

SLIDING MODE
VARIABLE STRUCTURE CONTROL
THEORY AND APPLICATION

滑模变结构控制 理论及应用

陈志梅 王贞艳 张井岗 著



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

滑模变结构控制理论及应用

陈志梅 王贞艳 张井岗 著

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书系统地介绍了线性系统、非线性系统、离散系统的滑模变结构控制的基本理论和设计方法,针对目前滑模变结构控制研究的热点问题,如模糊滑模、神经网络滑模、基于遗传算法的滑模控制、基于微粒群法的滑模控制和基于支持向量机的滑模变结构控制等做了详细的介绍。

本书可作为高等学校自动控制相关专业本科生、研究生和教师的参考书,也可供从事非线性控制理论与应用研究和开发的科研人员和技术人员参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

滑模变结构控制理论及应用 / 陈志梅, 王贞艳, 张井岗著. —北京: 电子工业出版社, 2012.8
ISBN 978-7-121-17718-7

I. ①滑… II. ①陈…②王…③张… III. ①变结构控制器—研究 IV. ①TM571.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 168407 号

责任编辑: 赵 娜 特约编辑: 王 纲

印 刷: 三河市双峰印刷装订有限公司
装 订:

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 720×1000 1/16 印张: 18 字数: 403 千字

印 次: 2012 年 8 月第 1 次印刷

定 价: 49.80 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010) 88258888。

总 序

2012年，太原科技大学将迎来60周年华诞。值此六秩荣庆之际，我校的专家学者推出了这套学术丛书，以此献礼，共襄盛举。

六十年前，伴随着新中国的成立，伟业初创，百废待兴，以民族工业为先锋的社会主义现代化建设蓬勃兴起，太原科技大学应运而生。六十年来，几代科大人始终心系民族振兴大业，胸怀制造强国梦想，潜心教书育人，勇担科技难题，积极服务社会，为国家装备制造行业发展壮大和社会主义现代化建设做出了积极贡献。四万余名优秀学子从这里奔赴国民经济建设的各个战场，涌现出一大批杰出的科学家、优秀的工程师和知名的企业家。作为新中国独立建设的两所“重型机械”院校之一，今天的太原科技大学已发展成为一所以工业为主，“重大技术装备”领域主流学科特色鲜明，多学科协调发展的教学研究型大学，成为国家重型机械工业高层次人才培养和高水平科技研发的重要基地之一。

太原科技大学一直拥有浓郁的科研和学术氛围，众位同仁在教学科研岗位上辛勤耕耘，硕果累累。这套丛书的编撰出版，定能让广大读者、校友和在校求学深造的莘莘学子共享我校科技百花园散发的诱人芬芳。

愿太原科技大学在新的征途上继往开来、再创辉煌。

谨以为序。

太原科技大学校长 郭勇义

2012年6月

前 言

自20世纪50年代以来，滑模变结构控制作为控制系统的一种综合方法，已经形成了一个相对独立的科学研究体系。滑动模态对系统的干扰和参数摄动具有“完全自适应性”，这是滑模变结构系统最突出的优点，也是其得到重视的主要原因。实际系统都存在一些不确定性因素，如参数变化、数学模型的不准确性、受到外部环境的扰动及复杂系统的摄动影响等，由于可以构造变结构控制，使得这样的摄动完全不影响滑动模态，从而保证系统具有很强的鲁棒性，这就是滑模变结构控制系统的独特之处。滑模变结构控制适用范围广泛，适用于线性与非线性系统、连续与离散系统、定常与时变系统、确定与不确定系统等，可以用来解决复杂的控制问题，特别是近年来滑模变结构控制被用来解决许多实际问题，在机器人控制、飞机自适应控制、卫星姿态控制、机电系统控制和电力系统控制等方面都有一些重要的研究成果。

但滑模变结构控制也存在一些问题，最突出的就是抖振问题。对于一个实际的滑模变结构控制系统，控制量是有限的，从而使系统的加速度有限；另外系统存在惯性，切换开关的时间、空间滞后以及状态检测的误差，特别是对于计算机采样系统，形成的“准滑模”等，都将会在光滑的滑动模态上叠加一个锯齿形的轨迹，所以抖振是必定存在的。抖振现象可能激发起系统的未建模高频特性，引起系统性能变差，甚至使系统不稳定。它严重影响了滑模变结构系统的实用性，制约着滑模变结构控制技术的发展。另外，在滑模控制中，系统在到达段，一般的反馈控制系统不具有滑动段的特性，因而使系统在整个动态响应过程中的鲁棒性受到一定的限制，影响了系统的性能，这也是滑模变结构控制存在的一个问题。其次，滑模控制虽然

对系统的不确定性具有完全的自适应性，但保守的设计方法是把不确定性的上界值取得比较大来保证系统稳定性的，而在实际应用中，不确定性的上界值一般难以确定。

为了解决滑模变结构控制的上述问题，作者对滑模变结构控制进行了系统研究。本书主要总结了作者多年来的研究成果，与已出版的有关著作相比，本书的主要特点是：在介绍滑模变结构控制基本理论的基础上，针对目前研究的热点问题，系统介绍滑模控制研究的新思想、新方法。特别是针对模糊滑模、神经网络滑模、基于遗传算法的滑模控制、基于微粒群法的滑模控制和基于支持向量机的滑模变结构控制等进行了深入的研究。

全书共八章，第1章主要介绍滑模变结构控制的基本概念和设计方法，在对系统进行数学描述的同时，总结了滑模变结构控制系统存在的问题及研究现状；第2章介绍了线性系统的滑模变结构控制设计方法，包括线性确定系统和不确定系统，单输入线性系统和多输入线性系统；第3章主要论述了非线性系统的滑模变结构控制设计原理和方法，包括单输入和多输入非线性系统的滑模变结构控制；第4章讨论了离散滑模变结构控制系统的特性，研究了基于指数趋近律的离散滑模变结构控制和具有全局鲁棒性的离散滑模变结构控制设计方法；第5章研究了模糊滑模变结构控制，包括线性系统和非线性系统，论述了基于遗传算法、微粒群法的模糊滑模控制方法；第6章研究了线性系统和非线性系统的神经网络滑模变结构控制设计方法；第7章论述了基于支持向量机的滑模变结构控制方法；第8章研究了滑模变结构控制在交流伺服系统、机器人、起重机防摆控制以及倒立摆系统中的应用。

本书第1章、第5章和第8章由陈志梅撰写；第3章、第6章和第7章由王贞艳撰写；第2章和第4章由张井岗撰写；全书由陈志梅定稿。由于作者水平和研究范围有限，书中难免存在错误和不足之处，恳请读者批评指正。

本书的研究工作得到了山西省自然科学基金（20041049、2008011027-3）、山西

省青年科学基金（981021、20021017）以及太原科技大学博士研究基金（20122014）等的资助。感谢山西省科技厅、山西省教育厅以及太原科技大学为研究工作提供经费支持。同时感谢电子信息工程学院的领导和同事的支持和帮助。在滑模变结构控制的研究过程中，研究生张益波、郝月龙等参与了部分研究工作，在此一并表示衷心的感谢。

作者

2012年3月于太原

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 滑模变结构控制的基本概念.....	1
1.2 滑模变结构控制的数学描述.....	3
1.3 滑模变结构控制的三个基本要素.....	6
1.4 滑模变结构控制的设计方法.....	9
1.5 滑模变结构控制存在的问题.....	11
1.6 滑模变结构控制的发展现状.....	12
本章参考文献.....	13
第 2 章 线性系统的滑模变结构控制	18
2.1 线性系统切换函数的确定.....	18
2.2 单输入线性系统的滑模变结构控制.....	24
2.3 多输入线性系统的滑模变结构控制.....	30
2.4 线性不确定系统的滑模变结构控制.....	34
本章参考文献.....	38
第 3 章 非线性系统的滑模变结构控制	39
3.1 非线性系统基本理论.....	39
3.2 单输入非线性系统的滑模变结构控制.....	54
3.3 多输入非线性系统的滑模变结构控制.....	61
3.4 非线性不确定系统的滑模变结构控制.....	72
3.5 非线性系统的组合滑平面变结构控制.....	74
本章参考文献.....	79

第 4 章 离散系统的滑模变结构控制	81
4.1 离散系统的滑动模态	81
4.2 基于指数趋近律的离散变结构控制	84
4.3 离散系统的模型跟踪自适应变结构控制	92
4.4 具有全局鲁棒性的离散变结构控制	107
本章参考文献	117
第 5 章 模糊滑模变结构控制	119
5.1 模糊控制的基本概念	119
5.2 线性系统的模糊滑模变结构控制	123
5.3 非线性系统的模糊滑模变结构控制	132
5.4 基于模糊趋近律的滑模变结构控制	139
5.5 自适应模糊滑模变结构控制	144
5.6 基于遗传算法的模糊滑模变结构控制	151
5.7 基于微粒群算法的模糊滑模变结构控制	157
本章参考文献	168
第 6 章 神经网络滑模变结构控制	172
6.1 人工神经网络的基本概念	173
6.2 基于神经网络指数趋近律的滑模变结构控制	178
6.3 线性不确定系统的神经网络全局滑模变结构控制	193
6.4 非线性系统的神经网络全局滑模变结构控制	199
本章参考文献	207
第 7 章 基于支持向量机的滑模变结构控制	210
7.1 支持向量机的基本概念	210
7.2 非线性系统的支持向量机滑模变结构控制	218
7.3 时滞系统的支持向量机滑模变结构控制	223
7.4 离散系统的支持向量机滑模变结构控制	228

本章参考文献.....	236
第 8 章 滑模变结构控制的应用	239
8.1 滑模变结构控制在交流伺服系统中的应用.....	239
8.2 滑模变结构控制在机器人中的应用.....	245
8.3 滑模变结构控制在起重机防摆控制中的应用.....	253
8.4 滑模变结构控制在倒立摆系统中的应用.....	265
本章参考文献.....	269

第 1 章

绪 论

20 世纪 50 年代末, 前苏联学者就对变结构控制进行了研究, 由于其对系统外加干扰和建模动态等具有很强的鲁棒性和完全的自适应性, 以及具有降阶、解耦、响应速度快、动态特性好、容易实现等优点, 因此近年来越来越受到控制界的重视。本章简要介绍滑模变结构控制的基本概念、数学描述、一般设计方法、存在的问题及发展现状。

1.1 滑模变结构控制的基本概念

首先考虑一个简单的例子, 设线性定常系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = ax_2 + u, \quad a > 0 \end{cases} \quad (1-1)$$

设
$$u = -\varphi x_1 \quad (1-2)$$

当 $\varphi = \alpha (\alpha > 0)$ 时, 系统的特征方程为一对实部为正数的共轭复根, 相平面坐标原点为不稳定焦点, 相轨迹如图 1.1 所示。当 $\varphi = -\alpha$ 时, 系统的特征方程有一正一负实根, 相平面坐标原点为鞍点, 相轨迹如图 1.2 所示。

从图 1.1 和图 1.2 可知, 对应这两种结构, 系统均不稳定, 如果 φ 按式 (1-3) 所示规律进行切换, 即

$$\varphi = \begin{cases} \alpha, & x_1 s > 0 \\ -\alpha, & x_1 s < 0 \end{cases} \quad (1-3)$$

式中, $s = cx_1 + x_2$, $0 < c < -\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + \alpha}$ 。

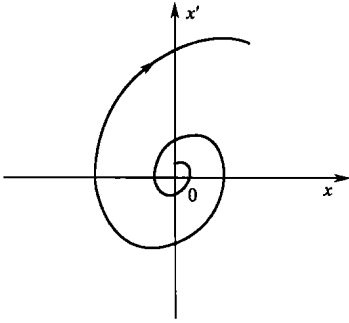


图 1.1 $\alpha > 0$ 时的相轨迹

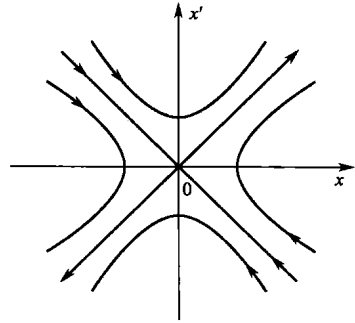


图 1.2 $\alpha < 0$ 时的相轨迹

这样在 $x_1 = 0$ 和 $s = 0$ 这两条直线上改变系统结构时，可以使系统稳定，如图 1.3 所示。由图可见， $s = 0$ 两侧的相轨迹都引向切换线 $s = 0$ ，状态轨线一旦到达此直线，就沿此直线收敛于原点，这种沿 $s = 0$ 滑动至原点的特殊运动段称为滑动模态，直线 $s = 0$ 称为切换线（滑模线）或更一般的切换流形，相应的函数称为切换函数（滑模函数）。

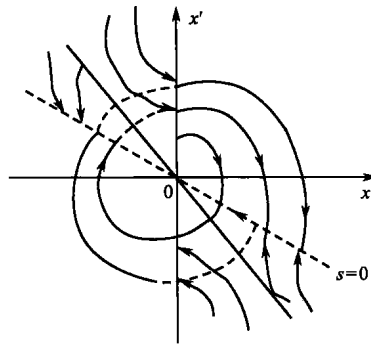


图 1.3 变结构系统的相轨迹

在滑动模态下，系统的运动方程为

$$\dot{x}_1 + cx_1 = 0 \tag{1-4}$$

求解此方程可得

$$x_1(t) = x_1(0)e^{-ct} \tag{1-5}$$

可以看出，方程阶数比原系统低，而且仅与参数 c 有关，即不受系统参数变化或干扰的影响，故此时系统具有很强的鲁棒性，这就是滑模变结构控制的突出优点。用来作为描述滑动运动的方程称为滑动模态方程或滑模方程。有了上述概念之后，给出

一般滑模变结构控制系统的定义。

设一控制系统

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad x \in R^n, u \in R^m, t \in R \quad (1-6)$$

确定切换函数矢量 $s(x)$, $s \in R^m$, 并且寻求变结构控制

$$u_i(x) = \begin{cases} u_i^+(x), & s_i(x) > 0 \\ u_i^-(x), & s_i(x) < 0 \end{cases} \quad (1-7)$$

使得切换面 $s_i(x) = 0$ 以外的相轨迹在有限时间内进入切换面, 保证切换面是滑动模态区, 滑模运动渐近稳定, 动态品质良好。这种具有滑动模态运动的控制就称为滑模变结构控制, 简称滑模控制; 这样的控制系统, 称为滑动模态变结构控制系统, 简称滑模控制系统或变结构系统, 一般所说的变结构系统基本上都属于这一类。

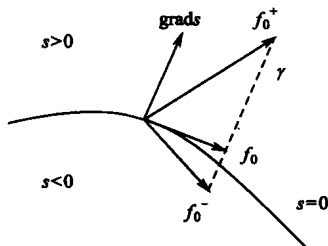
1.2 滑模变结构控制的数学描述

从式 (1-7) 可知, 由于控制量按一定的逻辑进行切换, 其对应的微分方程右端函数是不连续的, 因而传统的系统分析方法已不再适用, 许多学者对各种类型的具有不连续右端函数的微分方程解的存在唯一性进行了研究。其中最早和比较直观的方法由菲力波夫 (Filippov) 给出, 称菲力波夫理论。菲力波夫理论针对标量控制情况对式 (1-6)、式 (1-7) 进行了补充定义。

记下列极限函数 (假设它们存在)

$$\begin{cases} \lim_{s(x) \rightarrow 0^+} f^+(x, u, t) = f_0^+, \text{grad} s \cdot f_0^+ < 0 \\ \lim_{s(x) \rightarrow 0^-} f^-(x, u, t) = f_0^-, \text{grad} s \cdot f_0^- > 0 \end{cases} \quad (1-8)$$

它们分别表示 $f(x, u, t)$ 从 $s(x) > 0$ 及 $s(x) < 0$ 两侧向 $s(x) = 0$ 无限趋近时, $f(x, u, t)$ 的两个极限方向。确定 $f(x, u, t)$ 在 $s(x) = 0$ 上的值 $f_0(x, u, t)$ (简记为 f_0), 有以下结果: f_0 是由 x 到 f_0^+ 及 f_0^- 端点连线上一点的矢量且与 $s(x) = 0$ 相切, 如图 1.4 所示。所以

图 1.4 f_0 的确定

$$\begin{cases} f_0 = \mu f_0^+ + (1-\mu)f_0^-, & 0 \leq \mu \leq 1 \\ f_0 \perp \text{grad}s \end{cases} \quad (1-9)$$

再来确定 μ ，由条件

$$\text{grad}s \cdot f_0 = 0$$

可推出 $\mu \text{grad}s \cdot f_0^+ + (1-\mu) \text{grad}s \cdot f_0^- = 0$ ，得

$$\mu = \frac{\text{grad}s \cdot f_0^-}{\text{grad}s \cdot (f_0^- - f_0^+)} \quad (1-10)$$

这样系统在切换曲线 $s(x)=0$ 上的运动由下列方程描述：

$$\dot{x} = \mu f_0^+ + (1-\mu)f_0^- = f_0 = \frac{\text{grad}s \cdot f_0^-}{\text{grad}s \cdot (f_0^- - f_0^+)} f_0^+ - \frac{\text{grad}s \cdot f_0^+}{\text{grad}s \cdot (f_0^- - f_0^+)} f_0^- \quad (1-11)$$

这是对式 (1-6) 和式 (1-7) 的补充，它以补充定义的方式抑制了连续面 $s(x)=0$ 上微分方程的不确定性，说明系统在切换线 $s(x)=0$ 的解是存在且唯一的。

对于变结构控制系统，从理论上讲，当系统发生滑动模态时，系统状态保持在切换流形上运动，这种滑动模称为理想的滑动模。滑动模态的运动方程通常采用等效控制方法来确定，而不需要去求极限。但实际系统由于惯性、滞后因素等的存在，系统的轨线不可能保持在切换流形上运动，而是在切换流形的附近来回抖动，这种滑动模称为实际滑动模，理想滑动模和实际滑动模总是存在着一定的偏差，如图 1.5 和图 1.6 所示。

对于理想滑动模态，系统进入滑模后状态轨迹保持在切换面上，满足 $s=0$ ，所以 $\dot{s}=0$ ，系统应满足下列方程：

$$\dot{s} = \frac{\partial s}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} = 0$$



图 1.5 理想滑动模

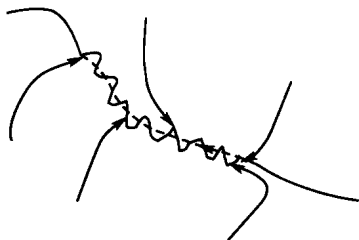


图 1.6 实际滑动模

$$\text{即} \quad \frac{\partial s}{\partial x} \cdot \dot{x} = 0 \quad (1-12)$$

为了讨论方便，一般研究下列仿射控制系统（即对控制量而言是线性的）：

$$\dot{x} = f(x, t) + B(x, t)u \quad (1-13)$$

式中， $f(\cdot)$ 、 $B(\cdot)$ 为适当维数的连续光滑函数（省略了自变量符号），对于这样的系统，由式（1-12）和式（1-13）可推出

$$\frac{\partial s}{\partial x}(f + Bu) = 0 \quad (1-14)$$

设 $G = \frac{\partial s}{\partial x}$ ，如果 GB 可逆，则等效控制量为

$$u_{\text{eq}} = -(GB)^{-1}Gf \quad (1-15)$$

将此控制量代入式（1-13），就得到理想滑动模态方程

$$\begin{cases} \dot{x} = [I - B(GB)^{-1}G]f \\ s = 0 \end{cases} \quad (1-16)$$

上述滑动模态方程直接由 $s=0$ 推出，所以从此约束方程可解出 m 个状态变量，即式（1-16）本质上只有 $n-m$ 个独立变量，从而滑模方程降阶为 $n-m$ 维，这一降阶特性给滑动模的设计带来了许多方便。注意上述推导假定 GB 可逆，一般来说此条件可以通过适当选取切换函数得到满足。另外，滑模运动还具有一个非常重要的性质：它与控制对象的参数变化及外部扰动无关，这将在后面章节中详细讨论。

1.3 滑模变结构控制的三个基本要素

从前面的分析可知，变结构控制研究的主要问题是设计适当的切换函数和变结构控制律，使系统的状态轨线在有限时间内到达所设计的切换面，实现滑动模态运动，保证滑模运动渐近稳定并具有良好的动态品质。滑动模态的存在性、滑动模态的可达性及滑模运动的稳定性是正确实施滑模控制的三个基本问题^[1]，即滑模变结构控制的三个基本要素。

1.3.1 滑动模态的存在性

系统一旦到达切换面，就沿此切换面运动，即实现滑模运动，所以滑动模态区上的点都必须为终止点，当运动点到达切换面 $s=0$ 附近时，必有 $\lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s} \leq 0$ 及 $\lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s} \geq 0$ ，等效为

$$\lim_{s \rightarrow 0} s\dot{s} \leq 0 \quad (1-17)$$

实际应用时，上式等号去掉，因为 $s\dot{s} = 0$ 的运动点正好在切换面上。即

$$\lim_{s \rightarrow 0} s\dot{s} < 0 \quad (1-18)$$

此式为滑动模态存在的充分条件。

1.3.2 滑动模态的可达性及广义滑模

如果系统的初始点不在 $s=0$ 附近，而是在状态空间的任意位置，此时要求系统的运动必须趋向于切换面 $s=0$ ，即必须满足可达性条件，否则系统无法启动滑模运动，把式 (1-18) 的极限符号去掉，变成

$$s\dot{s} < 0 \quad (1-19)$$

上式表示状态空间中的任意点必将向切换面 $s=0$ 靠近，称式 (1-19) 为“广义滑动模态”的存在条件，显然系统满足广义滑模条件必然同时满足滑模存在性及可达性条件。

1.3.3 滑模运动的稳定性

如果满足滑模的存在及可达条件,则运动进入滑动模态区以后,就开始滑模运动,对通常的反馈控制系统而言,都希望滑模运动是渐近稳定的。对于具体的控制系统,在以后各章中将讨论其稳定性,这里仅介绍滑模稳定性的一般分析方法。

设有滑模变结构控制系统

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u), \quad x \in R^n, u \in R & (1-20) \\ u &= \begin{cases} u^+(x), & s(x) > 0 \\ u^-(x), & s(x) < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

其等效控制为 $u^*(x)$, 则滑模运动方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u^*(x)) = f^*(x), & x \in R^n \\ s(x) = 0 \end{cases} \quad (1-21)$$

为使滑模运动通过原点,令 $s(0, \dots, 0) = 0$, 上述微分方程只有 $n-1$ 个是独立的, 设为

$$\dot{x}_i = g_i(x_1, \dots, x_{n-1}), \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (1-22)$$

微分方程式 (1-22) 中的状态变量 x_i 是以偏差形式给出的, 且 $x_i = 0 (i = 1, \dots, n-1)$ 是系统的一个平衡点, 则有 $g_i(0, \dots, 0) = 0$, 将 $g_i(x_1, \dots, x_{n-1})$ 在原点附近展开成泰勒级数

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^{n-1} a_{ij} x_j + G_i(x_1, \dots, x_{n-1}) \quad (i = 1, \dots, n-1) \quad (1-23)$$

其中 G_i 为含有二次及二次以上的项, 根据庞克莱-里亚普诺夫第一近似定理, 当

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1(n-1)} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{(n-1)1} & a_{(n-1)2} & \cdots & a_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix}$$

为 $(n-1) \times (n-1)$ 的满秩矩阵时, 如果 A 的特征根都具有负实部, 则方程式 (1-22) 的原点是渐近稳定的。

因此, 只要适当地选取切换函数 $s(x)$, 满足