Z

品牌教辅

Mengjianping Shuxue

孟建平系列丛书 MENGJIANPING XILIE CONGSHU ®

孟建平

系列丛书

数学

八年级(下)

教案·学案

教师用书

西泠印社出版社

浙教版

品牌教辅

MengJianPing Shuxue

孟建平

系列丛书

教案·学案

数学 八年级(下)

(教师用书)

丛书主编 孟建平

本册主编 郭丽青

本册编著 何绍栋 杨礼敏
吴其伦 蒋焕明
郭丽青 金连生

西泠印社出版社

图书在版编目(CIP)数据

教案·学案. 数学. 八年级. 下/《教案·学案》编委会编. —杭州：西泠印社出版社，2007.2

教师用书

ISBN 978-7-80735-171-9

Ⅰ. 教... Ⅱ. 教... Ⅲ. 数学课—初中—教学参考资料 Ⅳ. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 016483 号

孟建平系列丛书

教案·学案数学八年级下

孟建平 主编

责任编辑：朱晓莉
责任出版：李 兵
封面设计：项瑞华
出版发行：西泠印社出版社
社 址：杭州市解放路马坡巷 39 号(邮编 310009 电话 0571—87243279)
经 销：新华书店
印 刷：杭州华艺印刷有限公司
排 版：星云光电图文制作工作室
开 本：787×1092 1/16
印 张：124
字 数：3720 千字
版 印 次：2007 年 2 月第 1 版 2008 年 11 月第 2 次印刷
书 号：ISBN 978-7-80735-171-9
总 定 价：167.50 元

CONTENTS

目录

第一章 二次根式

单元导航

二次根式是在学生掌握了平方根和算术平方根的基础上进一步学习的内容，主要内容有二次根式的概念、性质、化简和二次根式的运算.

从本质上看，二次根式是表示算术平方根的一种代数式，二次根式的性质就是算术平方根的性质，二次根式的化简、运算实质上也是算术平方根的化简和运算，因此数学中要紧紧抓住二次根式和算术平方根的联系，引导学生从本质意义上认识和掌握二次根式的概念、性质、化简和运算.

二次根式的化简和运算都以二次根式的性质为依据，二次根式在化简和运算过程中涉及对根号内字母的讨论时，关键要讲清字母的取值范围是由被开方数大于或等于零来确定的，教学中不必随意提高对根号内的字母进行讨论的要求. 通过本章学习使学生对代数式的概念和运算得以完善，为进一步学习方程、函数以及有关图形的数量计算打好基础.

本章共7课时，建议安排如下：

1.1　二次根式 ………………………………………… 1课时
1.2　二次根式的性质 …………………………………… 2课时
1.3　二次根式的运算 …………………………………… 3课时
本章复习 ……………………………………………… 1课时

第1课时　1.1　二次根式

教学目标

知识目标　理解二次根式的含义，掌握二次根式中根号内字母取值范围的求法.
能力目标　能运用二次根式的概念解决有关问题.
情感目标　体会数学知识的不断拓广是为了工作、生活的需要，提高学好数学的自觉性.

教学重点难点

重　点　二次根式的概念.
难　点　确定根号内字母的取值范围.

课堂教与学互动设计

【创设情境，引入新课】

问题一：如图 1-1-1，架在消防车上的云梯 AB 的坡比为 $1:0.6$(即 $AD:BD=1:0.6$). 已知云梯 AB 长为15m，云梯底部离地面2m(即 $BC=2\text{m}$)，你能得出云梯的顶端离地面的距离 AE 吗？

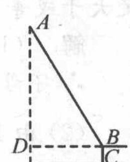


图 1-1-1

以问题创设情境，点燃学生思维火花，为导入新课作铺垫.

问题二：一艘快艇的航线如图 1-1-2 所示，从 O 港出发，1小时后

回到O港．设行驶中快艇的速度保持不变，问快艇驶完AB这段路程用了多少时间？

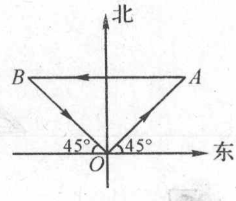


图 1-1-2

运用二次根式及其运算可以帮助我们解决上述这些问题．

本章我们将学习二次根式的概念、性质和运算．

【合作交流，探究新知】

一、问题探究

1．如图1-1-3，排球网高AD为2.43米，$AC=AB$，$CB=a$米．

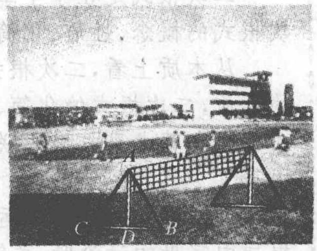


图 1-1-3

你能用代数式表示AC的长吗？

由学生合作交流

得出结论 $AC=\sqrt{2.43^2+\frac{1}{4}a^2}$

2．如图1-1-4所示的直角三角形，正方形和等边三角形的条件，完成以下填空．

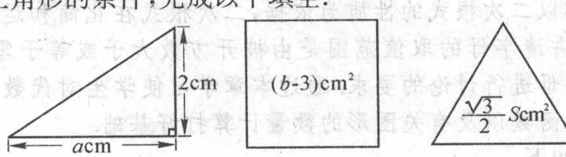


图 1-1-4

直角三角形的斜边长是____________；

正方形的边长是____________；

等边三角形的边长是____________．

二、问题思考

你认为所得的各代数式的共同特点是什么？

三、问题归纳

像$\sqrt{2.43^2+\frac{1}{4}a^2}$、$\sqrt{a^2+4}$、$\sqrt{b-3}$、$\sqrt{2S}$这样表示的算术平方根，且根号内含有字母的代数式叫做<u>二次根式</u>．（我们把一个数的算术平方根如$\sqrt{3}$、$\sqrt{\frac{1}{2}}$等也叫做二次根式）

根据算术平方根的意义，二次根式根号内字母的取值范围必须满足____________．

【例题解析，当堂练习】

例1　（课本例1）求下列二次根式中字母a的取值范围：

(1) $\sqrt{a+1}$；(2) $\sqrt{\frac{1}{1-2a}}$；(3) $\sqrt{(a-3)^2}$．

分析　根据算术平方根的意义，二次根式的根号内的字母的取值范围必能满足大于或等于零，列出不等式求解．

解　(1) $a+1\geqslant 0$，得$a\geqslant -1$．

∴ 字母a的取值范围是大于或等于-1的实数．

(2) 由$1-2a>0$，即$a<\frac{1}{2}$．

∴ 字母a的取值范围是小于$\frac{1}{2}$的实数．

(3) 因为无论a取何值，都有$(a-3)^2\geqslant 0$．

所以 a 的取值范围是全体实数.

点评：解这类题要注意正确列不等式是关键，特别是不等式对“$>$”还是“$\geqslant$”的处理要根据式子正确列出，同时对有些字母的取值范围是全体实数时的情形，要根据代数式的性质来确定.

做一做

1. 当 a $\underline{\geqslant -\frac{1}{2}}$ 时，$\sqrt{2a+1}$ 有意义.

2. 二次根式 $\sqrt{\frac{1}{2a+1}}$ 中，字母 a 的取值范围是 $\underline{a>-\frac{1}{2}}$.

3. 式子 $\sqrt{4-4a+a^2}$ 中字母 a 可取值的范围是 $\underline{\text{全体实数}}$.

例 2 已知二次根式 $\sqrt{1-2x}$.

(1) 求 x 的取值范围.

(2) 求当 $x=-4$ 时，$\sqrt{1-2x}$ 的值.

(3) 若它的值为零，求 x 的值.

设计例 2 旨在巩固二次根式中字母的取值范围及有关代数值的计算问题.

分析 对于(1) 列出不等式求，(2)、(3) 利用算术平方根的概念求解.

解 (1) 由 $1-2x\geqslant 0$ 得，$x\leqslant\frac{1}{2}$

$\therefore x$ 的取值范围是 $x\leqslant\frac{1}{2}$.

(2) 把 $x=-4$ 代入二次根式，得 $\sqrt{1-2x}=\sqrt{1-2\times(-4)}=\sqrt{9}=3$.

(3) 由题意得：$1-2x=0$.

$\therefore x=\frac{1}{2}$.

点评：二次根式的问题实质上都是根据算术平方根的概念来处理.

做一做

1. 当 $x=\frac{1}{2}$ 时，二次根式 $\sqrt{8+2x}$ 的值是 $\underline{3}$.

2. 要使二次根式 $\sqrt{3-2x}$ 的值是 1，那么 $x=$ $\underline{1}$.

3. 当 x $\underline{\leqslant 0}$ 时，二次根式 $\sqrt{-x}$ 有意义.

例 3 (图 1-1-5) 为测量电线杆 AB 的高度，小明同学测得 $BC=a$，$\angle ACB=60°$.

(1) 用关于字母 a 的代数式表示电线杆 AB 的高.

(2) 若 $a=4$ 米，求电线杆 AB 的高是多少米(精确到 0.1 米).

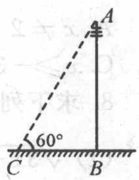


图 1-1-5

设计例 3 旨在应用二次根式的概念尝试解决实际问题.

分析 利用直角三角形的性质列式并计算，对于(2) 可以利用计算器.

解 (1) 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$BC=a$，$\angle ACB=60°$.

$\therefore AC=2a$

于是 $AB=\sqrt{4a^2-a^2}=\sqrt{3a^2}$.

(2) 把 $a=4$ 代入二次根式 $AB=\sqrt{3a^2}=\sqrt{3\times 4^2}=\sqrt{48}$.

$\therefore AB\approx 6.9$(米)

即电线杆的高约为 6.9 米.

点评：在日常生活中有许多问题的解决会用到二次根式的计算，本例 $AB=\sqrt{3a^2}$ 中不必化简，待今后学习二次根式性质后学生自然会化简.

做一做

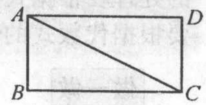


图 1-1-6

1. 如图 1-1-6，长方形的长与宽分别是 4cm 和 2cm，求它的对角线长.（精确到 0.1）

解 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AB=2$cm，$BC=4$cm，

所以 $AC=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}\approx 4.5$cm.

【课时小结】

本节课主要探究二次根式的有关概念，重点是理解二次根式的含义，其实质就是算术平方根，应注意二次根式中根号内的代数式必须满足大于或等于零，否则它不是二次根式，例如 $\sqrt{-5}$ 就不是二次根式，初步体会到日常生活、生产中很多情况下会运用二次根式来解决问题的事实.

课外同步训练

【轻松过关】

1. 下列各式中不属于二次根式的是 （ C ）

A. $\sqrt{x^2+1}$　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\sqrt{-x^2-2}$　　D. $\sqrt{\frac{1}{x}}(x>0)$

2. 求下列二次根式中字母 x 的取值范围。（直接填在横线上）

(1) $\sqrt{x-1}$；$\underline{x\geqslant 1}$；　(2) $\sqrt{4x^2}$；$\underline{\text{全体实数}}$；

(3) $\sqrt{\frac{1}{x}}$；$\underline{x>0}$；　(4) $\sqrt{-3x}$；$\underline{x\leqslant 0}$.

3. 当 a $\underline{\leqslant\frac{1}{3}}$ 时，二次根式 $\sqrt{1-3a}$ 有意义.

4. 二次根式 $\sqrt{a+5}$ 中字母 a 的取值范围是 $\underline{a\geqslant -5}$.

5. 如果 $x=-1$，那么二次根式 $\sqrt{6+2x}$ 的值是 $\underline{2}$.

6. 若二次根式 $\sqrt{x^2}$ 的值为 3，则 $x=\underline{\pm 3}$.

【适度拓展】

7. 要使式子 $\frac{\sqrt{x+3}}{x-2}$ 有意义的 x 的取值范围是 （ C ）

A. $x\neq 2$　　B. $x>-3$ 且 $x\neq 2$

C. $x\geqslant -3$ 且 $x\neq 2$　　D. $x\geqslant -3$

8. 求下列二次根式中 x 的取值范围：

(1) $\sqrt{3x-6}$　(2) $\sqrt{x^2+1}$　(3) $\sqrt{-\frac{1}{2}x}$　(4) $\sqrt{\frac{1}{2+x}}$

解 (1) $x\geqslant 2$；　(2) 全体实数；　(3) $x\leqslant 0$；　(4) $x>-2$.

9. 要使代数式 $\frac{1}{2-\sqrt{x}}$ 有意义的 x 值为 （ B ）

A. $x\neq 4$ 的正实数　　B. $x\neq 4$ 的非负实数

C. $x\geqslant 0$ 的实数　　D. $x<2$ 的实数

10.（课本练习）一艘轮船先向东北方向航行 2 时，再向西北方向航行 t 时，船的航速是每时 25 千米.

(1) 用关于 t 的代数式表示船离出发地的距离；

(2) 求当 $t=3$ 时，船离出发地多少千米？(精确到0.01千米)

解　(1) 船离出发地的距离为 $\sqrt{2500+625t^2}$；　(2) 当 $t=3$ 时，船离出发地约90.14(千米).

11. 当 $x=-2$ 时，求二次根式 $\sqrt{2+\frac{1}{2}x}$ 的值.　(原式 $=1$)

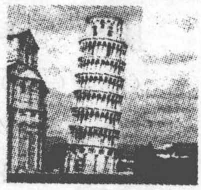
【探索与思考】

12. 当 x __$=0$__ 时，$\sqrt{3x}-\sqrt{-3x}$ 有意义.

13. (图1-1-7) 物体自由下落时，下落距离 h(米) 可以用公式 $h=5t^2$ 来估计，其中 t(秒) 表示物体下落所经过的时间.

(1) 把这个公式变形成用 h 表示 t 的公式；

(2) 一个物体从54.5米高的塔顶自由下落，落到地面需几秒？(精确到0.1秒)(利用计算器计算)



解　(1) $t=\sqrt{\frac{h}{5}}$；　(2) 把 $h=54.5$ 代入 $t\approx3.3$(秒)

图1-1-7

第2课时　1.2　二次根式的性质(一)

教学目标

知识目标　掌握二次根式 $(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant0)$ 及 $\sqrt{a^2}=|a|$.

能力目标　培养学生从特殊到一般分析探究归纳问题的能力，能运用二次根式有关性质进行化简或计算.

情感目标　培养数形结合解决问题的意识，享受探究问题、解决问题的乐趣.

教学重点难点

重　点　理解二次根式的性质，应用性质进行化简.

难　点　对理解二次根式 $\sqrt{a^2}$ 与 $(\sqrt{a})^2$ 的联系与区别.

课堂教与学互动设计

【创设情境，引入新课】

一、你能把一张三边长分别为 $\sqrt{5}$、$\sqrt{5}$、$\sqrt{10}$ 的三角形纸片放入(如图1-2-1) 4×4 的方格内，使它的三个顶点都在方格的顶点上吗？

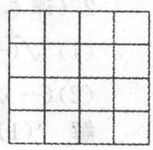


图1-2-1

用直观的图形及学生熟悉的正方形的面积与边长的关系创设问题情境，使学生对新知识有一个大致的印象.

二、参考图1-2-2，完成以下填空。

$(\sqrt{2})^2=$ __2__；$(\sqrt{7})^2=$ __7__；$\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2=$ __$\frac{1}{2}$__.

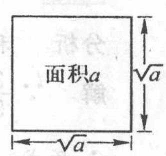


图1-2-2

【合作交流，探究新知】

归纳：从上面的情境中，我们可以得到二次根式有以下性质.

一般地，二次根式有下面的性质：

$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant0)$.

尝试：填空：$\sqrt{2^2}=$ __2__，$|2|=$ __2__；

$\sqrt{(-5)^2}=$ __5__，$|-5|=$ __5__；

$\sqrt{0^2}=$ __0__，$|0|=$ __0__；

思考：请比较左右两边的式子想一想：$\sqrt{a^2}$ 与 $|a|$ 有什么关系？

当 $a\geqslant 0$ 时，$\sqrt{a^2}=$ __a__；当 $a<0$ 时，$\sqrt{a^2}=$ __$-a$__.

结论：一般地，二次根式还有下面的性质：

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a(a\geqslant 0);\\-a(a<0)\end{cases}$$

【例题解析，当堂练习】

设计例1旨在能运用二次根式的性质进行简单的计算.

例1 （课本例1）计算：

(1) $\sqrt{(-10)^2}-(\sqrt{15})^2$；

(2) $[\sqrt{2}-\sqrt{(-2)^2}]\cdot\sqrt{2}+2\sqrt{2}$.

分析 利用性质 $(\sqrt{a})^2=a$ 及 $\sqrt{a^2}=|a|$ 进行计算，对于(2)是混合运算，要注意运算顺序.

解 (1) $\sqrt{(-10)^2}-(\sqrt{15})^2=|-10|-15=10-15=-5$.

(2) $[\sqrt{2}-\sqrt{(-2)^2}]\cdot\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

$=(\sqrt{2}-2)\cdot\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

$=(\sqrt{2})^2-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}=2$.

点评： 在计算时要注意 $\sqrt{a^2}$ 与 $(\sqrt{a})^2$ 之间的区别，其中 $(\sqrt{a})^2$ 中的 a 必须是非负实数，否则无意义，而在 $\sqrt{a^2}$ 中的 a 可以是任何实数.

做一做

1.（课本练习）（口答）填空：

(1) $\sqrt{(-1)^2}=$ __1__，$(-\sqrt{3})^2$ __3__

$\sqrt{\left(1\frac{1}{3}\right)^2}=$ __$1\frac{1}{3}$__，$\sqrt{(-4)^2}=$ __4__

(2) 数 a 在数轴上的位置如图 1-2-3，则 $\sqrt{a^2}=$ __$-a$__

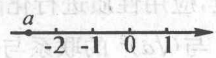


图 1-2-3

2.（课本练习）计算：

(1) $\sqrt{(-7)^2}-(\sqrt{7})^2$；

(2) $(-\sqrt{11})^2+\sqrt{(-13)^2}$.

解 (1) 原式 $=0$； (2) 原式 $=24$.

设计例2旨在巩固性质 $\sqrt{a^2}=|a|$ 的运算.

例2 （课本例2）计算 $\sqrt{\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{3}\right)^2}+\left|\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\right|$.

分析 利用 $\sqrt{a^2}=|a|$，再根据 a 的正、负去掉绝对值再计算.

解 $\because \frac{3}{5}-\frac{2}{3}<0,\frac{4}{5}-\frac{2}{3}>0$

$\therefore$ 原式 $=-\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\right)$

$=-\frac{3}{5}+\frac{2}{3}+\frac{4}{5}-\frac{2}{3}$

$=\frac{1}{5}$

点评：应用性质$\sqrt{a^2}=|a|$计算时，首先要判断a的符号，再去掉绝对值，同时例题计算时要注意方法，不必先通分，否则反而麻烦.

练一练

1. 化简$\sqrt{2^4}=\underline{\ 4\ }$，$\sqrt{(-2)^4}=\underline{\ 4\ }$，$\sqrt{a^4}=\underline{\ a^2\ }$.

2. 如果$a>1$，则$\sqrt{1-2a+a^2}=\underline{\ a-1\ }$，若$a<1$，则$\sqrt{1-2a+a^2}=\underline{\ 1-a\ }$.

例 3　已知a、b、c为$\triangle ABC$三边，化简$\sqrt{(a-b-c)^2}-|b+c-a|$.

设计例3旨在提高学生综合运用知识的能力.

分析　因为a、b、c是$\triangle ABC$三边，由三角形三边关系可得$a<(b+c)$，$\therefore a-b-c<0$，而$b+c>a$. $\therefore b+c-a>0$，再根据$\sqrt{a^2}=|a|$化简.

解　$\because a$、b、c是$\triangle ABC$三边长，

$\therefore a<b+c$，$\therefore a-b-c<0$，又$b+c-a>0$.

$\therefore$ 原式$=|a-b-c|-|b+c-a|$

$=-(a-b-c)-(b+c-a)$

$=-a+b+c-b-c+a$

$=0$

点评：$\sqrt{a^2}$与$|a|$事实上是不同形式的同一结果的代数式，应用时要根据绝对值的性质进行化简，在二次根式的化简时，应注意充分挖掘隐含条件.

练一练

1. 数a、b在数轴上如图1-2-4所示，化简$\sqrt{(a-b)^2}+|a+b|$

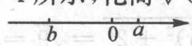


图 1-2-4

解　由数轴可知$a>0$，$b<0$，且$|a|<|b|$，$\therefore a-b>0$，$a+b<0$. 于是原式$=|a-b|+|a+b|=a-b-(a+b)=-2b$.

例 4　已知a满足$\sqrt{(2006-a)^2}+\sqrt{a-2007}=a$，求$a-2006^2$的值.

设计例4旨在提高学生分析解决问题的能力.

分析　由$\sqrt{a^2}=|a|$，可先得$\sqrt{(2006-a)^2}=|2006-a|$，再由$a-2007\geqslant 0$可知$a\geqslant 2007$，故可以将原式化简，进而确定$a$的值.

解　原式$=|2006-a|+\sqrt{a-2007}=a$

$\because a-2007\geqslant 0$，$\therefore a\geqslant 2007$

$\therefore 2006-a<0$

$\therefore a-2006+\sqrt{a-2007}=a$

$\therefore \sqrt{a-2007}=2006$

$\therefore (\sqrt{a-2007})^2=2006^2$

$\therefore a-2007=2006^2$

即$a-2006^2=2007$

点评：本题考查$\sqrt{a^2}$的性质，以及$(\sqrt{a})^2$的性质，在对$\sqrt{a^2}$化简时，一定要先讨论a的取值范围.

【课堂小结】

二次根式性质的应用主要是进行化简与计算，应用时要注意$\sqrt{a^2}$与$(\sqrt{a})^2$之间

的不同点,特别是利用$\sqrt{a^2}$的性质时,必须先考虑a的范围.

课外同步训练

【轻松过关】

1. 填空:

(1) $\sqrt{2^2}=\underline{\ 2\ }$,$\sqrt{(-2)^2}=\underline{\ 2\ }$

(2) $(\sqrt{7})^2=\underline{\ 7\ }$,$\left(\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2=\underline{\ \frac{2}{7}\ }$

(3) $\sqrt{81}=\underline{\ 9\ }$,$\sqrt{4^4}=\underline{\ 16\ }$

2. 计算(课本练习):

(1) $(-\sqrt{5})^2-\sqrt{16}+\sqrt{(-2)^2}$

(2) $\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2-\sqrt{0.1^2}-\sqrt{\frac{1}{4}}$

(3) $(\sqrt{a})^2+\sqrt{a^2}(a\geqslant 0)$

3. 计算(课本练习):

(1) $\sqrt{\left(\frac{4}{7}-\frac{1}{2}\right)^2}+\sqrt{\left(\frac{4}{7}-1\right)^2}$

(2) $(\sqrt{3}-1)\cdot\sqrt{3}+\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}+\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}$

4. 如图 1-2-5,$P(\sqrt{5},2)$是直角坐标系中一点,求点P到原点的距离.

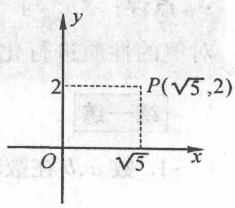


图 1-2-5

解 连OP,则$OP=\sqrt{(\sqrt{5})^2+2^2}=\sqrt{9}=3$.

【适度拓展】

5. 如图 1-2-6,P是直角坐标系中一点.

(1) 用二次根式表示点P到原点的距离.

(2) 如果$x=\sqrt{2}$,$y=\sqrt{7}$,求P点到原点的距离.

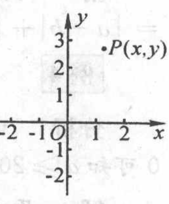


图 1-2-6

解 (1)$OP=\sqrt{x^2+y^2}$; (2)$OP=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{7})^2}=\sqrt{9}=3$.

6. 阅读下面的文字后回答问题:小明和小芳解答题目"先化简下式,再求值:$a+\sqrt{1-2a+a^2}$,其中$a=9$"时,得到了不同答案.

小明的解答是:原式$=a+\sqrt{(1-a)^2}=a+(1-a)=1$.

小芳的解答是:原式$=a+\sqrt{(1-a)^2}=a+a-1=2a-1=2\times 9-1=17$.

(1) $\underline{\ 小明\ }$的解答是错误的.

(2) 错误的解答在于未能正确运用二次根式性质:$\underline{\sqrt{a^2}=|a|}$.

7. 如果$a+2<0$,则$\sqrt{(a+2)^2}=\underline{\ -a-2\ }$.

8. 若$\sqrt{(x-3)^2}=3-x$,则x的取值范围是$\underline{\ x\leqslant 3\ }$.

9. 已知$x\leqslant 1$,化简$\sqrt{(1-x)^2}-\sqrt{x^2-4x+4}$.

(原式$=|1-x|-|x-2|=1-x-2+x=-1$)

【探索与思考】

10. 化简$\sqrt{4x^2-4x+1}-(\sqrt{2x-3})^2$得 (A)

A. 2　　B. $-4x+4$　　C. -2　　D. $4x-4$

11. 化简$(2-\sqrt{5})^{2006}\cdot(2+\sqrt{5})^{2005}=$ $\underline{\sqrt{5}-2}$.

第3课时　1.2　二次根式的性质(二)

教学目标

知识目标　理解并掌握二次根式的性质：$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geqslant0,b\geqslant0)$，及$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a\geqslant0,b>0)$，并能应用进行计算与化简.

能力目标　培养学生运用性质进行二次根式的计算与化简的能力.

情感目标　体会探究的乐趣，感悟从特殊到一般的探究问题的思想方法.

教学重点难点

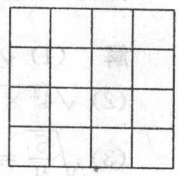
重　点　掌握二次根式的性质，并能运用进行计算与化简.

难　点　根号内含有分母的根式的化简及化简的结果的表示要求.

课堂教与学互动设计

【创设情境，引入新课】

试一试　如图在4×4的方格图中，画出一个三条边长都是无理数的直角三角形且三角形的三个顶点都在方格的顶点上.(我们称这样的三角形叫格点三角形)



创设问题情境，激发学生探求兴趣.

想一想　观察下面等式：

$$2\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{2+\frac{2}{3}}$$

$$3\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{3+\frac{3}{8}}$$

$$4\sqrt{\frac{4}{15}}=\sqrt{4+\frac{4}{15}}$$

$$5\sqrt{\frac{5}{24}}=\sqrt{5+\frac{5}{24}}$$

⋮

你发现了什么规律?请用字母表示你所发现的规律：

____

组织学生对上述问题通过合作交流动手、尝试，对于问题2，“想一想”为什么会有这样的等式成立，是我们本节课时探究的问题.

【合作交流，探究新知】

二次根式还有哪些性质呢?

一、尝试

填空(可用计算器计算)：

$\sqrt{4\times9}=$__________，　$\sqrt{4}\times\sqrt{9}=$__________；

$\sqrt{4\times5}=$__________，　$\sqrt{4}\times\sqrt{5}=$__________；

$\sqrt{\frac{9}{16}}=$________，$\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}=$________；

$\sqrt{\frac{3}{2}}=$________，$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=$________.

比较左右两边的等式，你发现了什么？你能用字母表示你发现的规律吗？

二、归纳

一般地，二次根式还有下面的性质：

$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geqslant 0,b\geqslant 0)$；

$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a\geqslant 0,b>0)$.

评注：对于性质应强调两点：一、根号内字母的取值范围都是非负数，尤其是$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$中的$b>0$，不能为0；二、根号内的形式分别为(1)积、(2)商. 尝试用语言叙述，以加深印象.

设计例1 尝试性质的简单应用，并强调二次根式化简结果的要求.

【例题解析，当堂练习】

例1 （课本例3）化简：

(1) $\sqrt{121\times 225}$；(2) $\sqrt{4^2\times 7}$；(3) $\sqrt{\frac{5}{9}}$；(4) $\sqrt{\frac{2}{7}}$

分析 先利用性质$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$，$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$；再根据算术平方根进行运算.

解 (1) $\sqrt{121\times 225}=\sqrt{121}\times\sqrt{225}=11\times 15=165$；

(2) $\sqrt{4^2\times 7}=\sqrt{4^2}\times\sqrt{7}=4\sqrt{7}$；

(3) $\sqrt{\frac{5}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$；

(4) $\sqrt{\frac{2}{7}}=\sqrt{\frac{2\times 7}{7\times 7}}=\frac{1}{7}\sqrt{14}$.

点评：对于二次根式化简的结果要保证根号内的数是一个自然数，且该自然数的因数中不会有除1以外的自然数的平方数，其中$\sqrt{\frac{2}{7}}$在化简中要说明分母为什么要乘以7.

练一练（课本练习）

1. 化简：

(1) $\sqrt{25\times 4}$；(2) $\sqrt{0.01\times 0.49}$；(3) $\sqrt{3^2\times 5^2}$

2. 化简：

(1) $\sqrt{\frac{9}{25}}$；(2) $\sqrt{1\frac{1}{2}}$；(3) $\sqrt{\frac{5}{8}}$

例2 化简：

(1) $\sqrt{27}$；(2) $\sqrt{242}$；(3) $\sqrt{1\frac{2}{9}}$；(4) $\sqrt{0.3}$.

分析 根据化简二次根式的要求，先把被开方数进行适当变换，再利用性质进行化简.

解 (1) $\sqrt{27}=\sqrt{9\times3}=\sqrt{9}\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}$;

(2) $\sqrt{242}=\sqrt{121\times2}=\sqrt{121}\times\sqrt{2}=11\sqrt{2}$;

(3) $\sqrt{1\frac{2}{9}}=\sqrt{\frac{11}{9}}=\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{9}}=\frac{\sqrt{11}}{3}$;

(4) $\sqrt{0.3}=\sqrt{\frac{3}{10}}=\sqrt{\frac{3\times10}{10\times10}}=\frac{1}{10}\sqrt{30}$.

点评:被开方数中含有能开得尽方的因数要开出来,可以先把被开方数分解因数,找到其中是完全平方数的因数,被开方数是带分数或小数都要化为分数,再利用性质按要求化简(结果中根号内不能含有分母).

试一试

1. 化简

(1) $\sqrt{108}$ (2) $\sqrt{125}$ (3) $\sqrt{1.2}$ (4) $\sqrt{7\frac{1}{5}}$

解 (1) $\sqrt{108}=\sqrt{36\times3}=6\sqrt{3}$;

(2) $\sqrt{125}=\sqrt{25\times5}=5\sqrt{5}$;

(3) $\sqrt{1.2}=\sqrt{\frac{6}{5}}=\sqrt{\frac{6\times5}{5\times5}}=\frac{1}{5}\sqrt{30}$;

(4) $\sqrt{7\frac{1}{5}}=\sqrt{\frac{36}{5}}=\sqrt{\frac{6^2\times5}{5\times5}}=\frac{6}{5}\sqrt{5}$.

例3 (课本例4)先化简,再求出下面算式的近似值.(精确到0.01)

(1) $\sqrt{(-18)\times(-24)}$ (2) $\sqrt{1\frac{1}{49}}$ (3) $\sqrt{0.001\times0.5}$

分析 先对被开方数进行变换,再利用性质化简,并利用计算器按要求计算近似值.

解 (1) $\sqrt{(-18)\cdot(-24)}=\sqrt{2\times9\times3\times8}$

$=\sqrt{2^4\times3^3}=\sqrt{2^4}\cdot\sqrt{3^3}=2^2\times3\sqrt{3}=12\sqrt{3}\approx20.78$;

(2) $\sqrt{1\frac{1}{49}}=\sqrt{\frac{50}{49}}=\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{49}}=\frac{5}{7}\sqrt{2}\approx1.01$;

(3) $\sqrt{0.001\times0.5}=\sqrt{10^{-3}\times10^{-1}\times5}$

$=\sqrt{(10^{-2})^2\times5}=\sqrt{(10^{-2})^2}\times\sqrt{5}=10^{-2}\times\sqrt{5}=0.01\times\sqrt{5}\approx0.02$.

设计例3巩固二次根式的化简,并按要求进行近似数计算.

点评:对被开方数熟练地进行变换是化简的关键,由此可见,合理应用二次根式的性质,可以帮助我们简化实数的运算.

做一做

1.(课本练习)先化简再求出下面算式的近似值.

(1) $\sqrt{5\frac{2}{5}}$(结果保留4个有效数字)

(2) $\sqrt{\frac{3}{5}-\frac{1}{3}}$(结果精确到0.01)

例4 化简:

设计例4旨在提高二次根式化简要求,巩固掌握二次根式的化简技能.

(1) $\sqrt{3^2+4^2}$　(2) $\sqrt{13^2-5^2}$　(3) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{4}}$　(4) $\sqrt{3+\frac{3}{8}}$

分析　要先对被开方数进行变换后再利用性质化简.

解　(1) $\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$；

(2) $\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{169-25}=\sqrt{144}=12$；

(3) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\sqrt{3}=\frac{1}{4}\sqrt{3}$；

(4) $\sqrt{3+\frac{3}{8}}=\sqrt{3\frac{3}{8}}=\sqrt{\frac{27}{8}}=\frac{\sqrt{27\times8}}{\sqrt{8\times8}}=\frac{6}{8}\sqrt{6}=\frac{3}{4}\sqrt{6}$.

点评：要注意 $\sqrt{3^2+4^2}\neq\sqrt{3^2}+\sqrt{4^2}$，$\sqrt{13^2-5^2}\neq\sqrt{13^2}-\sqrt{5^2}$，被开方数中含有加、减等运算时应先计算出结果，再利用性质化简.

【课堂小结】

本节课主要运用性质 $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$，及 $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 进行二次根式的化简，除了应注意相关字母的取值范围以外，应熟练按二次根式的化简要求进行化简，它是初中数学中的重点内容之一，也是进行实数运算的基础.

课外同步训练

【轻松过关】

1. 直接写出下列各式结果：

(1) $\sqrt{\frac{49}{64}}=$ $\underline{\frac{7}{8}}$　(2) $\sqrt{2\frac{7}{9}}=$ $\underline{\frac{5}{3}}$

(3) $\sqrt{0.25\times4}=$ $\underline{1}$　(4) $\sqrt{2.5^2\times4^2}=$ $\underline{10}$

2. 化简（要求直接写出结果）

(1) $\sqrt{8}=$ $\underline{2\sqrt{2}}$　(2) $\sqrt{18}=$ $\underline{3\sqrt{2}}$　(3) $\sqrt{12}=$ $\underline{2\sqrt{3}}$

(4) $\sqrt{\frac{5}{4}}=$ $\underline{\frac{1}{2}\sqrt{5}}$　(5) $\sqrt{0.2}=$ $\underline{\frac{1}{5}\sqrt{5}}$　(6) $\sqrt{0.1}=$ $\underline{\frac{1}{10}\sqrt{10}}$

3. 化简：

(1) $\sqrt{1000}$；　(2) $\sqrt{7^2\times2^4}$；　(3) $\sqrt{2^5\times3^2}$.

解　(1)$10\sqrt{10}$；(2)28；(3)$12\sqrt{2}$

4. 化简：

$\sqrt{\frac{11}{100}}$；　(2) $\sqrt{\frac{7}{8}}$；　(3) $\sqrt{0.001}$.

解　(1) $\frac{1}{10}\sqrt{11}$；(2) $\frac{1}{4}\sqrt{14}$；(3) $\frac{1}{100}\sqrt{10}$

5. 先化简，再求出下面算式的近似值（结果保留4个有效数字）：

(1) $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{27}{4}}$；　(2) $\sqrt{\frac{3^2+4^2}{125}}$.

解　(1) $\sqrt{3}\approx1.732$；(2) $\frac{1}{5}\sqrt{5}\approx0.4472$

6. 已知等边三角形的边长为4cm，求它的高.

($2\sqrt{3}$cm)