根据教育部《国家课程标准》编写

LongMen

龙门专题

优秀畅销书奖

初中数学

三角形与四边形

本册作者　张运良

龍門書局 | 龙门品牌 · 学子至爱
www.longmenbooks.com

龙门专题

初中数学

初中化学

初中英语

初中物理

初中语文

思想方法系列

（高中图书目录参见封三）

ISBN 978-7-5088-2578-6
9 787508 825786 01 >
定价：19.00元

龙门专题

三角形与四边形

初中数学

本册作者 张运良

龍門書局
北京

图书在版编目(CIP)数据

龙门专题：新课标．初中数学．三角形与四边形/张运良本册作者．—修订版．—北京：龙门书局，2010

ISBN 978-7-5088-2578-6

Ⅰ．龙…　Ⅱ．张…　Ⅲ．数学课—初中—教学参考资料　Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 154153 号

责任编辑：王　乐　刘　婷　/封面设计：耕　者

龍門書局出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
www.longmenbooks.com
北京龙兴印刷厂印刷
科学出版社总发行　　各地书店经销

*

2010 年 8 月第　一　版　　开本：A5(890×1240)
2012 年 1 月第四次印刷　　印张：9 1/2
字数：312 000

定　价：19.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前 言

《龙门专题》自2001年面世以来，历经十年的风雨锤炼，套书总销量超2000万册，单品销量过100万册，稳居专题类首位，成为教辅图书中的一枝“奇葩”。

《龙门专题》能够在十年当中屹立不倒，竞争产品众多，但从未被超越，这是它独特的策划理念和定位所决定的。套书特性如下：

1. 独特的产品定位

与同步教辅不同，《龙门专题》定位在专题突破，在抓教材、抓基础的同时，侧重抓能力、抓素质。它以知识板块为分册依据，每本书针对一个板块，满足学生在这个板块上的学习需求。

在受众选择上，它定位于中等及中等以上的学生，在高度、深度和难度上都适当提高，满足这部分学生深入探究知识的需求。清晰准确的定位，使得《龙门专题》功能明确，读者清晰，这是《龙门专题》策划成功的前提和重要因素。

2. 别具的策划理念

《龙门专题》策划组根据多年中高考的动向以及教学改革的动态，再参考教材使用变化情况和学生需求，打破教材、版本、年级的限制，同时也打破了同步讲解类图书的编写模式，鲜明地提出“专题”的编写理念，在课程标准、考试大纲的基础上，创造性提出以知识板块为核心的编写理念，开辟了教辅市场专题类策划的先河。

考虑到学生参加中高考的现实需求，也照顾到对培养学生探究、应用能力和素质的需要，在栏目策划上，把“基础”和“能力”进行了分层，“基础篇”以教材为中心侧重夯实学生的基础，“能力篇”则侧重方法思维的培养、能力的提高以及与中高考的对接上。

3. 与时俱进，不断革新

图书的创新改革是其生命延伸的根本动力和源泉。只有不断地与时俱进才能够适应市场，适应读者的需求，在竞争中取得绝对的优势。《龙门专题》在这些年中，根据环境的变化而变化，但是“万变不离其宗”，一直秉承着专题的特色，并且不断地丰富、革新它的内容，使得这套书始终焕发着活力。

《龙门专题》是本着“授人以鱼，只供一饭之需；授人以渔，则一生受用无穷”的宗旨而编写的。套书包括高中九大学科，初中数学、物理、化学、语文、英语五大学科，共计89个品种。

十年的倾心打造，对细节和品质近乎偏执地追求完美，铸造了《龙门专题》这饱蕴汗水和智慧的甘果。为更多的学子提供帮助是我们最大的愿望与期待。

《龙门专题》策划组

2011年8月

初中专题栏目框架一览

（数理化）

1 知识点精析

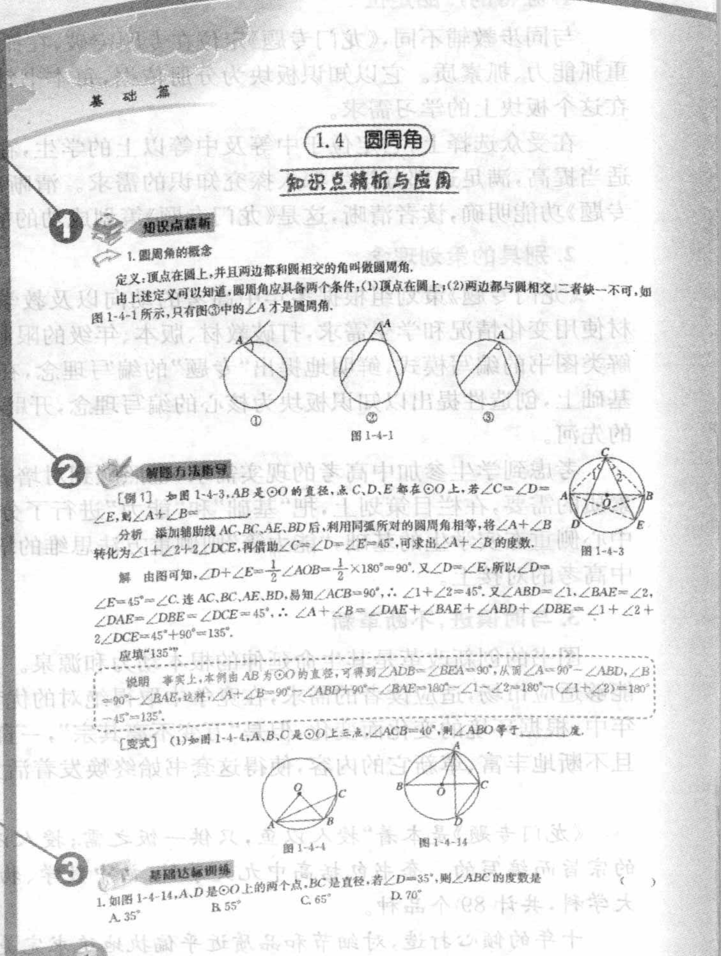
基础知识梳理，知识点科学、系统整理，教材有效补充

2 解题方法指导

题型分类剖析，归纳解题技巧，一题多解，一式多变

3 基础达标训练

紧扣知识点，阶梯训练，题型全面，夯实基础



基 础 篇

1.4 圆周角

知识点精析与应用

① 知识点精析

1. 圆周角的概念

定义：顶点在圆上，并且两边都和圆相交的角叫做圆周角.

由上述定义可以知道，圆周角应具备两个条件：(1)顶点在圆上；(2)两边都与圆相交. 二者缺一不可，如图 1-4-1 所示，只有图③中的$\angle A$才是圆周角.

① ② ③

图 1-4-1

② 解题方法指导

［例1］ 如图 1-4-3，AB是$\odot O$的直径，点C、D、E都在$\odot O$上，若$\angle C=\angle D=\angle E$，则$\angle A+\angle B=$______.

图 1-4-3

分析 添加辅助线AC、BC、AE、BD后，利用同弧所对的圆周角相等，将$\angle A+\angle B$转化为$\angle 1+\angle 2+2\angle DCE$，再借助$\angle C=\angle D=\angle E=45^\circ$，可求出$\angle A+\angle B$的度数.

解 由图可知，$\angle D+\angle E=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$. 又$\angle D=\angle E$，所以$\angle D=\angle E=45^\circ=\angle C$. 连$AC$、$BC$、$AE$、$BD$，易知$\angle ACB=90^\circ$，$\therefore \angle 1+\angle 2=45^\circ$. 又$\angle ABD=\angle 1$，$\angle BAE=\angle 2$，$\angle DAE=\angle DBE=\angle DCE=45^\circ$，$\therefore \angle A+\angle B=\angle DAE+\angle BAE+\angle ABD+\angle DBE=\angle 1+\angle 2+2\angle DCE=45^\circ+90^\circ=135^\circ$.

应填"135°".

说明 事实上，本例由AB为$\odot O$的直径，可得到$\angle ADB=\angle BEA=90^\circ$，从而$\angle A=90^\circ-\angle ABD$，$\angle B=90^\circ-\angle BAE$，这样，$\angle A+\angle B=90^\circ-\angle ABD+90^\circ-\angle BAE=180^\circ-\angle 1-\angle 2=180^\circ-(\angle 1+\angle 2)=180^\circ-45^\circ=135^\circ$.

［变式］ (1)如图 1-4-4，A、B、C是$\odot O$上三点，$\angle ACB=40^\circ$，则$\angle ABO$等于______度.

图 1-4-4　　图 1-4-14

③ 基础达标训练

1. 如图 1-4-14，A、D是$\odot O$上的两个点，BC是直径，若$\angle D=35^\circ$，则$\angle ABC$的度数是（　）

A. 35°　B. 55°　C. 65°　D. 70°

1

4 答案与提示

紧跟题目，查找方便，关键点拨，言简意赅

5 考点剖析

重难点、考点剖析，揭示命题规律，把握考试动向

6 考题探究

经典考题，“变式题”拓展，推导清晰，总结归纳

7 思维拓展训练

原创题+历年考题，难度提升，考查综合

8 中考热点题型评析与探究

本章的考点综合归纳，近三年考题分类汇总，点评技巧，配套训练

9 本章测试题

题型全面，强效训练，模拟考场

圆

答案与提示 4

1. A　2. C　3. A　4. B 提示：连结 CD，$\therefore \angle B=\angle D$，$\therefore \sin B=\sin D=\frac{AC}{AD}=\frac{2}{3}$.

能力拓展

考点剖析 5

本节的重点是探索并理解圆周角与圆心角的关系及圆周角的相关性质. 难点是运用分类的方法探索圆周角与圆心角的关系，体会分类、归纳等数学思想方法.

学习本节时，要注意以下问题：

(1)圆周角的两边与圆心的位置关系有三种情况：①圆心在一边上；②两边在圆心的同侧；③两边在圆心的两侧.

(2)一条弧所对的圆周角大小是唯一确定的，而一条弦所对的圆周角有两种情况，分布在这条弦的两侧，同侧所对的圆周角相等，异侧所对的两个圆周角互补.

考题探究 6

[例6]　如图1-4-38，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于 D，作 $\angle BAC$ 的外角平分线交 $\odot O$ 于 E，连结 DE. 求证：$DE=AB$.

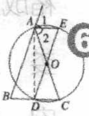


图 1-4-38

分析　连结 AD，由 AC 为 $\odot O$ 的直径知，$\angle ADC=90°$. 又由条件知 $AE \parallel BC$，$\therefore \angle DAE=90°$，这样 DE 也是 $\odot O$ 的直径，从而得到 $DE=AC=AB$.

证明：连结 AD，$\because AC$ 为 $\odot O$ 的直径. $\therefore \angle ADC=90°$，$\because AB=AC$，$\therefore \angle B=\angle C$.

又 AE 平分 $\angle BAC$ 的外角，$\therefore \angle 1=\angle 2$，

又 $\angle 1+\angle 2+\angle BAC=180°$，$\angle B+\angle C+\angle BAC=180°$，$\therefore \angle 1=\angle 2=\angle B=\angle C$，

$\therefore AE \parallel BC$，$\therefore \angle DAE=90°$，$\therefore DE$ 也是 $\odot O$ 的直径，$\therefore DE=AC$. $\therefore DE=AB$.

> 说明　圆中有直径时，通常构造以直径为边的直角三角形，即看到直径应立即想到存在着90°的圆周角，看到90°的圆周角应联想到它所对的弦是直径，这样便为我们在圆中添加合适的辅助线提供了依据.

思维拓展训练 7

1. 如图1-4-40，AB 是 $\odot O$ 的直径，C、D、E 都是 $\odot O$ 上的点，则 $\angle 1+\angle 2=$______.

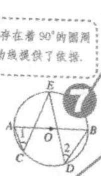


图 1-4-40

答案与提示

1. 90°　2. 60°　3. 3cm　5　4. C　5. A

6. 证明：$\because AB$、CD 是 $\odot O$ 的直径，$\therefore \overset{\frown}{DAC}=\overset{\frown}{BCA}$. 又 $\because \overset{\frown}{DF}=\overset{\frown}{BE}$，$\therefore \overset{\frown}{FAC}=\overset{\frown}{ECA}$. $\therefore \angle D=\angle B$.

中考热点题型评析与探究 8

本章测试题 9

编委会

CONTENTS

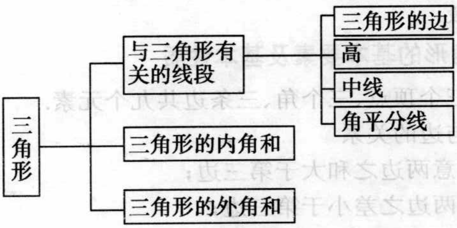
目录

基础篇

第一章 三 角 形

1.1 三 角 形

知识网络图解



知识点精析与应用

知识点精析

知识点1:三角形的概念

(1)三角形的定义:由不在同一条直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形.

(2)三角形的边、角:组成三角形的三条线段叫三角形的边,每两边所组成的角叫三角形的内角,简称角.

(3)三角形的表示方法:三角形用符号“△”表示,三角形 ABC 可记作“$\triangle ABC$”或“$\triangle BCA$”或“$\triangle ACB$”.

(4)三角形的外角:三角形的内角的一边与另一边的反向延长线所组成的角叫三角形的外角.一个三角形在每个顶点上各有两个外角,这两个外角是对顶角.

注意:三角形的外角必须是由“内角的一边和另一边的反向延长线”所组成.如图1-1-1中的$\angle DCE$不是$\triangle ABC$的外角.

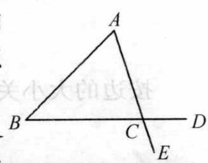


图1-1-1

知识点2:三角形中的主要线段

(1)三角形的角平分线:三角形的一个角的平分线与这个角的对边相交,这个角的顶点和交点之间的线段叫做三角形的角平分线.

(2)三角形的中线:连结三角形的一个顶点和它的对边中点的线段叫做三角形的中线.

(3)三角形的高：从三角形的三个顶点向它的对边(或其延长线)引垂线，顶点和垂足间的线段叫做三角形的高.

(4)一个三角形有三条角平分线、三条中线、三条高线. 三条角平分线相交于一点，三条中线相交于一点，三条高线或其延长线相交于一点.

注意:①三角形的角平分线、中线、高线各有三条，并且各自交于一点.

②三角形的角平分线、中线都在三角形内部，而高线可以在内部(锐角三角形)，可以在外部(钝角三角形)，也可以在三角形的边上(直角三角形).

③三角形的角平分线是线段. 而角的平分线是一条射线. 另外，三角形的中线、高线也都是线段.

知识点3:三角形的基本要素及基本性质

(1)三角形有三个顶点、三个角、三条边共九个元素.

(2)三角形边与边的关系

①三角形中任意两边之和大于第三边;

②三角形任意两边之差小于第三边;

③直角三角形中，斜边大于直角边.

(3)三角形角与角的关系

①三角形的内角关系：三角形的内角和等于 180°.

②三角形的外角性质：

(a)三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和.

(b)三角形的一个外角大于与它不相邻的任何一个内角.

(c)三角形具有稳定性，而四边形不具有稳定性.

(d)三角形的外角和：三角形的外角和为 360°.

知识点4:三角形的分类

按角的大小关系分为 $\begin{cases}\text{锐角三角形}\\\text{直角三角形}\\\text{钝角三角形}\end{cases}$

按边的大小关系分为 $\begin{cases}\text{不等边三角形}\\\text{等腰三角形}\begin{cases}\text{一般的等腰三角形}\\\text{等边三角形}\end{cases}\end{cases}$

解题方法指导

题型1:三角形的内角和

[例1] 已知三角形三个内角的度数之比为 1 : 3 : 5，求这三个内角的度数.

剖析 已知三角形三个内角的度数之比，可以设一份为 k°，根据三角形的内角和等于 180° 列方程求三个内角的度数.

答案　设一份为 k°，则三个内角的度数分别为 $k^\circ, 3k^\circ, 5k^\circ$.

根据三角形内角和定理，可知 $k^\circ+3k^\circ+5k^\circ=180^\circ$，得 $k^\circ=20^\circ$.

$3k^\circ=3\times20^\circ=60^\circ$，$5k^\circ=5\times20^\circ=100^\circ$.

∴这三个内角的度数分别为 $20^\circ, 60^\circ, 100^\circ$.

技巧探测　利用列方程求解可简化计算.

[例 2]　如图 1-1-2，已知△ABC 中，$\angle C=\angle ABC=2\angle A$，$BD$ 是 AC 边上的高，求∠DBC 的大小.

剖析　因为∠DBC 在△BDC 中，且∠$BDC=90^\circ$，所以为求∠DBC，应先求出∠C. 解这类题目的规律是：求一个角的大小，可以先看一下它是否在某一个三角形里，如果是三角形的一个内角，可考虑利用三角形内角和定理，然后再看其他两个角是否是已知的，如果不是，再考虑是否有办法通过其他途径求出它们的大小.

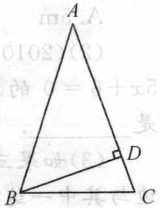


图 1-1-2

答案　设∠$A=x^\circ$，则∠$C=\angle ABC=2x^\circ$.

$\therefore x^\circ+2x^\circ+2x^\circ=180^\circ$（三角形内角和定理）.

解方程，得 $x=36$. ∴∠$C=72^\circ$.

在△BDC 中，∵ ∠$BDC=90^\circ$，

∴ ∠$DBC=180^\circ-90^\circ-72^\circ$（三角形内角和定理）. ∴∠$DBC=18^\circ$.

技巧探测　与三角形内角和有关的题目，常先确定在哪一个三角形中使用三角形内角和定理，再利用解方程的方法加以解决.

题型 2：三角形的外角

[例 3]　如图 1-1-3，射线 AD、BE、CF 构成∠1、∠2、∠3，则∠1+∠2+∠3 等于　　　　（　　）

A. 180°　　　　B. 360°

C. 540°　　　　D. 无法确定

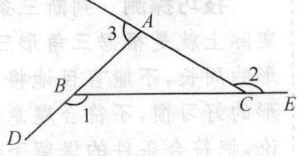


图 1-1-3

剖析　本题考查三角形外角的性质及三角形的内角和定理，由三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和，得∠1 = ∠BAC + ∠BCA，∠2 = ∠ABC+∠BAC，∠3 = ∠ACB + ∠ABC. ∴ ∠1 + ∠2 + ∠3 = 2 (∠BAC + ∠BCA+∠ABC)，而∠BAC+∠BCA+∠$ABC=180^\circ$，∴∠1+∠2+∠3=$2\times180^\circ=360^\circ$. 故选 B.

答案　B

技巧探测 三角形的外角的性质是沟通三角形内角与外角之间关系的依据，同时也是说明角与角之间不等关系的重要依据. 解答的关键是正确识别角的位置. 本题实际上证明了三角形的外角和是 $360°$.

题型 3：三角形三边的关系

[例 4] (1)(2010·四川自贡)如图 1-1-4，为估计池塘两岸 A、B 间的距离，杨阳在池塘一侧选取了一点 P，测得 $PA=16\text{m}$，$PB=12\text{m}$，那么 AB 间的距离不可能是 ( )

A. 5m B. 15m C. 20m D. 28m

(2)(2010·四川凉山)已知三角形两边长是方程 $x^2-5x+6=0$ 的两个根，则三角形的第三边 c 的取值范围是________.

(3)如果三角形的两条边长分别为 23cm 和 10cm，第三边与其中一边的长相等，那么第三边的长为________ cm.

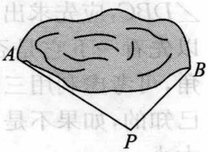


图 1-1-4

剖析 (1)由三角形三边关系定理得 $16-12<AB<16+12$，即 $4<AB<28$，在此范围内的选项是 A，B，C，故选 D. (2)方程 $x^2-5x+6=0$ 的两个根是 2 和 3，故第三边 c 的取值范围是 $3-2<c<3+2$，即 $1<c<5$. (3)本例从边的方面考查三角形形成的条件，涉及分类讨论的思想方法，即：由于第三边与其中一边的长相等，指代不明. 因此，讨论第三边与已知两边分别相等的情形：当第三边的长为 23cm 时，边长分别为 23cm，23cm，10cm，能构成三角形；当第三边的长为 10cm 时，$\because 10+10<23$，$\therefore$ 边长分别为 23cm，10cm，10cm，不能构成三角形. 综合以上两种情况，第三边的长应为 23cm.

答案 (1)D (2)$1<c<5$ (3)23

技巧探测 判断三条线段能否组成三角形. 以及求第三边的范围等题目，实际上就是根据三角形三边关系定理列出不等式，然后解不等式即可. 求三角形的周长，不能盲目地将三边长相加起来，而应养成检验三边长能否组成三角形的好习惯，不符合题意的应坚决弃之. 当题目指代不明时，一定要分情况讨论，把符合条件的保留下来.

题型 4：三角形的稳定性

[例 5] 如图 1-1-5，工人师傅砌门时，常用木条 EF 固定矩形门框 $ABCD$，使其不变形，这种做法的根据是 ( )

A. 两点之间线段最短

B. 矩形的对称性

C. 矩形的四个角都是直角

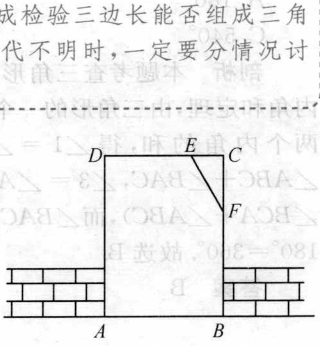


图 1-1-5

D. 三角形的稳定性

剖析 本例考查三角形稳定性的实际应用，加上 EF 后，原图形中具有 $\triangle ECF$ 了.

答案 D

> **技巧探测** 三角形的稳定性在实际生活中有着广泛的应用，如钢架桥、房屋架梁等，因此要使一些图形具有稳定的结构，往往通过连结辅助线转化为三角形而获得.

基础达标演练

1. 如图1-1-6，已知$\triangle ABC$为直角三角形，$\angle C=90°$，若沿图中虚线剪去$\angle C$，则$\angle 1+\angle 2$等于 ( )

A. 90° B. 135°

C. 270° D. 315°

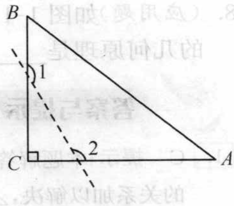


图1-1-6

2. (2010·湖南娄底)在如图1-1-7所示的图形中，三角形的个数共有 ( )

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

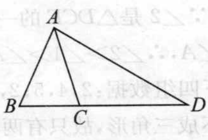


图1-1-7

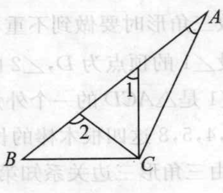


图1-1-8

3. (2011·湖南怀化)如图1-1-8所示，$\angle A$、$\angle 1$、$\angle 2$的大小关系是 ( )

A. $\angle A>\angle 1>\angle 2$ B. $\angle 2>\angle 1>\angle A$

C. $\angle A>\angle 2>\angle 1$ D. $\angle 2>\angle A>\angle 1$

4. (易错题)现有2cm、4cm、5cm、8cm长的四根木棒，任意选取三根组成一个三角形，那么可以组成三角形的个数为 ( )

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

5. (2010·安徽)如图1-1-9，直线$l_1\parallel l_2$，$\angle 1=55°$，$\angle 2=65°$，则$\angle 3$为 ( )

A. 50° B. 55° C. 60° D. 65°

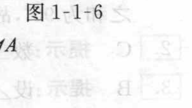


图1-1-9

6. 已知三角形的三边长分别是3，8，x. 若x的值为偶数，则x的值有 ( )

A. 6个 B. 5个 C. 4个 D. 3个

7. (2011·四川绵阳)如图1-1-10，将一副常规的三角尺按如图方式放置，则图

中$\angle AOB$的度数为 ( )

A. 75°　　B. 95°　　C. 105°　　D. 120°

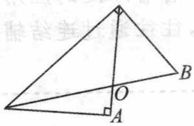


图 1-1-10

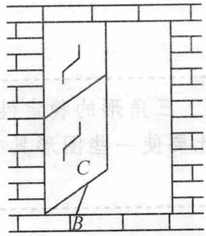


图 1-1-11

8. (应用题)如图 1-1-11,一扇窗户打开后,用窗钩 BC 可将其固定,这里所运用的几何原理是____________________.

答案与提示

1. C　提示:本题解答的方法有多种:一是利用三角形的外角的性质;二是利用邻补角的关系加以解决,$\angle 1$与其补角加上$\angle 2$与其补角的和为360°,而$\angle 1$与$\angle 2$的补角之和为90°,故$\angle 1+\angle 2=270^\circ$;三是利用四边形的内角和为$360^\circ$加以解决.

2. C　提示:数三角形时要做到不重不漏.

3. B　提示:设$\angle 1$的顶点为D,$\angle 2$的顶点为E,$\because \angle 2$是$\triangle DCE$的一个外角,$\therefore \angle 2>\angle 1$,又$\because \angle 1$是$\triangle ACD$的一个外角,$\therefore \angle 1>\angle A$,$\therefore \angle 2>\angle 1>\angle A$.故选 B.

4. B　提示:2,4,5,8 这四根木棒的长共组成以下四组数据:2,4,5;2,4,8;2,5,8;4,5,8.很明显,由三角形三边关系知第二、三组构不成三角形,故只有两种情况.

5. C　提示:由$l_1 /\!/ l_2$得内错角相等,再由对顶角相等,这样就把$\angle 3$、$\angle 1$的对顶角,与$\angle 2$对应的内错角放在一个三角形中了,由三角形的内角和是180°,得$\angle 3=180^\circ-55^\circ-65^\circ=60^\circ$,故选 C.

6. D　提示:由三角形三边关系得$5<x<11$,在这一范围中偶数有 6,8,10,故x的值有 3 个.

7. C　提示:如图 1-1-12,$\angle ACO=45^\circ-30^\circ=15^\circ$,$\therefore \angle AOB=\angle A+\angle ACO=90^\circ+15^\circ=105^\circ$.故选 C.

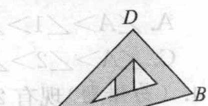


图 1-1-12

8. 三角形具有稳定性

能力拓展

考点剖析

三角形形成的条件、三角形的内角和定理及外角的性质是各地中考考查的重点内容之一,主要是利用这些知识之间的关系进行有关的计算,难点是与平行

线、方程等知识结合，求有关角的度数及边的取值范围的题目，具体的考点是：

1. 了解三角形的有关概念，会画出任意三角形的角平分线、中线和高，了解三角形的稳定性.

2. 掌握三角形三边的关系和三角形的内角和定理.

3. 学会概念和定理的运用，能应用方程等知识解决几何问题.

考题探究

题型 1：综合题

［例 6］ 已知△ABC，如图 1-1-13. 下列说法正确的个数是 （　　）

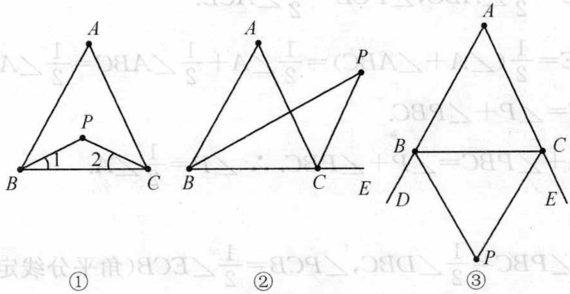


图 1-1-13

(1)如图①，若 P 点是$\angle ABC$ 和$\angle ACB$ 的角平分线的交点，则$\angle P=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$；

(2)如图②，若 P 点是$\angle ABC$ 和外角$\angle ACE$ 的角平分线的交点，则$\angle P=90^\circ-\angle A$；

(3)如图③，若 P 点是外角$\angle CBD$ 和$\angle BCE$ 的角平分线的交点，则$\angle P=90^\circ-\frac{1}{2}\angle A$.

A. 0 个　　　B. 1 个　　　C. 2 个　　　D. 3 个

剖析　本题实际上综合考查三角形内角和定理、外角的性质及角平分线的定义，同时本题可拆分为以下三个问题，我们分别证明其结论.

证明图①

证明：在△BPC 中，

$\because \angle BPC+\angle 1+\angle 2=180^\circ$，

$\therefore \angle BPC=180^\circ-(\angle 1+\angle 2)$.

又$\because \angle 1=\frac{1}{2}\angle ABC,\angle 2=\frac{1}{2}\angle ACB$，

$\therefore \angle 1+\angle 2=\frac{1}{2}\angle ABC+\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)$.