

應用數學
系列

線性代數 與動態系統

中山大學電機工程研究所 謝哲光 著
高雄工學院應用數學系 陳嘉文



全華科技圖書股份有限公司 印行

51.44
100

應用數學系列

線性代數與動態系統

謝哲光・陳嘉文 著



06033166



全華科技圖書股份有限公司 印行

國立中央圖書館出版品預行編目資料

線性代數與動態系統=Linear algebra and
dynamic systems/謝哲光, 陳嘉文編著.--
初版.--臺北市:全華, 民83

面; 公分

參考書目:面

ISBN 957-21-0634-1(精裝)

1. 線性代數

313.3

83005305

法律顧問:蕭雄淋律師

應用數學系列
線性代數與動態系統
謝哲光·陳嘉文 著

定價 新台幣 440 元

初版一刷/83年7月

圖書編號0112563A

版權所有·翻印必究

出版者/全華科技圖書股份有限公司

地址/台北市龍江路76巷20-2號2樓

電話:5071300(總機) FAX:5062993

郵撥帳號:0100836-1號

發行人/陳 本 源

印刷者/宏懋打字印刷股份有限公司

行政院新聞局核准登記證局版台業字第〇二二三號

ISBN 957-21-0634-1

我們的宗旨

提供技術新知
帶動工業升級
為科技中文化
再創新猷

資訊蓬勃發展的今日
全華本著「全是精華」的出版理念
以專業化精神
提供優良科技圖書
滿足您求知的權利
更期以精益求精的完美品質
為科技領域更奉獻一份心力

為保護您的眼睛，本公司特別採用不反光的米色印書紙！！

我們應該感謝上蒼，因為它創造了這樣的世界：
任何簡單的道理都是對的，而複雜的道理都是錯的。

-----烏克蘭哲學家Gregory Skovorada

全華應用數學系列

編審

◆ 賴漢卿教授

東海大學應用數學系

◆ 謝哲光教授

國立中山大學電機工程研究所

線性代數與動態系統

微分方程式

機率論

迴歸分析導論

數值分析

離散數學

有限元素法

作者小傳

謝哲光 (民國 46 年生)

本籍：台灣省苗栗縣

現職：國立中山大學電機工程研究所教授

高雄市木棉花室內交響樂團小提琴手

高雄市消費者保護協會日用品委員會召集人

學歷：國立成功大學電機學士

美國以色列理工學院 (RPI) 電機碩士

美國以色列理工學院 (RPI) 電機博士

專長：自動控制、控制軟體設計、高等數學分析

經歷：國立中山大學電機工程研究所副教授

國立中山大學能源工程研究中心主任

國立台灣工業技術學院電機工程研究所兼任副教授

美國數學學會 Mathematical Reviews 雜誌評稿

中國工程學刊雜誌審稿

中國機械工程學刊雜誌審稿

技術學刊雜誌審稿

教育部全國工專評鑑委員

經濟部中央標準局專利審核委員

國防部示範樂隊小提琴手

榮譽：中華民國斐陶斐榮譽會員

美國以色列理工學院 Henry Nolte Memorial Prize 得主

教育部七十六學年度大學暨獨立學院教學特優教師

教育部七十七學年教學研究用微電腦軟體套用程式創作優等獎

中國工程師學會青年工程師獎

美國以色列理工學院 1982 協奏曲比賽首獎

苗栗縣小提琴比賽第二名

興趣：古典音樂、球類運動、KTV

陳嘉文 (民國 51 年生)

本籍：台灣省高雄縣人

學歷：輔仁大學數學學士

輔仁大學數學碩士

國立清華大學數學博士

專長：非平滑分析、非平滑控制理論、最佳化理論

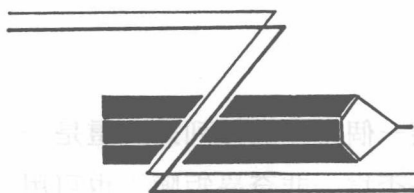
現職：高雄工學院應用數學系副教授

國立中山大學應用數學系兼任副教授

經歷：國立清華大學數學系兼任講師

榮譽：中華民國數學學會會員

興趣：繪畫、美術欣賞



序 言

顧名思義線性代數就是解決線性問題的代數方法。我們可以大膽地說許多的科學和工程問題，在其分析和求解的過程中皆需應用線性代數來解決某些線性問題。在本書中，我們希望以深入淺出而不失其嚴密性的方式來介紹這個重要的領域。閱讀本書所需的數學基礎只是一些基本的微積分。本書不但可做為線性代數的教科書，同時也可做為線性動態系統的入門書。

本書的主要內容可大略地分為三個部份。第一部份是關於如何解線性方程組 $Ax = b$ 及其幾何意義；其中包括高斯消去法、行列式、向量空間、線性算子等等。第二部份是有關於特徵值問題 $Ax = \lambda x$ 的探討；其中包括範數空間和內積空間、特徵值和特徵向量等等。第三部份是關於線性動態系統 $\dot{x}(t) = Ax(t)$ 問題的探討。

在第零章我們將舉五個實際範例來說明線性代數的一些重要應用。有了這些範例之後，接下來當然就是要了解如何來解這些線性問題。顧名思義線性代數就是解決線性問題的代數方法。首先我們將介紹線性代數中一些主要的技巧和方法，例如矩陣運算和高斯消去法；這就是第一章所要介紹的主要課題。在此要注意的是高斯消去法不但是解決線性問題最重要的代數技巧，同時它也使得線性代數理論變得較為容易。在本

章中相關的探討還包括基本列運算，基本列矩陣和一個矩陣的三角分解等等。

在第二章中我們將由排列的觀念來介紹一個方陣的行列式。這是一個很有用的數。它可以用來判別一個方陣是否為一非奇異矩陣；也可用來計算一個非奇異矩陣的反矩陣；也可用來解一個線性方程組等等。在本章中相關的探討還包括基本排列、行列式的餘因子分解和克雷姆法則等等。

由第三章開始我們將以較為抽象的方式來介紹線性代數的課題。這種抽象化是必要的，因為如此一來我們就可以將許多類似的線性問題用同一個數學架構來處理。在這一章中我們將介紹向量空間和相關的概念，包括子空間、線性獨立性、基底、維度及子空間和等等。

在第四章我們將考慮由一個向量空間映至另一向量空間的線性函數，即線性算子。相關的概念包括線性算子的矩陣表示法、基底轉換、伴隨一個矩陣的四個基本子空間和線性方程組解存在性和唯一性的問題等等。

在前面四章我們所考慮的是具有線性的代數結構之空間，即向量空間，以及在向量空間之間的線性映射。在第五章我們將考慮具有拓撲結構的向量空間，即範數空間和內積空間。在範數空間中我們可以談論一個向量的長度、二個向量之間的距離和一個線性算子的範數。在內積空間中我們可以談論二個向量之間的內積及垂直的概念性。有了這些基本

概念之後我們將介紹重要的葛蘭史密斯正交化程序和伴隨此一程序的 QR 分解。我們也將介紹重要的傅雷德亨定理及其在集總電路學的應用。在本章的最後我們將介紹重要的正交原理和最小平方解問題。

由第六章開始我們進入本書的第二部份，即有關一個線性算子特徵值問題的探討。特徵值問題在線性代數中佔有十分重要的地位。首先我們將介紹特徵值和特徵向量的概念。再來介紹矩陣的對角化問題。接著我們針對一些特殊矩陣探討其特徵值的特性和對角化的問題。接著介紹矩陣多項式及其特性。我們將證明有用的凱利漢彌爾頓定理，並由此衍生最小多項式的概念。最後介紹重要的原型分解定理和約旦定理。

由第七章開始我們進入本書的第三部份，即有關一個線性動態系統問題的探討。首先我們將介紹一個線性連續時間動態系統的狀態轉移矩陣、系統模態和穩定性。接著我們針對二階系統將系統的原點區分為不同類別的平衡點並且針對不同類別的平衡點以圖像方式繪出其系統的狀態軌跡。接著我們將探討一個線性斷續時間動態系統的特性。最後我們探討有輸入的線性制動系統。

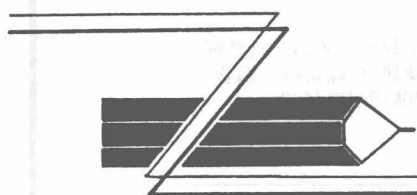
由於奇異值分解在許多的應用上愈來愈重要，因此我們在附錄一中介紹奇異值分解和一些應用。附錄二是參考文獻。附錄三是中英文數學名詞對照表。本書中使用的中英文翻譯名詞大部份是參照教育部七十年十二月公布之《數學名詞》一書之翻譯。

由於篇幅之限制，本書不可能涵蓋所有線性代數的範疇。一些有趣的課題和一些較為深入的結果在本書中無法談到，比方說線性規劃、線性控制和數值線性代數等等。

本書由民國 81 年 5 月開始撰寫，備極辛苦。當然我們希望能對讀者有所幫助。我們要感謝全華科技圖書公司大力協助本書之出版，並成為全華科技《應用數學系列叢書》之一員。最後我們要感謝東海大學應用數學研究所賴漢卿教授多年來給予我們的指導與鞭策。

謝哲光 於高雄市西子灣

陳嘉文 於高雄縣觀音山



編輯部序

「系統編輯」是我們的編輯方針，我們所提供給您的，絕不只是一本書，而是關於這門學問的所有知識，它們由淺入深，循序漸進。

本書是全華推出應用數學系列叢書之一，由國立中山大學電機研究所教授謝哲光先生及高雄工學院應用數學系副教授陳嘉文先生所著。本書對於解決線性問題的代數方法，有深入的剖析與探討，同時也非常適合應用在科學及工程上。讀者只需具備微積分的基礎，就可研讀本書。而且每章都附有習題，可供讀者自我演練，更有助於融會貫通，是大學理工學系「線性代數」課程之最佳選擇。

同時，為了使您能有系統且循序漸進研習相關方面的叢書，我們以流程圖方式，列出各有關圖書的閱讀順序，以減少您研習此門學問的摸索時間，並能對這門學問有完整的知識。若您在這方面有任何問題，歡迎來函連繫，我們將竭誠為您服務。

全華共同相關圖書

- | | |
|--|--|
| 2087 慣性導航系統原理與應用
黃國興 編著
20K/368頁/260元 | 2370 高等工程數學(上)(下)
胡振國·羅如燕 編譯
20K/1552頁/680元
20K/848頁/540元 |
| 2469 工程數學(上)
林炳宏·龔榮源 編著
近期出書 | 2133 自動控制系統—第六版
鄭永福·陸仁傑 編譯
20K/1040頁/480元 |
| 1789 初等線性代數
林世昌 編著
20K/624頁/280元 | 2245 工程數學考題分析整理
陳建富·陳新得 編著
20K/944頁/540元 |
| 2265 自動控制考題分析整理
王偉彥·陳新得 編著
20K/360頁/280元 | |

●上列書價若有變動
請以最新定價為準

流程图





目 錄

第零章	線性問題範例	1
第一章	線性方程組和高斯消去法	13
	1.1 矩陣運算及其特性	14
	1.2 高斯消去法	40
	1.3 廣義線性方程組	65
	1.4 習題	77
第二章	行列式	85
	2.1 排列及其特性	86
	2.2 行列式及其特性	96
	2.3 行列式的一些應用	116
	2.4 習題	125
第三章	向量空間	131

3.1	向量空間	132
3.2	子空間	140
3.3	線性獨立	144
3.4	基底	154
3.5	子空間和	163
3.6	習題	170

第四章 線性算子 175

4.1	線性算子	176
4.2	線性算子的基本特性	184
4.3	線性算子的矩陣表示法	195
4.4	基底轉換	203
4.5	四個基本子空間	212
4.6	線性方程組	224
4.7	習題	232

第五章 範數空間和內積空間 241

5.1	範數空間	242
5.2	內積空間	259
5.3	正交性	272
5.4	傅雷德亨定理	294

5.5	投影和正交投影	303
5.6	最小平方解問題	314
5.7	習題	322

第六章 特徵值和特徵向量 329

6.1	特徵值和特徵向量	330
6.2	矩陣的對角化	348
6.3	一些特殊矩陣的特性	359
6.4	矩陣多項式	369
6.5	原型分解定理	387
6.6	約旦定理	400
6.7	正定矩陣	418
6.8	習題	429

第七章 線性動態系統 437

7.1	線性微分方程組	438
7.2	系統模態	460
7.3	穩定性	470
7.4	二階系統	488
7.5	線性差分方程組	505
7.6	制動系統	520