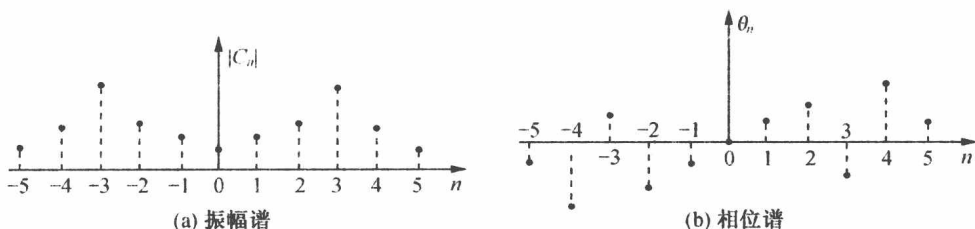


图 2-1 周期性信号的频谱

周期实信号还可表示为:

$$\begin{aligned} s(t) &= C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(2\pi n t / T_0) + b_n \sin(2\pi n t / T_0)] \\ &= C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [\sqrt{a_n^2 + b_n^2} \cos(2\pi n t / T_0 + \theta_n)] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{其中, } \theta_n = -\arctan(b_n / a_n) \quad (9)$$

2. 能量信号的频谱密度

设一个能量信号为 $s(t)$, 则将其傅里叶变换 $S(f)$ 定义为它的频谱密度:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (10)$$

而 $S(f)$ 的逆傅里叶变换就是原信号:

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j2\pi f t} df \quad (11)$$

能量信号的频谱密度 $S(f)$ 和周期性功率信号的频谱 C_n 的主要区别有两点: 第一, $S(f)$ 是连续谱, C_n 是离散谱; 第二, $S(f)$ 的单位是伏/赫 (V/Hz), 而 C_n 的单位是伏 (V)。能量信号的能量有限, 并分布在连续频率轴上, 所以在每个频率点 f 上信号的幅度是无穷小; 只有在一段频率间隔 df 上才有确定的非零振幅。功率信号的功率有限, 但能量无限, 它在无限多的离散频率点上有确定的非零振幅。在针对能量信号讨论问题时, 我们也常把频谱密度简称为频谱; 这时在概念上不要把它和周期信号的频谱相混淆。

实能量信号的频谱密度和实功率信号的频谱有一个共同的特性, 即其负频谱和正频谱的模偶对称, 相位奇对称。这可以从式⑪看出:

$$\int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j2\pi f t} dt = \left[\int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{j2\pi f t} dt \right]^* \quad S(f) = [s(-f)]^* \quad (12)$$

3. 能量信号的能量谱密度

设一个能量信号 $s(t)$ 的能量为 E , 则此信号的能量由下式决定:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt \quad (13)$$

若此信号的傅里叶变换(即频谱密度)为 $S(f)$, 则由巴塞伐尔(Parseval)定理得知:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df \quad (14)$$

式⑭表示 $|S(f)|^2$ 在频率轴 f 上的积分等于信号能量, 所以称 $|S(f)|^2$ 为能量谱密度, 它表示在频率 f 处宽度为 df 的频带内的信号能量, 或者也可以看作是单位频带内的信号能量。式⑭可以改写为

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) df \quad (15)$$

其中

$$G(f) = |S(f)|^2 \quad (\text{J/Hz}) \quad (16)$$

为能量谱密度。

由于信号 $s(t)$ 是一个实函数, 所以 $|S(f)|$ 是一个偶函数。因此, 式⑮可以写为

$$E = 2 \int_0^{\infty} G(f) df \quad (17)$$

4. 功率信号的功率谱密度

将信号 $s(t)$ 截短为长度等于 T 的一个截短信号, 利用傅里叶变换求出其能量谱密度 $|S_T(f)|^2$, 并由巴塞伐尔定理有

$$E = \int_{-T/2}^{T/2} s_T^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |S_T(f)|^2 df \quad (18)$$

定义信号的功率谱密度为:

$$P(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |S_T(f)|^2 \quad (19)$$

信号功率则等于:

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |S_T(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} P(f) df \quad (20)$$

若此功率信号具有周期性, 则可将 T 选作等于 T_0 , 有:

$$P = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s^2(t) dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_n|^2 \quad (21)$$

式中: C_n 为此周期信号的傅里叶级数的系数。若 f_0 是此信号的基波频率, 则 C_n 是此信号的第 n 次谐波(其频率为 nf_0)的振幅; $|C_n|^2$ 为第 n 次谐波的功率, 可以称为信号的(离散)功率谱。

若我们仍希望用连续的功率谱密度表示此离散谱, 则可以利用 δ 函数将式⑳表示为

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} |C(f)|^2 \delta(f - nf_0) df \quad (22)$$

其中 $C(f) = \begin{cases} C_n & f = nf_0 \\ 0 & \text{其他处} \end{cases}$

式㉒中的被积因子就是此信号的功率谱密度 $P(f)$, 即

$$P(f) = |C(f)|^2 \delta(f - nf_0) \quad (23)$$

而

$$|C(f)|^2 \delta(f - nf_0) df = P(f) df \quad (24)$$

就是在频率间隔 df 内信号的功率。

三、确知信号的时域性质

确知信号在时域中的性质主要有自相关函数和互相关函数。

1. 能量信号的自相关函数

能量信号 $s(t)$ 的自相关函数的定义为:

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)s(t+\tau)dt \quad -\infty < \tau < \infty \quad (25)$$

$$R(\tau) \text{ 是 } \tau \text{ 的偶函数, 即 } R(\tau) = R(-\tau) \quad (26)$$

能量信号的自相关函数的傅里叶变换就是其能量谱密度。反之, 能量信号的能量谱密度的逆傅里叶变换就是能量信号的自相关函数:

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau = S(f)S(-f) = [A(f) + jB(f)][A(f) - jB(f)] = A^2(f) + B^2(f) = |S(f)|^2 \quad (27)$$

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 e^{j2\pi f\tau} df \quad (28)$$

$R(\tau)$ 和 $|S(f)|^2$ 构成一对傅里叶变换。

2. 功率信号的自相关函数

功率信号 $s(t)$ 的自相关函数的定义为:

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t)s(t+\tau)dt \quad -\infty < \tau < \infty \quad (29)$$

当 $\tau=0$ 时, 功率信号的自相关函数 $R(0)$ 等于信号的平均功率:

$$R(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t)dt = P \quad (30)$$

功率信号的自相关函数是偶函数,

周期性功率信号的自相关函数 $R(\tau)$ 和其功率谱密度 $P(f)$ 之间是一对傅里叶变换:

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} P(f)e^{j2\pi f\tau}df \quad (31)$$

$$P(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau \quad (32)$$

3. 能量信号的互相关函数

两个能量信号 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 的互相关函数的定义为:

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t)s_2(t+\tau)dt \quad -\infty < \tau < \infty \quad (33)$$

互相关函数反映了一个信号和延迟 τ 后的另一个信号间相关的程度。互相关函数 $R_{12}(\tau)$ 和时间 t 无关, 只和时间差 τ 有关。互相关函数和两个信号相乘的前后次序有关, 有

$$R_{21}(\tau) = R_{12}(-\tau) \quad (34)$$

互相关函数和信号能量谱密度是一对傅里叶变换:

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{12}(f)e^{j2\pi f\tau}df \quad (35)$$

$$S_{12}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{12}(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau \quad (36)$$

4. 功率信号的互相关函数

两个功率信号 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$ 的互相关函数的定义为:

$$R_{12}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_1(t)s_2(t+\tau)dt \quad -\infty < \tau < \infty \quad (37)$$

功率信号互相关函数 $R_{12}(\tau)$ 和时间 t 无关, 只和时间差 τ 有关。互相关函数和两个信号相乘的前后次序有关, 有

$$R_{21}(\tau) = R_{12}(-\tau) \quad (38)$$

若两个周期性功率信号的周期相同, 则其互相关函数的定义可以写为:

$$R_{12}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_1(t)s_2(t+\tau)dt \quad -\infty < \tau < \infty \quad (39)$$

功率信号的互相关函数和其功率谱密度之间也有傅里叶变换关系:

$$R_{12}(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{12} e^{j2\pi n f_0 \tau} \quad (40)$$

式中: $C_{12} = (C_n)_1^* (C_n)_2$, 称为信号的互功率谱。

式(40)表示, 功率信号的互功率谱 C_{12} 是其互相关函数 $R(\tau)$ 的傅里叶级数的系数。若用傅里叶变换表示, (原书为式 2.3-29) 式(40)可以改写为

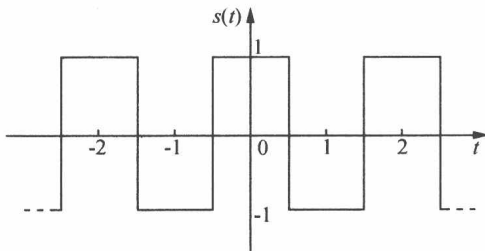
$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} C_{12}(f) \delta(f - n f_0) e^{j2\pi n f_0 \tau} df \quad (41)$$

式中: $C_{12}(f) \delta(f - n f_0) df = C_{12}$

习题精解

题 2-1 试证明题图 2-1 中周期性信号可以展开为

$$s(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \cos(2n+1)\pi t$$



题图 2-1 信号 $s(t)$ 的波形

【解题思路】 根据信号的函数, 代入公式 $C_n = C(n f_0) = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} s(t) e^{-j2\pi n f_0 t} dt$ 得信号频谱, 然后将

C_n 代入公式 $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j2\pi n t / T_0}$, 得到信号频谱的傅里叶级数。

【证明】 取信号周期区间为 $-\frac{1}{2} \leq t \leq \frac{3}{2}$, 周期为 $T_0 = 2$,

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} s(t) e^{-j2\pi n f_0 t} dt = \frac{1}{2} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} s(t) e^{-j2\pi n f_0 t} dt = \frac{1}{2} \left[\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} e^{-j2\pi n f_0 t} dt - \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} e^{-j2\pi n f_0 t} dt \right] \\ &= -\frac{1}{j2n\pi} [e^{-j\pi \frac{n}{2}} - e^{j\pi \frac{n}{2}}] - \frac{1}{-j2n\pi} [e^{-j3\pi n/2} - e^{-j\pi n/2}] \\ &= \frac{1}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) - \frac{1}{n\pi} e^{-j\pi n} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \\ &= \frac{1}{n\pi} [1 - \cos(n\pi)] \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) = \begin{cases} \frac{2}{n\pi} & n=4k+1 \\ -\frac{2}{n\pi} & n=4k+3 \\ 0 & n=\text{偶数} \end{cases} \end{aligned}$$

将 C_n 代入 $s(t)$ 表达式中, 得 $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j2\pi n t / T_0}$

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{\pi} (e^{j\pi t} + e^{-j\pi t}) - \frac{2}{3\pi} (e^{j3\pi t} + e^{-j3\pi t}) + \frac{2}{5\pi} (e^{j5\pi t} + e^{-j5\pi t}) - \dots \\ &= \frac{4}{\pi} \cos(\pi t) - \frac{4}{3\pi} \cos(3\pi t) + \frac{4}{5\pi} \cos(5\pi t) - \dots \end{aligned}$$