



中国科学院科技翻译工作者协会
力学研究所分会
中国科学院力学研究所
上海交通大学

编

钱学森文集

COLLECTED WORKS OF HSUE-SHEN TSIEN

1938~1956 海外学术文献

(中文版)

李佩 主编

上海交通大学出版社



钱学森在中国科学院力学所办公室
(一九五六年)

《钱学森文集》(1938~1956 海外学术文献)

中文版编译委员会

主 编：李 佩

成 员：(以下按姓氏汉语拼音为序)

陈允明	崔季平	戴汝为	戴世强	韩建民	呼和敖德
贾 复	金 和	李家春	李 佩	李伟格	李要建
林贞彬	凌国灿	柳春图	牛家玉	沈 青	盛宏至
孙晓茗	谈庆明	王克仁	吴应湘	吴永礼	张天蔚
詹运昌	赵士达	郑哲敏	周显初	朱照宣	

校订组

组 长：李 佩

组 员：谈庆明 戴世强 王克仁 金 和 李伟格 徐文洁

序

郑哲敏

《钱学森文集(1938~1956 海外学术文献)》中、英文版(下称《文集》)由上海交通大学出版社出版。《文集》英文版是在王寿云(1938~1997)编的《钱学森文集1938~1956》(科学出版社,1991)基础上修订的;中文版部分则是首次与读者见面。

《文集》出版是为了纪念钱学森先生一百周年诞辰,同时让广大读者可以直接和完整地阅读并研究这位时代科学大师在美国学习和工作期间公开发表的论文,便于对他的科学研究和贡献、重要思想以及治学精神有全面的领会。

中文版部分是在著名英语教授、应用语言学创始人、中国科学院科技翻译工作者协会创始人李佩先生策划和精心主持下,由中国科学院一批既具备力学专业知识又擅于英语翻译的专家们经反复推敲完成的,做到了在文字和精神上忠于原著。上海交通大学出版社为《文集》出版投入了很大的力量。因此,就翻译和出版的质量而言,无疑它是一部高水平的出版物。

为便于力学专业之外的读者阅读,仅就我个人的体会,尝试对本书的内容做一概括的介绍:

钱学森先生留美时期正值航空工业从低速走向高速和航天工业起步的阶段,需要解决众多极具挑战性的科学问题。钱先生在这些相关领域内,提出和解决了一系列关键问题。《文集》刊载的论文既是这个进程的记录也是客观的见证。

飞机以及更广泛意义上的飞行器,从低速向高速发展首先遇到的是空气可压缩性对气动力的影响问题,即可压缩流体动力学问题。1939~1946年间,他发表的研究成果主要属于亚声速领域。同一时期他的研究还包括弹性力学中的壳体稳定性问题。

在流体力学领域,他的重要贡献有三个方面。首先,他研究了可压缩性带来的两个最基本的效应,即热效应和波阻效应,给出了波阻与摩阻的比例,指出这个比例会随马赫数的增大而增大;另外还给出了气流从对飞行体冷却转化为加热的判据。第二方面是他根据导师 von Kármán 的建议,研究了在较低马赫数条件下,可压缩性对机翼升力的影响。他所得到的用来对机翼升力作出修正的公式,后来被称为著名的 Kármán-Tsien 公式,它在当时直接对飞机的设计起了重要作用。第三,他在前人研究的基础上,研究并证实了,在轴对称和一般条件下,理想流体

流动的局部超声速无旋流场中出现极限线后,必然出现激波,使全局性连续无旋流场不能继续存在。这时的来流马赫数被定义为上临界马赫数,以表明这是可能存在连续无旋流场的最高马赫数。之后在与郭永怀先生合作的论文里,提出了理想可压缩流体绕流流场的严格解法,定量地求得了上临界马赫数。流场中一旦出现激波,机翼的阻力马上就增加,上临界马赫数是与最小阻力相对应的,因此不论在理论上还是在工程师设计的理念中都是一个重要的概念。

壳体结构是减轻飞行器的有效途径。在 20 世纪 30 年代,一个困扰航空结构工程师的严重问题是带曲率薄壳结构的稳定性,因为当时所有理论预测的失稳临界值都远大于实验值,这使工程师们陷于没有理论可遵循的困难境地。作为空气动力学的专家,在取得博士学位后,钱先生便把注意力转向这个弹性力学方面的难题,算是他出师后第一项独立的工作。在一连串论文中,他和 von Kármán 首先确认这是一个具有多个平衡位形的非线性问题,建立了相应的方程;结合实验观测,第一次用能量法得出了接近实验值的临界判据。由于对这类非线性失稳现象所做的深刻分析和计算方法的实用性,这一系列研究成果对当时的力学界和航空界产生了很大的影响。

上述研究成果为钱先生在国际力学界和航空界赢得很高的声誉。

同一时段,在 1939 年,钱先生与 Malina 发表了他在火箭方面的第一篇论文。这是 1937 年他参加加州理工学院古根汉姆航空实验室火箭小组后从事研究工作的一个组成部分。文章讨论了探空火箭的飞行弹道问题,特别联系到一种利用固体燃料以脉冲方式驱动的发动机,因为这是当时火箭小组实验所采用的方案。文章根据所得的数据指出,探空火箭所能达到的理论高度远高于当时实际已经达到的高度,因此,还有很大的潜力。文章的价值首先在于它对这个问题的深入和全面的力学分析,包括重力场变化和气动阻力的影响,它对将当时尚属初创阶段的火箭技术置于科学基础之上起到了重要的示范和引领作用。脉冲驱动当然不是本质因素,因为只要脉冲的间隙足够短,它与连续驱动并无区别,正如文章指出的那样,重要的是燃料的比冲。

细心的读者会注意到,从 1946 年开始,《文集》中钱先生的著作在风格上有了引人注意的变化。钱先生除了继续在许多方面进行专题性质的前沿研究之外,站在更高的层次,以更广阔视野,极富前瞻性、战略性、开创性和预见性地发表了一系列论文。这包括:原子能(1946)、超级空气动力学:稀薄空气动力学(1946)、工程和工程科学(1948)、火箭和喷气推进(1950)、古根汉姆喷气推进中心的教学与科研(1950)、物理力学、工程科学的新领域(1953)以及一系列有关火箭控制和导航方面的论文,关于控制和导航的一批论文便是随后发表的著名专著《工程控制论》(1954)的前奏。

每一篇综合性论文不仅包含钱先生独立的研究成果,而且与其相呼应,《文集》中还另有相应领域的专题研究论文。在空气动力学方面,钱先生着重于研究真实气体在低密度、高温、高压条件下的物理特性并将其作为新的因素,体现和应用于空气动力学问题,推动了空气动力学向新领域的开拓。他系统地提出了火箭和喷气推进技术面临的科学问题,其中有些见解是十分独到的。例如,为了解决

火箭发动机耐高温的问题,他提出,在发动机工作时间短的条件下,可以舍弃传统的弹性力学方法而改用流变体力学的方法;他还提出,为了实现远程和洲际火箭航行,可以设想在火箭上安装翅膀。我们知道,这种设想后来在美国航天飞机上得到了完全的实现,航天飞机正是利用这个道理实现了重返地球的长距离滑翔,克服回地所面临的热障问题。他深刻地体会到,为了解决高温、高压和高应力状态所带来的问题,传统的实验手段遇到了新的挑战,必须借助原子、分子和凝聚态物质的微观理论,因此,为力学提出了一个超越经典力学的新领域,那就是物理力学。历史的发展表明:他这种思想是很超前的,如今不仅在力学,在物质的微观理论与工程技术研究相结合的方面,并且在其他众多领域已经被普遍采用。

这些综合性论文始终体现一种指导思想,那就是钱先生所倡导的工程科学思想。这既是他对导师 von Kármán 所主张的现代应用力学精神的继承和发扬,也是他自己科研和教学实践经验的总结。概括地说,钱先生认为科学包含两个部分,即自然科学和工程科学,前者是后者的基础,后者是科学与工程之间的桥梁;两者的任务不同,前者的目标是发现和建立自然界的基本规律,后者的目标是建立将自然科学的基本规律转化为工程师们可以用来解决复杂条件下工程问题的科学理论。两者既有分工又相互依存。工程科学不能满足于帮助解决产业界和工程师(以及其他应用领域)当前所面临的任務,更为主要的是要有预见性和超前性,为产业的发展开辟道路。要能做到这一点,一个从事工程科学研究的专家必须掌握数学、自然科学理论和工程方面相关的知识。钱先生作为工程科学家,十分重视自然科学的基础理论和工程实践的经验,因为它们都是源泉,因此,他在多篇文章里详细地解释工程科学与自然科学的差别和联系。

钱先生提出这些新的科学研究领域和工程科学(即技术科学),除了有导师和加州理工学院的优良环境外,还有更深刻的时代背景。20世纪上半叶是飞机从螺旋桨转向喷气推进的时代,是火箭技术从科幻走向科学,努力实现航天梦的时代,是利用电子技术实现数字计算机的时代,是成功研制原子武器和实现原子能利用的时代,是自然科学基础研究展现价值的时代,是大批科学家通过战时定向、有组织、有计划的工程研究获得丰富经验而重返校园的时代,也是美国科学和工程教育酝酿革新的时代。钱先生也是这个队伍中的一员。另外,钱先生是欧洲战事行将结束,对德国航空和火箭发展状况进行全面、实地考察的美国军方代表团的成员,随即又参与为美国空军提供的报告《迈向新高度》(Toward New Horizons)的撰写。这份多达12卷的巨著,被认为对战后美国战略空军的发展具有重要价值。这些经历无疑也对钱先生形成工程科学思想以及从总体把握和判断发展方向与重点的能力具有重要作用。

我相信不仅力学工作者可以从阅读《文集》中获益,其他领域的科学家、相关领域的工程师、教育家、科学史和工程技术史专家、科学和技术管理专家等也都可以从中得到有益的知识。

目 录

可压缩流边界层(Boundary Layer in Compressible Fluids)	
..... Th. von Kármán 钱学森	001
有攻角旋转体的超声速绕流(Supersonic Flow over an Inclined Body of Revolution)	
..... 钱学森	009
可压缩流体的流动以及反作用力推进(Problems in Motion of Compressible Fluids and Reaction Propulsion)..... 钱学森	015
以连续脉冲方式推进的探空火箭的飞行分析(Flight Analysis of a Sounding Rocket with Special Reference to Propulsion by Successive Impulses)	
..... 钱学森 Frank J. Malina	056
可压缩流体的二维亚声速流动(Two-Dimensional Subsonic Flow of Compressible Fluids)	钱学森 069
球壳在外压下的屈曲(The Buckling of Spherical Shells by External Pressure)	
..... Th. von Kármán 钱学森	082
曲率对结构屈曲特性的影响(The Influence of Curvature on the Buckling Characteristics of Structures)	Th. von Kármán Louis G. Dunn 钱学森 091
高速气流突变之测定(A Method for Predicting the Compressibility Burble)	
..... 钱学森	108
圆柱壳在轴压下的屈曲(The Buckling of Thin Cylindrical Shells under Axial Compression)	Th. von Kármán 钱学森 123
带非线性横向支撑的柱的屈曲(Buckling of a Column with Non-Linear Lateral Supports)	钱学森 136
薄壳的屈曲理论(A Theory for the Buckling of Thin Shells)	钱学森 154

通过部分绝热固壁的热传导(Heat Conduction across a Partially Insulated Wall)	钱学森	168
关于风洞收缩锥的设计(On the Design of the Contraction Cone for a Wind Tunnel)	钱学森	172
剪切流中的 Joukowsky 对称翼型(Symmetrical Joukowsky Airfoils in Shear Flow)	钱学森	176
可压缩流体亚声速和超声速混合流动中的“极限线”(The “Limiting Line” in Mixed Subsonic and Supersonic Flow of Compressible Fluids)	钱学森	190
压气机或涡轮机的扭曲叶片引起的损失(Loss in Compressor or Turbine due to Twisted Blades)	钱学森	207
非均匀流中机翼的升力线理论(Lifting-Line Theory for a Wing in Non-uniform Flow)	Theodore von Kármán 钱学森	216
原子能(Atomic Energy)	钱学森	225
可压缩流体二维无旋亚声速和超声速混合型流动和上临界马赫数 (Two-Dimensional Irrotational Mixed Subsonic and Supersonic Flow of a Compressible Fluid and the Upper Critical Mach Number)	钱学森 郭永怀	237
Superaerodynamics, 稀薄气体力学(Superaerodynamics, Mechanics of Rarefied Gases)	钱学森	310
稀薄气体中平面声波的传播(Propagation of Plane Sound Waves in Rarefied Gases)	钱学森 Richard Schamberg	328
高超声速流动的相似律(Similarity Laws of Hypersonic Flows)	钱学森	337
由 van der Waals 状态方程表征的气体的一维流动(One-Dimensional Flows of a Gas Characterized by van der Waals Equation of State)	钱学森	342
激波与固体边界交点附近的流动情况(Flow Conditions near the Intersection of a Shock Wave with Solid Boundary)	钱学森	365
薄壳非线性屈曲理论中的下屈曲载荷(Lower Buckling Load in the Non-Linear Buckling Theory for Thin Shells)	钱学森	370
利用核能的火箭及其他热力喷气发动机——关于多孔反应堆材料利用的		

一般讨论(Rockets and Other Thermal Jets Using Nuclear Energy)	钱学森	372
工程和工程科学(Engineering and Engineering Sciences)	钱学森	387
可压缩流体中细长体的二维非定常运动(On Two-Dimensional Non-steady Motion of a Slender Body in a Compressible Fluid)	林家翘 E. Reissner 钱学森	396
稀薄气体动力学中的风洞试验问题(Wind-Tunnel Testing Problems in Superaerodynamics)	钱学森	406
弱超声速流中的翼型(Airfoils in Slightly Supersonic Flow)	钱学森 Judson R. Baron	416
亚声速和超声速平行流间的相互作用(Interaction between Parallel Streams of Subsonic and Supersonic Velocities).....	钱学森 M. Finston	427
火箭和喷气推进的研究(Research in Rocket and Jet Propulsion)	钱学森	445
黏弹性介质 Alfrey 定理的推广(A Generalization of Alfrey's Theorem for Visco-elastic Media)	钱学森	453
Daniel and Florence Guggenheim 喷气推进中心的教学和研究工作(Instruction and Research at the Daniel and Florence Guggenheim Jet propulsion Center)	钱学森	456
火焰阵面对流场的影响(Influence of Flame Front on the Flow Field)	钱学森	466
探空火箭最优推力规划(Optimum Thrust Programming for a Sounding Rocket)	钱学森 Robert C. Evans	477
双原子气体辐射的发射率. III. 在 300 K、大气压及低光学密度条件下 一氧化碳发射率的数值计算(The Emission of Radiation from Diatomic Gases, III. Numerical Emissivity Calculations for Carbon Monoxide for Low Optical Densities at 300K and Atmospheric Pressure)	S. S. Penner M. H. Ostrander 钱学森	491
火箭喷管的传递函数(The Transfer Functions of Rocket Nozzles)	钱学森	504
快速加热的薄壁圆柱壳的载荷相似律(A Similarity Law for Stressing Rapidly Heated Thin-Walled Cylinders)	钱学森 郑哲敏	512

确定双原子分子转动谱线半宽度(On the Determination of Rotational Line Half-Widths of Diatomic Molecules)	S. S. Penner 钱学森	522
远程火箭飞行器的自动导航(Automatic Navigation of a Long Range Rocket Vehicle)	钱学森 T. C. Adamson E. L. Knuth	526
一种用于比较垂直飞行的动力装置的性能的方法(A Method for Comparing the Performance of Power Plants for Vertical Flight)	钱学森	539
火箭发动机中燃烧的伺服-稳定(Servo-Stabilization of Combustion in Rocket Motors)	钱学森	545
物理力学,一个工程科学的新领域(Physical Mechanics, A New Field in Engineering Science)	钱学森	557
纯液体的性质(The Properties of Pure Liquids)	钱学森	563
薄壁机翼受热载荷相似律(Similarity Laws for Stressing Heated Wings)	钱学森	579
从卫星轨道上起飞(Take-Off from Satellite Orbit)	钱学森	592
峰值保持最优控制分析(Analysis of Peak-Holding Optimalizing Control)	钱学森 S. Serdengectl	599
Poincaré-Lighthill-Kuo 方法(The Poincaré-Lighthill-Kuo Method)	钱学森	611
高温高压气体的热力学性质(Thermodynamic Properties of Gas at High Temperatures and Pressures)	钱学森	656
热核电站(Thermonuclear Power Plants)	钱学森	661
钱学森生平简介.....		671
后记.....		678
译后记.....		679
出版说明.....		680
本文集所用单位与 SI 单位制换算关系表		681

可压缩流边界层

Th. von Kármán 钱学森

(California Institute of Technology)

摘要 本文第一部分讲述可压缩流边界层理论,利用逐步近似法将不可压缩流的已知解推广到大马赫数的情形。讨论了可压缩性对表面摩阻的影响,并应用所得结果估算了弹体和火箭的波阻与摩阻之比。第二部分讨论了热流体与冷表面以及冷流体与热表面之间的传热问题,还推导了由于摩阻产生的热量而使冷壁不再起冷却作用的极限情况下的一般关系。

流体密度可变的流动问题一般来说很难求解,因此对于可压缩流问题,如果能求得运动方程的精确解或近似解,都具有重要的理论意义。一些作者已经注意到,层流边界层理论可以推广到任意高速流动的可压缩流体而不会遇到不可克服的数学困难。Busemann^[1]建立了这样的方程并针对某个速度比计算出了速度剖面(速度比应理解为气体速度与声速之比)。Frankl^[2]也分析了同样的问题,但其结果较复杂且依赖若干武断的近似。本文的第一作者^[3]也曾求得一个一级近似,运用的方法很简单但似乎不够准确。因此,本文的第一部分将致力于导出一个更适合于求解上述问题的方法。

高速边界层理论并非没有实际意义。首先,人们往往在有关火箭及类似的高速装置的技术或半技术文献上看到这样的论述:随着速度的提高表面摩阻变得越来越不重要了。当然大家都知道,表面摩阻系数会随着雷诺数的提高而下降,也即与波阻或激波阻力相比表面摩阻会变得相对很小。但由于高速飞行往往在空气密度很低的高空进行,因此运动黏性系数很大,尽管速度很高但雷诺数仍然较小。

可压缩流边界层理论的另一个有意义之处是问题的热力学层面。低速时边界层中产生的热能的影响,无论在阻力或传热的计算中都可以忽略不计。但在高速情况下,边界层中产生的热量不仅不能忽略,而且它还决定了热流的方向。本文的第二部分讨论了边界层中热量传递的几个简单例子。

本文的大部分内容有必要假设流动是层流,之所以必要是因为目前缺乏对可压缩流体在高速流动时出现的湍流的认识。这个假设由于下述事实得到部分支持:正如前面说的,可以应用本文结果的许多问题中雷诺数相对较小,因此,边界层的相当大一部分实际上仍可能是层流。Ackeret^[4]提醒我们注意,超声速流的稳定条件可能与低速流的很不相同。作者也相信,Tollmien 等人得出的稳定判据不加修改就不能用于高速流。最后,本文的有些结果也能应用

1938年1月26日在美国航空科学院第六届年会空气动力学分会上宣读。原载 *Journal of the Aeronautical Sciences*, 1938, Vol. 5, pp. 227 - 232。

于湍流,下面将会具体指出。有些情况,例如层流假设下计算的阻力,至少给出了阻力的下限。

I

x 轴取在平板上,方向与来流相同, y 轴垂直于平板(见图 1), u 和 v 分别是任一点上沿 x 和 y 方向的速度分量,于是边界层简化后的运动方程为

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (1)$$

式中:密度 ρ 和黏性系数 μ 都是变量。

连续性方程是

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (2)$$

第三个方程是黏性耗散产生的热与热传导和热对流之间的能量平衡方程。在方程(1)、方程(2)的同样简化下,可以表为

$$\rho u \frac{\partial}{\partial x}(c_p T) + \rho v \frac{\partial}{\partial y}(c_p T) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (3)$$

式中: c_p 是比定压热容; λ 是热导率。如果假设 Prandtl 数 $c_p \mu / \lambda$ 等于 1,则容易证明方程(1)和方程(3)可以同时满足,只要令温度 T 等于速度 u 的某个抛物函数。这个关系式是

$$\frac{T}{T_0} = \frac{T_w}{T_0} - \left(\frac{T_w}{T_0} - 1 \right) \frac{u}{U} + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U} \right) \quad (4)$$

式中: U 为来流速度; M 为速度比,或来流马赫数; T_0 为来流温度; T_w 为平板壁的温度。

对方程(4)求导,得到

$$\frac{1}{T_0} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w = \frac{1}{U} \left[\frac{\kappa - 1}{2} M^2 - \left(\frac{T_w}{T_0} - 1 \right) \right] \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \quad (5)$$

式中:下标 w 表示平板表面。因为 $(\partial u / \partial y)_w$ 永远大于零,故若 $[(\kappa - 1) / 2] M^2 > (T_w / T_0) - 1$, 热量由流体传入平板;若 $[(\kappa - 1) / 2] M^2 = (T_w / T_0) - 1$, 平板和流体之间没有热量交换;若 $[(\kappa - 1) / 2] M^2 < (T_w / T_0) - 1$, 热量由平板传入流体。如果没有热交换,单位质量的热能 $(u^2 / 2) + c_p T$ 在整个边界层内是一个常数^[5,6]。

因为压力不变, ρ 与 T 之间的关系是

$$\rho = \rho_0 \frac{T_0}{T} \quad (6)$$

根据气体动理论,黏性系数的表达式为

$$\mu = \mu_0 (T / T_0)^{1/2} \quad (7)$$

然而,下述公式更符合实验数据:

$$\mu = \mu_0 (T / T_0)^{0.76} \quad (7a)$$

Busemann^[1] 利用方程(7)计算了 $[(\kappa - 1) / 2] M^2 = (T_w / T_0) - 1$ 的极限情况。他发现对于高马赫数,速度剖面近似于一条直线。本文的第一作者^[3] 利用线性速度剖面、摩擦阻力与动量之间的积分关系以及方程(7)推出了

$$C_f = \frac{\text{单位宽度平板上的摩擦阻力}}{(\rho_0 U^2 / 2) \times \text{平板长度}} = \Theta \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho_0 U x}} \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \right)^{-1/4} \quad (8)$$

表 1 中的无量纲量 Θ 只是马赫数的函数。然而,如果应用方程(7a),那么

$$C_f = \Theta \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho_0 U x}} \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2\right)^{-0.12} \quad (8a)$$

显然,对于小马赫数这个线性近似不能令人满意。当 $M=0$ 时,结果与不可压缩流体的 Blasius 解^[7]相同,其中 Θ 为 1.328。

表 1

M	0	1	2	5	10	∞
Θ	1.16	1.20	1.25	1.39	1.50	1.57

为了更严格地求解,必须回到方程(1)和(2),引入流函数 ψ ,其定义为

$$\frac{\rho}{\rho_0} u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad -\frac{\rho}{\rho_0} v = \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

连续性方程(2)自动满足。现在把 ψ 引入方程(1)作为自变量,就像 von Mises^[8] 简化不可压缩流边界层方程时所做的那样,而且所有变量都无量纲化,得到

$$\frac{\partial u^*}{\partial n^*} = \frac{\partial}{\partial \psi^*} \left(u^* \rho^* \mu^* \frac{\partial u^*}{\partial \psi^*} \right) \quad (9)$$

式中:

$$u^* = u/U, n^* = n/L, \psi^* = [\psi/(UL)] \sqrt{\rho_0 UL/\mu_0}, \rho^* = \rho/\rho_0, \mu^* = \mu/\mu_0 \quad (9a)$$

而 L 是某个长度,例如平板长度。

可以引入新的自变量 $\zeta = \psi^* / \sqrt{n^*}$, 而让方程(9)进一步简化:

$$-\frac{\zeta}{2} \frac{du^*}{d\zeta} = \frac{d}{d\zeta} \left(u^* \rho^* \mu^* \frac{du^*}{d\zeta} \right) \quad (10)$$

这个方程可以利用逐步近似来求解。因为如方程(6)和方程(7)或(7a)所示, ρ^* 和 μ^* 都只是温度的函数,而温度是 u^* 的函数。从已知的 Blasius 解^[6]出发,方程(10)的右端可以用 ζ 来表示,于是有

$$u^* \rho^* \mu^* = f(\zeta)$$

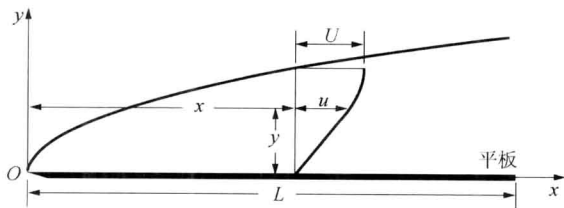


图 1

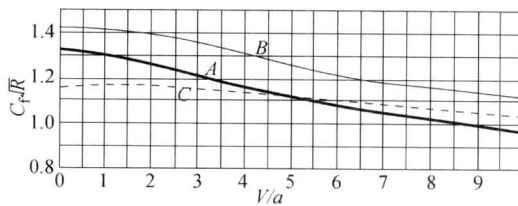


图 2 表面摩擦系数

A—与壁面无传热; B—壁面温度为来流温度的 $\frac{1}{4}$;
C—von Kármán 一级近似

因此,方程(10)的解为

$$u^* = C \int_0^\zeta \frac{F}{f} d\zeta \quad (11)$$

其中:

$$F = \exp\left(-\int_0^{\xi} \frac{\xi d\xi}{f}\right)$$

而 C 可由边界条件来确定:

$$\frac{1}{C} = \int_0^{\infty} \frac{F}{f} d\xi \quad (11a)$$

基于由方程(11)得到的 u^* 可以求得二级近似。可发现,就目前这个算例来说,三级或四级近似就能给出足够的精度了。

$$y\sqrt{U\rho_0/(\mu_0 x)} = \int_0^{\xi} d\xi/(\rho^* u^*) \quad (12)$$

表面摩擦系数可由动量定理计算:

$$C_f = \frac{F}{\rho_0 U^2 L/2} = 2 \int_0^{\infty} (1 - u^*) d\xi/\sqrt{R} \quad (13)$$

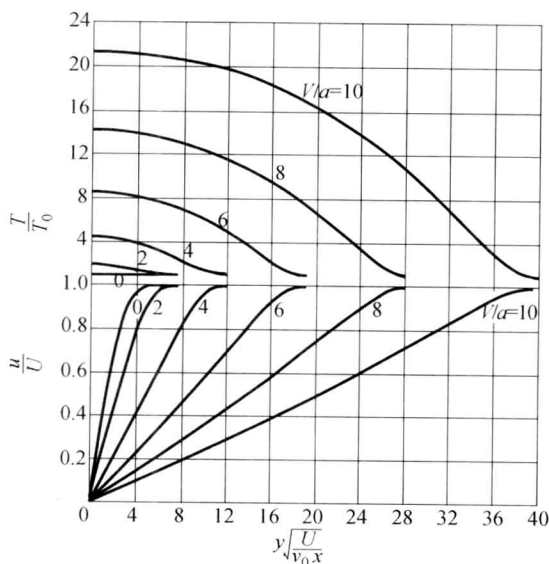


图3 与壁面无换热时的速度分布和温度分布

线性近似得到的方程(8a) 仍然相当准确。

作为例子,先考虑一个炮弹然后再讨论一个无翼探空火箭。设炮弹直径为6 in,长24 in,速度1500 ft/s,飞行高度32800 ft(10 km),那么基于总长的雷诺数为 7.86×10^6 ,速度比为1.52。由图2可见表面摩擦系数

$$C_f = (1.286 \times 10^{-3})/\sqrt{7.86} = 0.000459$$

将表面摩擦系数(基于表面积)换算为阻力系数(基于最大截面积),得到

$$C_{D_f} = 0.0055$$

根据 Kent 的实验结果^[8],波阻的阻力系数

$$C_{D_w} = 0.190$$

因此,表面摩擦与波阻之比为 $0.0055/0.190 = 0.029$ 。

然而,对于火箭来说,这个比值将有很大变化。设火箭直径为9in,长8ft,飞行高度为

利用黏性系数的近似关系式(7a),对于 $[(\kappa-1)/2]M^2 = (T_w/T_0) - 1$ 情况计算了不同的马赫数下的速度剖面、温度分布以及摩擦系数,如图2、图3所示。高速情况下速度剖面很接近于一条直线,但可以看出大马赫数时壁温非常高。若来流温度为 40°F ,马赫数为4,6,8和10的时候壁温将分别达到 1600°F , 3620°F , 6540°F 和 10170°F 。无疑,此时式(7a)所表达的黏性规律将不再适用。如此高的温度下热辐射也将不可忽略。因此,极高马赫数的结果仅仅是定性的。

常数 $C_f \sqrt{R}$ 的变化也是明显的,虽然不算大。它从 $M=0$ 时的1.328下降为 $M=10$ 时的0.975,大约下降30%。然而,当 $0 < M < 3$ 时其变化很小。

图2还表明,在很高的马赫数下,利用

50 km^①(164 000 ft), 速度3 400 ft/s。该飞行高度处的密度比为 0.000 67, 温度为 25°C(按大气数据导出), 雷诺数为 6.14×10^5 , 速度比为 3.00。由图 2 可见表面摩阻系数

$C_f = (1.213 \times 10^{-2})/\sqrt{11.4} = 0.003 60$
于是

$$C_{D_f} = 0.123$$

根据 Kent 的实验结果^[9], 波阻的阻力系数

$$C_{D_w} = 0.100$$

因此, 表面摩阻与波阻之比为 $0.123/0.100 = 1.23$ 。若部分边界层为湍流边界层, 那么这个比值甚至更大。这清楚表明了细长体以极高的速度在很稀薄的空气中飞行时表面摩阻的重要性。它还驳斥了对于超声速飞行的任何物体波阻总是总阻力的主要部分的观点。其原因很容易理解, 只要回想物体的波阻近似地与速度成正比, 而表面摩阻则正比于速度的 1.5 到 2 次方。因此表面摩阻与波阻之比随着速度而增长。在极高的速度和很大的运动黏性系数下, 波阻甚至会变为总阻力中可以忽略的部分。

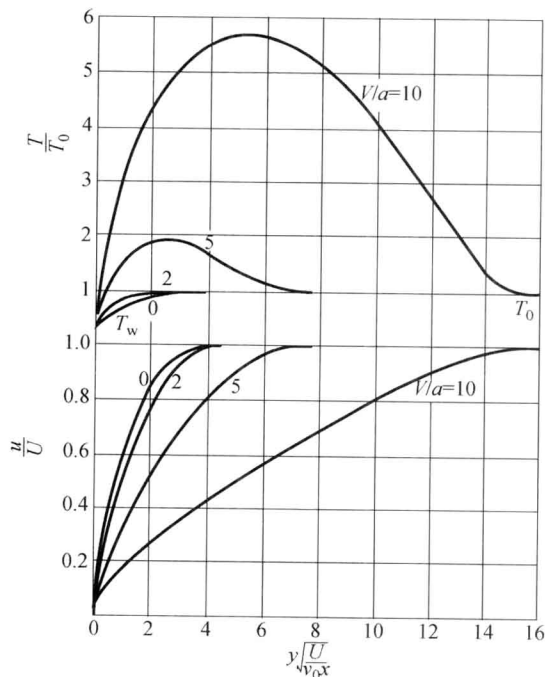


图 4 当壁温等于来流温度的 $\frac{1}{4}$ 时的速度分布和温度分布

II

为了突出问题的热力学层面, 考虑两种情况: 一种是热流体流过温度为常数但低于流体温度的表面; 另一种是冷流体流过热表面。L. Crocco^[5,6] 曾在两篇重要的论文中讨论过这两个问题, 尤其是漂亮地处理了极高速度(“Hyperaviation”)下的冷却问题。但相信本文比 Crocco 的文章更一般、更具普遍性。

利用 Prandtl 数(也即 $c_p \mu / \lambda$) 等于 1 的假设可以得到表面传热和摩阻之间的一个有趣的一般关系式。这个假设也曾在过去的计算中用到过。值得注意的是, 这个关系式对于层流和湍流同样适用。单位时间内通过单位表面积的热流为

$$q = \lambda_w (\partial T / \partial y)_w$$

单位表面积的摩阻

$$\tau = \mu_w (\partial u / \partial y)_w$$

利用方程(4), 比值 q/τ 可以通过下述关系式计算:

$$\frac{q}{\tau} = \frac{\lambda_w}{\mu_w} \frac{T_0}{U} \left[\left(1 - \frac{T_w}{T_0} \right) + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \right] \quad (14)$$

① 作者注: 只要分子自由程与边界层厚度相比甚小, 流体动力学方程就有效。驻点处的边界层厚度为零, 然而, 离开驻点 $1/4$ 火箭长度的地方, 边界层厚度就达到了 3.2 cm。而在这个高度, 分子自由程的计算值为 1.1×10^{-2} cm。因此即使在这种情况下本理论似乎仍可应用。这个结论也得到了 H. Ebert 的实验结果的支持, 参看 “Darstellung der Strömungsvorgänge von Gasen bei niedrigen Drucken mittels Reynoldsscher Zahlen”(Zeitschrift für Physik, Bd 85, S. 561 - 564, 1933)。

式中: T_0 为来流热力学温度; U 为来流速度; T_w 为壁面热力学温度; λ_w 和 μ_w 分别为壁面温度下流体的热导率和动力黏性系数; M 为马赫数。将 $M = 0$ 代入方程(14) 得到

$$\frac{q}{\tau} = \frac{\lambda_w T_0 - T_w}{\mu_w U} = \frac{c_p (T_0 - T_w)}{\rho_w U} \quad (15)$$

这是已知的 Prandtl 公式或 G. I. Taylor 公式, 但首先导出此公式的是 O. Reynolds。方程(14) 给出了该公式的可压缩性修正。

在 $T_0 > T_w$ 的情况下, 也即当表面温度比来流温度更低的时候, 可压缩性效应是增加向壁面的传热。然而, 如果把这解释为重要的冷却作用那就错了, 因为高速时边界层内产生的热量与向壁面的传热量是同一量级的。为了确定冷却作用的有效性, 必须考虑总的热量平衡。方程(14) 并不能给出这方面的充分信息, 必须计算边界层内的速度分布和温度分布。下面将在特定假设 $T_w = T_0/4$ 下, 也即壁面热力学温度保持不变并等于热流体的温度的四分之一的条件下进行这种计算。对于 μ 的变化, 采用与第一部分同样的假设。计算结果示于图 2 和图 4。 $C_f \sqrt{R}$ 随 M 的变化类似于壁面无传热的情况。同样, 极高马赫数下边界层内的最高温度也非常高, 但温度达到峰值的位置离壁面有一段距离。

通过边界层向壁面的传热可如下计算:

速度剖面的初始斜率等于

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_w = \frac{U \sqrt{R}}{L \sqrt{n^*}} \left(\frac{\mu_0}{\mu_w}\right) \frac{C_f \sqrt{R}}{4} \quad (16)$$

对方程(4) 取微分, 可以得到速度斜率与温度梯度之间的关系。利用式(7a) 并将方程(16) 代入方程(5), 得到

$$(\partial T / \partial y)_w = K [T_0 \sqrt{R} / (4L \sqrt{n^*})] \quad (17)$$

式中:

$$K = (4^{0.76} / 2) \{0.75 + [(\kappa - 1) / 2] M^2\} \sqrt{R} C_f$$

因此, 单位时间内通过长度为 L 的单位宽度的壁面条带的传热量

$$Q = \int_0^L \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right)_w dx = \frac{K \lambda_w T_0 \sqrt{R}}{2L} \int_0^L \frac{dx}{\sqrt{n^*}}$$

或近似为

$$Q \approx K \lambda_w T_0 \sqrt{R} \quad (18)$$

式中的 K 在表 2 中给出。

表 2

M	K
0	1.53
1	1.93
2	3.12
5	10.53
10	33.98

图 5 是总的能量平衡图。无量纲耗散曲线代表单位时间内由于单位宽度壁面摩擦所产生的热量；下面的曲线表示单位时间单位宽度的热含量的增加(减少)；这两条曲线纵坐标之差就相应于通过边界层的传热。可以看到，当 $M < 2.6$ 时流体得到冷却。超过这个上限的话，摩擦产生的热量要大于传向壁面的热量，其结果是流体反而被加热了。

对于 $T_w > T_0$ 的情况，也即壁面比流体更热的情况，传热与摩擦之比随着马赫数的增加而减少，参见图 6，其中纵坐标代表可压缩 q/τ (方程(14))与不可压缩 q/τ (方程(15))之比。计算中气体温度取为 -55°F ，而壁面温度取为 180°F 和 300°F 。可以看到，在壁面温度为 180°F 且 $M=1.69$ 时以及壁面温度为 300°F 且 $M=2.08$ 时，冷却作用就消失了。然而，即使在马赫数比这些值低很多的情况下冷却效率就已经明显下降。这个事实强调了降低冷却气流的速度的好处以及直接利用高速气流来冷却壁面的效率之低。图 6 的曲线根据方程(14)画出，既可应用于层流，也可应用于湍流。

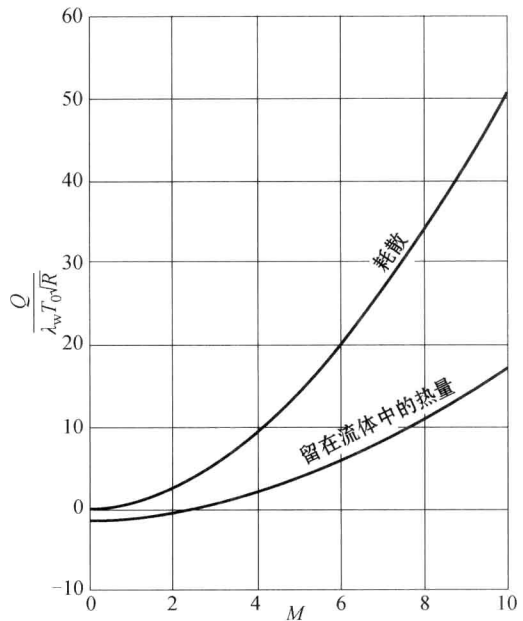


图 5 壁温等于 1/4 来流温度时的能量平衡

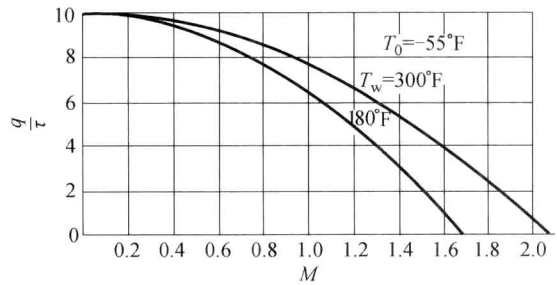


图 6 高速对冷却效率的影响

(陈允明 译，周显初 校)

参考文献

- [1] Busemann A. Gas-strömung mit laminaren Grenzschicht entlang einer Platte [J]. Z. A. M. M., 1935, 15:23.
- [2] Frankl. Laminar Boundary Layer of Compressible Fluids [M]. Trans. of the Joukowski Central Aero-Hydrodynamical Institute, Moscow, 1934, (Russian).
- [3] von Kármán Th. The Problem of Resistance in Compressible Fluids [M]. V. Convegno della Fondazione Alessandro Volta (Tema: Le Alte Velocita in Aviazione), Reale Accademia D'Italia, Rome.
- [4] Ackeret J. Über Luftkraft bei sehr grossen Geschwindigkeiten insbesondere bei ebenen Strömungen [J]. Helvetica Physica Acta, 1928, 1: 301 - 322.
- [5] Crocco L. Su di un valore massimo del coefficiente di trasmissione del calore da una lamina piana a un