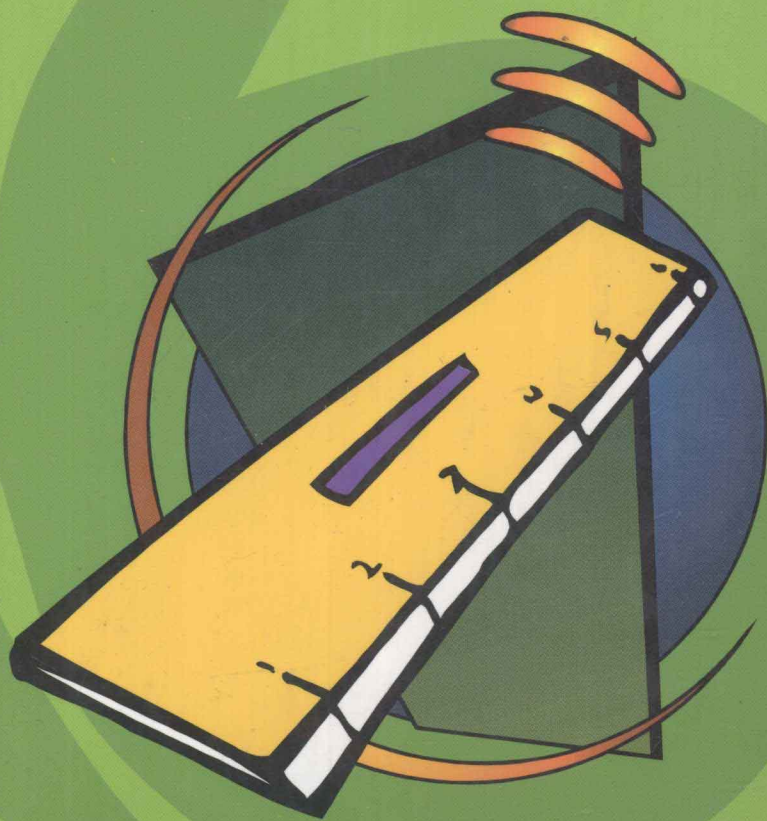


初中重点难点学习攻关丛书

初中数学 重点难点 16 讲

邓建烈 总策划
杨正家 编 著



上海交通大学出版社

初中重点难点学习攻关丛书

初中数学重点难点 **16** 讲

邓建烈 总策划
杨正家 编 著

上海交通大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学重点难点 16 讲/杨正家编著. —上海:上海交通大学出版社, 2005

(初中重点难点学习攻关丛书)

ISBN7—313—03982—4

I. 初... II. 杨... III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 020421 号

初中数学重点难点 16 讲

杨正家 编著

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 877 号 邮政编码 200030)

电话:64071208 出版人:张天蔚

昆山市亭林印刷有限公司印刷 全国新华书店经销

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:10.25 字数:243 千字

2005 年 5 月第 1 版 2005 年 9 月第 2 次印刷

印数:5051—8100

ISBN7—313—03982—4/G·719 定价:15.00 元

版权所有 侵权必究

编写说明

初中生数学学习水平的高下,一方面虽与他的天赋、原来的数学基础等有关,但是另一方面,更主要的是与他对数学的喜爱程度,以及学习数学的习惯、方法紧密相联系。教师可以引导学生慢慢懂得其实数学是有规律的,学习数学主要是学习其规律性,而不是依赖灵感,只要按照规律,每每遇到难题,经过思考、尝试,问题就可以得到解决。为此我们认为,数学老师的使命主要是对于学生进行学习方法的指导,数学规律的探究引导,就是帮助学生渐入佳境,理解数学,掌握规律、解决问题,从而更喜爱数学。

基于这样的考虑,这本小书在内容上按主题和方法分割,兼顾到初中数学的知识群,各种解题方法,以及相关知识相对集中。让读者在流畅的文字阅读中体会到数学的自然通俗,经过逐条分析讲解,整理思路,进一步学习到数学的有章可循。

社会对学生数学学习的要求,已经不再满足于只能做出几道题目,背出几条定理,或默写几个公式。而是越来越趋于高质量、高效率、高能力、低负担的价值观。让学生先了解一些必须的数学事实,然后用主动的心态去体验更重要的数学原理,包括方法、思想。数学学习过程需要不断积累,但不能依赖积累,它更需要我们去构建,主要是构建数学的结构,以及构建认识数学的思想。如果我们通过学习,能够把“昨天”的数学知识,转化为“今天”的数学思想,然后用他来创造“明天”的科学文化,那么,我们才算学会了学习,才算站在前人的肩膀上接力前行。否则,学习数学,真的就像每天做做“体操”而已。

全书分成两部分,第一编是知识方法的归类复习,每一讲都先作详细的例题分析,再由学生进一步尝试体会配套练习。例题选用时,注重重要的数学思想方法,提醒常见错误。通过第一编的复习,可以对所有知识点作一个系统复习。第二编按题型和试题难度进行归类复习,其中小巧题是指难度中档,知识方法含量不太多,运用比较常见的、重要的方法求解的解答题,通过第二编的复习,可以有效地提高数学解题水平。

在使用本书的过程中,希望读者不要贪求速度,而要讲求实效,认真阅读每个例题,做到理解题意,读懂解题方法上的关键,理清涵盖的全部知识点。建议读者按照以上要求研读例题,然后把例题和配套练习认真完整地动手做一遍,最后对每个题目做好知识点、解题方法、易错点、关键点等方面的评注性笔记。我们提出“将解题进行到底”和“小题要大做”的学习耐心和负责精神。数学学习的“精读”,可以帮助我们功底厚实,当我们摆脱浮躁,摆脱“模仿”的时候,我们才有可能真正从“题海”中解脱出来。

我们知道,大家一直很关注数学的能力,在我看来,初中阶段至少包括熟练的计算变形能力,透彻的理解分析能力,条理性的论证表达能力,以及准确辨别判断概念的能力等方面。显然薄薄一本书是很难让学生全面达到这些能力水平的,但是希望同学每时每刻都以此作为自己的能力要求,日积月累,逐步做成。

本书可供读者自学之用,也可供教师教学参考。全书内容是以上海市现行数学教材七到九年级内容为依据。请指正。

目 录

第一编 单元知识、方法梳理

代数篇	3
第1讲 一次方程(组)和一次不等式(组)的意义、解法和应用	3
第2讲 整式恒等变形的法则与方法	10
第3讲 分式的意义、运算与性质	16
第4讲 实数的运算与证明	23
第5讲 正、反比例函数与一次函数的性质与图像	29
第6讲 一元二次方程及其应用	36
第7讲 二次函数的性质与图像	43
第8讲 统计的方法、过程与思想	51
几何篇	58
第9讲 两直线相交与平行的性质与判定	58
第10讲 轴对称与中心对称	64
第11讲 几何作图、计算与证明方法	70
第12讲 三角形的性质、判定与证明	77
第13讲 四边形的性质、判定与证明	84
第14讲 相似形	90
第15讲 锐角三角比及其应用	99
第16讲 圆	106

第二编 综合复习冲刺

一、填空题综合复习	115
二、选择题综合复习	119
三、小巧题综合复习	124
四、综合题总复习	136
参考解答与提示	142

第一编

单元知识、方法梳理



代数篇

第1讲 一次方程(组)和一次不等式 (组)的意义、解法和应用

重点难点

1. 只含有一个未知数,且未知数的次数是一次的整式方程叫做一元一次方程.一般地,一元一次方程经化简后总可以写成 $ax+b=0$ (其中 a, b 是已知数,且 $a \neq 0$).

2. 解一元一次方程的步骤一般是根据等式的性质,以及整式运算的性质,把方程变形成为最简方程 $ax=b$ ($a \neq 0$) 的形式,然后求得 $x = \frac{b}{a}$.

3. 含有两个未知数,并且含有未知数的项的次数都是一次的整式方程叫做二元一次方程.任何一个二元一次方程都有无数个解.一个二元一次方程的所有解称为它的解集.

4. 二元一次方程组只要求含有两个未知数,并不要求其中每个方程都是二元一次方程.换句话说,如果一个二元一次方程与另一个一元一次方程联列起来也是二元一次方程组,甚至两个一元一次方程(一个关于 x ,另一个关于 y)组成的方程组也是二元一次方程组.

5. 二元一次方程组中含有至少两个方程,但通常情况下只含有两个方程.同样,三元一次方程组通常含有三个方程.

6. 解一次方程组的方法一般有代入消元法和加减消元法.解三元一次方程组时,需要注意的是必须选准某一个未知数消去,化为二元一次方程组.

7. 不等式的两边都加上(或减去)同一个数,不等号的方向不变;不等式的两边都乘以(或除以)同一个正数,不等号方向不变;不等式两边都乘以(或除以)同一个负数不等号方向改变.

8. 在数轴上表示不等式的解集时,空心圆圈表示不包含该点,实心圆点表示包含该点.

9. 不等式组的解集是不等式组中每个不等式解集的公共部分,通常是借助数轴来表示并确定的.

精例导读

[例1] 解方程 $\frac{5x+1}{3} - \frac{3x-1}{2} = 1$.

解 去分母: $2(5x+1) - 3(3x-1) = 6$

去括号: $10x+2-9x+3=6$

解得: $x=1$

[评注] 有两个地方容易错,须引起注意:① 去分母时,每项都要乘以公分母 6,否则易产生 $2(5x+1)-3(3x-1)=1$ 的错误;② 去括号时,每项的符号变化规律要掌握,否则易产生 $10x+2-9x-3=6$ 的错误.

[例 2] 解三元一次方程组:

$$\begin{cases} 2x - y + z = 8 & (1) \\ x + y - 2z = -5 & (2) \\ 3x - 2y - z = 5 & (3) \end{cases}$$

解 (1)+(3): $5x - 3y = 13$ (4)

(1)×2+(2): $5x - y = 11$ (5)

(5)-(4): $2y = -2$

$y = -1$

将 $y = -1$ 代入(4),解得 $x = 2$.

将 $y = -1, x = 2$ 代入(1),解得 $z = 3$.

∴原方程组的解是 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 3 \end{cases}$

[评注] 如果由(1)(2)消去 y ,得

$$3x - 2 = 3 \quad (4')$$

由(1)(3)消去 z ,得

$$5x - 3y = 13 \quad (5')$$

那么在(4')(5')组成的方程组中,仍含有 x, y, z 三个未知数,消元失败. 因此,消元时一定要选准同一个未知数.

[例 3] 解不等式组:

$$\begin{cases} \frac{2x-5}{3} + 1 > \frac{3x}{4} - 2 & (1) \\ -7 < x - 2 \leq 4 & (2) \\ \frac{1-2x}{2} < \frac{x}{5} + 2 & (3) \end{cases}$$

解 解(1)得: $x < 16$

解(2)得: $-5 < x \leq 6$

解(3)得: $x > -\frac{5}{4}$

将(4)(5)(6)在数轴上表示出来:

∴不等式组的解集是 $-\frac{5}{4} < x \leq 6$

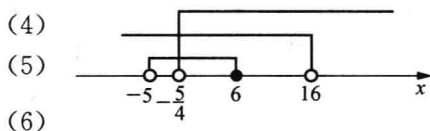


图 1-1

[评注] 不等式组的解集是每个不等式解集的公共部分,用数轴表示时,由于不等式组中含有三个不等式,因此在数轴上被三条轴线覆盖的部分是不等式组的解集;不等式解集中用实心圆点和空心圆圈来区分是否包含该点;一般说来,要解 $3x-5 < x+2 \leq 7x-1$ 这样的不等式

时,可以等价于解 $\begin{cases} 3x-5 < x+2 \\ x+2 \leq 7x-1 \end{cases}$ 即可.

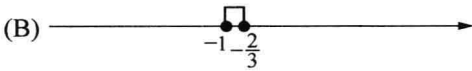
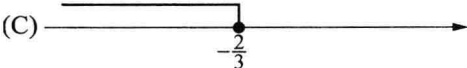
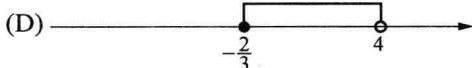


效果验收

一、填空题

1. 若关于 x 的方程 $(k+1)x+3=2x-1$ 是一元一次方程, 则 k 满足的条件是 _____.
2. 若 $\frac{1}{3}(x-2)=1$ 与 $\frac{1}{4}(ax+1)=8$ 有相同的解, 则 $a=\frac{31}{5}$.
3. 请写出一个一元一次方程, 使它的解是 $x=-1$: $(x+1)+2-2=0$.
4. 已知 $3x^{2m+1}+4y^{n-3}=12$ 是一个二元一次方程, 则 $m+2n=\underline{8}$.
5. 已知二元一次方程 $\frac{5x+7y}{3}=1$, 试用 x 的代数式表示 y , 得 $y=\frac{3-5x}{7}$.
6. 写出一个二元一次方程组, 使它的解是 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$: _____.
7. 已知 $a < b < 0$, 试比较以下两式的大小关系: ab $>$ b^2 .
8. 不等式 $\frac{x}{3} - \frac{x-1}{2} < 1$ 的解集是 $x > -3$.
9. $\frac{2x+1}{3} - \frac{x}{2} \leq 1$ 的非负整数解是 $0, 1, 2, 3, 4$.
10. 若不等式组 $\begin{cases} x > a+2 \\ x < 2a-1 \end{cases}$ 无解, 则 a 的取值范围是 _____.

二、选择题

11. 方程 $20\%x=25\%(x-1)+1$ 的解是 (B)
(A) -10 (B) -15 (C) -20 (D) -25
12. 若 $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} ax+by=3 \\ 2ax-3by=9 \end{cases}$ 的解, 则 a, b 的值为 (b)
(A) $\begin{cases} a=\frac{18}{5} \\ b=-\frac{3}{5} \end{cases}$ (B) $\begin{cases} a=-\frac{18}{5} \\ b=\frac{3}{5} \end{cases}$ (C) $\begin{cases} a=\frac{18}{5} \\ b=\frac{3}{5} \end{cases}$ (D) $\begin{cases} a=-\frac{18}{5} \\ b=-\frac{3}{5} \end{cases}$
13. 以下表示不等式组 $\begin{cases} 6x-2 \geq 3x-4 \\ 2x+5 \geq 3 \\ \frac{1}{4}x-1 < 2-\frac{x}{2} \end{cases}$ 的解集的是 (D)
(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
14. 已知关于 x 的方程 $\frac{m-2x}{3} + \frac{1}{4} = 0$ 的解是不大于 0 的实数, 则 m 的取值范围是 (A)

(A) $m \leq -\frac{3}{4}$

(B) $m \geq -\frac{4}{3}$

(C) $m \leq -\frac{4}{3}$

(D) $m \geq -\frac{3}{4}$

三、解答题

15. 解方程:

(1) $\frac{1-x}{0.2} - \frac{2x-3}{0.7} = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{1-2x}{1.4} \right)$

(2) $\frac{2}{3} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{x}{4} - 1 \right) - \frac{9}{2} \right] - 2 = x$

16. 解方程组:

(1) $\frac{x+2y+z}{3} = \frac{5x-y-3z}{5} = \frac{2x-3y+4z}{2} = 3$

(2) $|3x-8y-10| + (2x-7y-8)^2 = 0$



17. 解下列不等式组,并把解集在数轴上表示出来:

$$\begin{cases} -\frac{7}{5}(x+1) < 1.4 \\ 3(x-2) \leq 6+3(2-x) \end{cases}$$

18. 求下列不等式组的整数解:

$$\begin{cases} \frac{2-3x}{4} + 1 \geq 0 \\ 2(x-2) > -5 \end{cases}$$

19. 某人开车从家里到工厂上班,如果此人每天早上7点钟出家门,每小时开车45千米,那么他将迟到5分钟,如果每小时开车60千米,他将提前10分钟到工厂。假设此人每天上班途中因交通堵塞等所有因素耽搁的时间为5分钟,问此人应以什么速度开车才能正好准时到工厂?

20. 某校学生会组织学生到公园秋游,有 63 人要划船,已知每条大船可坐 8 人,每条小船可坐 5 人。原先已经预定了若干条大船,由于现在要划船的学生比较多,需要再租几条船。如果增租 3 条小船,将有人仍划不到船;如果增租 6 条小船,将会有多余坐位。问原先预定了几条大船?

参考解答与提示

1. 化简方程,得: $(k-1)x = -4$, 所以 $k \neq 1$

2. 由 $\frac{1}{3}(x-2)=1$, 解得 $x=5$, 代入 $\frac{1}{4}(ax+1)=8$, $a=\frac{31}{5}$

3. 不唯一, 略

4. $\begin{cases} 2m+1=1 \\ n-3=1 \end{cases}, m=0, n=4, m+2n=8$

5. $y=\frac{3-5x}{7}$

6. 不唯一, 略

7. 在 $a < b$ 两边都乘以 b , 由于 $b < 0$, 故不等号变方向, $ab > b^2$

8. $x > -3$

9. 解得 $x \leq 4$, 故 $x=0, 1, 2, 3, 4$

10. $2a-1 \leq a+2, a \leq 3$

11. B

12. C

13. 分别解出每个不等式: $x \geq -\frac{2}{3}, x \geq -1, x < 4$. 取公共部分, 得解集, D

14. 解出 $x = \frac{4m+3}{8} \leq 0$, 得 $4m+3 \leq 0, m \leq -\frac{3}{4}$, A

15. (1) 去分母, $21(1-x) - 6(2x-3) = 2.8 - 2(1-2x)$, 去括号, 并解得 $x = \frac{191}{185}$

(2) $\frac{x}{4} - 1 - 3 - 2 = x, x = -8$



$$16. (1) \begin{cases} x+2y+z=9 & ① \\ 5x-y-3z=15 & ② \\ 2x-3y+4z=6 & ③ \end{cases} \quad \begin{array}{l} ② \times 2 + ①: 11x-5z=39 \quad ④ \\ ② \times 3 - ③: 13x-13z=39 \quad ⑤ \end{array} \quad \text{由 } ⑤: x-z=3, \text{ 即}$$

$$x=3+z, \text{ 代入 } ④, \text{ 解得 } z=1, \text{ 从而 } x=4, \text{ 代入 } ②, y=2 \therefore \begin{cases} x=4 \\ y=3 \\ z=1 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 3x-8y-10=0 \\ 2x-7y-8=0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=\frac{6}{5} \\ y=-\frac{4}{5} \end{cases}$$

$$17. \text{ 分别解每一个不等式: } \begin{cases} x > -2 \\ x \leq 3 \end{cases}, \text{ 所以 } -2 < x \leq 3, \quad \begin{array}{c} \text{---} \circ \text{---} \text{---} \bullet \text{---} \\ -2 \qquad \qquad \qquad 3 \end{array}$$

$$18. \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases}, \text{ 即 } -\frac{1}{2} < x \leq 2, \text{ 由于 } x \text{ 为整数, 故 } x=0, 1, 2$$

19. 设此人从家里到工厂的开车路程为 S 千米, 则 $\frac{S}{45} - \frac{5}{60} = \frac{S}{60} + \frac{10}{60}$, 解得 $S=45$. 故此人在上班路上总共花时间为 60 分钟, 其中开车时间为 55 分钟, 才能准时上班, 所以应以每小时 $\frac{45}{55} = \frac{540}{11}$ 千米的速度行驶

$$20. \text{ 设原先预定了 } x \text{ 条大船, 则 } \begin{cases} 8x+3 \times 5 < 63 \\ 8x+6 \times 5 > 63 \end{cases} \text{ 求得不等式组的自然数解, 故 } x=5$$

第 2 讲 整式恒等变形的法则与方法

重点难点

1. 任何非零数的零次幂等于 1, 零的零次幂没有意义.
2. 注意区别下面两个等式: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$. (其中 m, n 是自然数).
3. 多项式除以单项式具有性质如: $(6x^4 - 4x^3 + 2x^2) \div 2x^2 = 6x^4 \div 2x^2 - 4x^3 \div 2x^2 + 2x^2 \div 2x^2$. 但反之不成立, 即 $2x^2 \div (6x^4 - 4x^3 + 2x^2) \neq 2x^2 \div 6x^4 - 2x^2 \div 4x^3 + 2x^2 \div 2x^2$.
4. 任何两个多项式相乘, 等于一个多项式的每一项与另一个多项式的每一项乘积之和.
5. 乘法公式包括平方差公式 $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$, 完全平方公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, 立方和公式 $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$, 立方差公式 $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$ 等, 乘法公式的推导方法是多项式相乘的方法.
6. 把多项式相乘运算反过来, 把一个多项式恒等变形为几个整式乘积的形式, 叫做多项式的因式分解, 或叫做把多项式分解因式.
7. 因式分解的方法通常有提公因式法、分组分解法、运用公式法以及十字相乘法等, 其中运用公式法是把乘法公式反过来使用, 称为因式分解的乘法公式.
8. 因式分解要求分解到底, 一般说来, 公因式必须全部提取, 每个因式要分解到不能再分解为止. 换句话说, 要分解到每个因式都是次数最低的、不能再继续分解的整式.

精例导读

[例 1] 计算下列各式: (1) $(2a) \cdot (2a)^2 \cdot (2a^3)$;

(2) $a^6 \div a^3 \cdot a^2$;

(3) 已知 $3^m = 4$, $3^{m-4n} = \frac{4}{81}$, 求 2005^n 值.

解 (1) $(2a) \cdot (2a)^2 \cdot (2a^3) = 2a \cdot 4a^2 \cdot 2a^3 = 16a^6$

(2) $a^6 \div a^3 \cdot a^2 = a^3 \cdot a^2 = a^5$

(3) $3^{m-4n} = \frac{4}{81}$, $\frac{3^m}{3^{4n}} = \frac{4}{81}$, 由于 $3^m = 4$, 故 $3^{4n} = 81$, $81^n = 81$, $\therefore n = 1$. $\therefore 2005^n = 2005$.

[评注] 第(1)题易犯错误 $2a \cdot (2a)^2 \cdot (2a^3) = (2a)^6 = 64a^6$, 把题目错误理解为 $(2a) \cdot (2a)^2 \cdot (2a)^3$. 第(2)题易犯两种错误, 一是 $a^6 \div a^3 \cdot a^2 = a^6 \div a^5 = a$, 没有遵守同级运算自左而右的原则; 二是 $a^6 \div a^3 \cdot a^2 = a^2 \cdot a^2 = a^4$, 错误为 $a^m \div a^n = a^{\frac{m}{n}}$. 第(3)题易受 $3^m = 4$ 的干扰, 试图从 $3^m = 4$ 求出 m , 再去求 n , 碰壁.

[例 2] 利用乘法公式计算下列各题:

(1) $(a+b+1)(a+b-1)(a-b+1)(a-b-1)$;



$$(2) (1-x^4+x^8)(1+x+x^2)(1-x^2+x^4)(1-x+x^2).$$

解 (1) 原式 $= [(a+b)^2-1][(a-b)^2-1]$
 $= [(a^2+b^2-1)+2ab][(a^2+b^2-1)-2ab]$
 $= (a^2+b^2-1)^2-4a^2b^2$
 $= a^4+b^4+1+2a^2b^2-2a^2-2b^2-4a^2b^2$
 $= a^4+b^4-2a^2b^2-2a^2-2b^2+1$

(2) 原式 $= (1+x^2+x)(1+x^2-x)(1-x^2+x^4)(1-x^4+x^8)$
 $= [(1+x^2)^2-x^2](1-x^2+x^4)(1-x^4+x^8)$
 $= [(1+x^2+x^4)(1-x^2+x^4)](1-x^4+x^8)$
 $= [(1+x^4)^2-x^4](1-x^4+x^8)$
 $= (1+x^4+x^8)(1-x^4+x^8)$
 $= (1+x^8)^2-x^8$
 $= 1+x^8+x^{16}$

【评注】 恰当选择因式,合理构成乘法公式,可以大大减少运算量,免去复杂的多项式乘法运算.

完全平方公式推广,可以得到公式 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$.

【例3】 分解因式:

$$(1) -\frac{1}{4}x^{n+1}-\frac{7}{8}x^n+\frac{1}{2}x^{n-1};$$

$$(2) m^2-1-4n^2+4n;$$

$$(3) 3ax-x-3ay+y;$$

$$(4) (x+5)^5-(x+5)^2;$$

$$(5) 3m^2-7m-6.$$

解 (1) $-\frac{1}{4}x^{n+1}-\frac{7}{8}x^n+\frac{1}{2}x^{n-1}=-\frac{1}{8}x^{n-1}(2x^2+7x-4)$
 $=-\frac{1}{8}x^{n-1}(x+4)(2x-1)$

$$(2) m^2-1-4n^2+4n=m^2-(4n^2-4n+1)$$

$$=m^2-(2n-1)^2$$

$$=(m+2n-1)(m-2n+1)$$

$$(3) 3ax-x-3ay+y=x(3a-1)-y(3a-1)$$

$$=(3a-1)(x-y)$$

$$(4) (x+5)^5-(x+5)^2=(x+5)^2[(x+5)^3-1]$$

$$=(x+5)^2(x+5-1)[(x+5)^2+(x+5)+1]$$

$$=(x+5)^2(x+4)(x^2+11x+31)$$

$$(5) 3m^2-7m-6=(m-3)(3m+2)$$

【评注】 如(1)题,提公因式时要把公因式提尽,而且尽量使公因式提取之后,余下的多项式因式首项系数为正,系数为整数.如(2)、(3)两题称为分组分解法,一般说来,分组之后要么可以运用乘法公式继续分解,要么可以继续提取公因式分解下去.如(4)提示我们,因式分解一定要分解到底,分解到 $(x+5)^2[(x+5)^3-1]$ 时还没有彻底完成.如(5)是十字相乘法,需要作

几次尝试之后才可能找到正确的拆分方法.

[例 4] 已知 a, b 满足 $a+b=1, a^2+b^2=2$, 求 a^3+b^3, a^4+b^4 的值.

解 由 $a^2+b^2=2$, 得 $(a+b)^2-2ab=2, ab=-\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \text{所以 } a^3+b^3 &= (a+b)(a^2-ab+b^2) \\ &= a^2+b^2-ab \\ &= 2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^4+b^4 &= (a^2+b^2)^2-2a^2b^2 \\ &= 4-2 \cdot \frac{1}{4}=\frac{7}{2} \end{aligned}$$

[评注] 因式分解是一种恒等变形, 本题的指导思想是分别将 a^3+b^3, a^4+b^4 恒等变形为含 $a+b, a^2+b^2$ 的代数式.

效果验收

一、填空题

- $\left(\frac{1}{6}\right)^5 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \div \left(-\frac{1}{6}\right)^2 =$ _____.
- $(m-n)^3 \cdot (n-m) \cdot (n-m)^4 =$ _____.
- $(a+b)^{3m} \cdot (a+b)^{m-n} - (a+b)^{3m-n} \cdot (a+b)^m =$ _____.
- $\left(-\frac{1}{3}x^{m+2} \cdot y^{n-1}\right) \cdot (-2x^{m-3} \cdot y^{3n+4} \cdot z) =$ _____.
- $[-(a-b)^3]^2 =$ _____.
- $[(2a)^2 \cdot \frac{1}{2}a^3]^4 =$ _____.
- $(1+x)(1-x+x^2) =$ _____.
- $(p-q)^4 \div (q-p)^3 =$ _____.
- $[(x-2y)(x+2y)+4(x-y)^2] \div 6x =$ _____.
- $(a^3-3ab^2-2b^3) \div (a+b) =$ _____.

二、选择题

- 如果多项式 $4x^2+12x+7+b$ 是一个完全平方式, 那么常数 b 等于 ()
(A) 1 (B) 2 (C) -1 (D) -2
- 已知 $x+\frac{1}{x}=a$, 则 $x^2+\frac{1}{x^2}$ 等于 ()
(A) a^2 (B) a^2-2 (C) a^2+2 (D) $(a-1)^2$
- $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$ 等于 ()
(A) $(x-1)^{16}$ (B) $x^{16}+1$ (C) $(x+1)^{16}$ (D) $x^{16}-1$