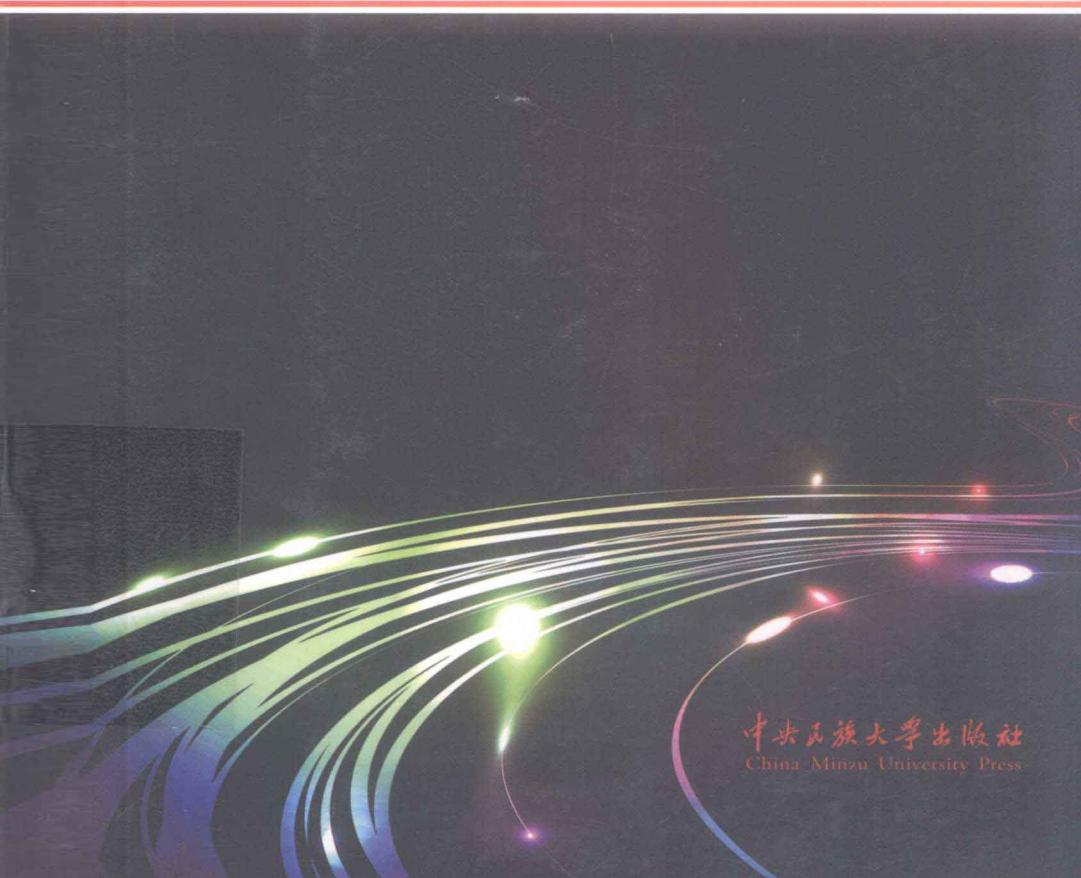


教育部科学技术研究重点项目(210267)资助  
中央民族大学自主科研计划项目(0910KYQN58)  
2011年度中央民族大学校级优秀课程

# 导波光学基础

Foundations for Guided-Wave Optics

◎ 杨 笛 任国斌 王义全 / 编著



中央民族大学出版社  
China Minzu University Press

教育部科学技术研究重点项目(210267)资助

中央民族大学自主科研计划项目(0910KYQN58)

2011年度中央民族大学校级优秀课程

# 导波光学基础

Foundations for Guided-Wave Optics

◎ 杨笛 任国斌 王义全 / 编著

中央民族大学出版社  
China Minzu University Press

## 图书在版编目 (C I P) 数据

导波光学基础/杨笛 任国斌 王义全编著. —北京: 中央民族大学出版社, 2012. 3

ISBN 978 - 7 - 5660 - 0143 - 6

I. ①导… II. 杨… III. ①波导光学 IV. ①TN25

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 008558 号

## 导波光学基础

---

编 著 者 杨 笛 任国斌 王义全

责 任 编 辑 李苏幸

封 面 设 计 布拉格

出 版 者 中央民族大学出版社

北京市海淀区中关村南大街 27 号 邮编: 100081

电 话: 68472815(发行部) 传 真: 68932751(发行部)

68932218(总编室) 68932447(办公室)

发 行 者 全国各地新华书店

印 刷 厂 北京宏伟双华印刷有限公司

开 本 880 × 1230 (毫米) 1/32 印 张: 8.25

字 数 220 千字

版 次 2012 年 3 月第 1 版 2012 年 3 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5660 - 0143 - 6

定 价 28.00

---

版权所有 翻印必究

# 前　言

经过几十年的发展，光纤通信已经成为信息领域中的重要支柱。编著本书的目的是为光通信工程专业或相近专业的高年级本科生和硕士研究生提供一本系统讲述光波导传输理论的教科书。本书的编著者在光通信领域中从事多年的科研和教学工作，对光波导理论及相关知识有较为深入的理解，同时，在该学科的教学研究方面做了较多工作。基于对知识的理解，资料的分析整理，根据教学讲义编著本书。

本书的参考学时为 54 学时，主要内容如下：

第 1 章阐述了电磁场的基本理论，重点讲解了麦克斯韦方程组、波动方程、亥姆霍兹方程和几何光学理论。这一章是分析和求解光波导中场分布的基本理论，所以是全书的基础。为了使学生更容易接受和掌握，在内容编排上与前期课程——如电磁学、电动力学的内容紧密相连。第 2、3、4 章分别讨论了平面光波导、条形光波导和光纤光波导的求解方法和特性。这三种光波导的求解难度逐步加深，实用性也逐渐加强。通过对这三章的学习，学生可以掌握分析光波导的基本方法和思路。第 5 章讲解了光纤的损耗和色散，对于它们的形成原因，分析的基本理论和方法都进行了比较详细的讨论。第 6 章介绍了光纤中的非线性效应。重点讨论非线性传输方程，在此基础上介绍了相位调制、四波混频等非线性效应。最后，第 7 章阐述了光波导的耦合理论。

为了便于理解，本章按照波导耦合方式的不同，分成横向耦合和纵向耦合两大类，并且引入了实例进行讲解。

本书的第1章至第4章由杨笛执笔，第5章和第6章由任国斌执笔，第7章由王义全执笔。

导波光学基础涉及到多个学科，例如电磁场理论、微波理论与技术、电动力学、量子力学以及通信理论等。尽管编著者有多年从事电磁场理论、光波导理论、光纤通信领域教学科研工作的经历，但毕竟学识有限，书中若有不妥乃至错误之处，望读者不吝赐教。

**编著者**

2011年9月

# 目 录

<b>第1章 电磁场理论基础</b> .....	(1)
1.1 麦克斯韦方程组 .....	(2)
1.1.1 麦克斯韦方程组 .....	(2)
1.1.2 电磁场边界条件 .....	(4)
1.1.3 坡印廷矢量 .....	(5)
1.2 波动方程组和亥姆霍兹方程组 .....	(7)
1.3 求解标量齐次亥姆霍兹方程 .....	(9)
1.4 几何光学理论 .....	(11)
1.4.1 Eikonal 方程 .....	(11)
1.4.2 射线方程 .....	(13)
1.4.3 实例 .....	(14)
<b>第2章 平面光波导的分析方法</b> .....	(19)
2.1 阶跃型平面光波导的几何光学描述 .....	(20)
2.2 渐变型平面光波导的几何光学描述 .....	(22)
2.3 模式场 .....	(26)
2.3.1 模式场的引入 .....	(26)
2.3.2 对模式场的理解 .....	(28)
2.3.3 模式场各分量的相位关系 .....	(32)
2.3.4 模式场的分类 .....	(33)
2.4 阶跃型平面光波导的波动光学描述 .....	(35)

2.4.1	TE 模式 .....	(36)
2.4.2	TM 模式 .....	(39)
2.4.3	传播模式和辐射模式 .....	(40)
2.4.4	截止参数 .....	(41)
2.4.5	单模传播和模数量 .....	(43)
2.5	渐变型平面光波导的波动光学描述 .....	(44)
2.5.1	平方律渐变型平面光波导 .....	(44)
2.5.2	渐变型折射率平面光波导的 WKB 近似 .....	(48)
2.5.3	渐变型折射率平面光波导的变分法 .....	(52)
<b>第3章 条形光波导</b>	.....	(58)
3.1	马卡梯里近似解法 .....	(60)
3.1.1	马卡梯里近似 .....	(60)
3.1.2	$E_{mn}^x$ 模式 .....	(63)
3.1.3	$E_{mn}^y$ 模式 .....	(66)
3.2	微扰法 .....	(67)
<b>第4章 光纤的模式理论</b>	.....	(74)
4.1	光纤的构造和分类 .....	(74)
4.2	光纤中的光线传输 .....	(76)
4.2.1	光线路径 .....	(77)
4.2.2	数值孔径 .....	(79)
4.3	阶跃光纤的模式理论 .....	(82)
4.3.1	矢量模解 .....	(83)
4.3.2	导波模的特征方程 .....	(93)
4.3.3	导波模分类 .....	(96)
4.3.4	导波模的截止参数和单模传输条件 .....	(99)
4.3.5	远离截止状态时的导波模 .....	(107)
4.3.6	导波的场型图 .....	(109)
4.4	阶跃光纤中的线偏振模 .....	(111)

---

4.4.1	标量近似方法	(112)
4.4.2	线偏振模场解及特征方程	(114)
4.4.3	线偏振模特征	(117)
4.4.4	$LP_{mn}$ 模与矢量模之间的对应关系	(120)
4.4.5	$LP_{mn}$ 模的功率分布	(121)
4.4.6	多模光纤中的模数量	(124)
4.5	渐变光纤的解析解法	(125)
4.5.1	抛物线型折射率 分布光纤中的标量近似解	(125)
4.5.2	传输常数	(131)
4.5.3	模式数量	(132)
4.6	均匀光纤中导波偏振态的分析	(134)
4.6.1	琼斯矩阵法	(134)
4.6.2	光纤偏振态的分析	(135)
<b>第5章</b>	<b>光纤的损耗和色散</b>	(140)
5.1	光纤的损耗	(140)
5.1.1	光纤的损耗系数	(141)
5.1.2	吸收损耗	(142)
5.1.3	散射损耗	(145)
5.1.4	光纤弯曲损耗	(148)
5.2	光纤色散的分类	(151)
5.2.1	模式色散	(154)
5.2.2	材料色散和 Sellmeier 定律	(155)
5.2.3	波导色散	(158)
5.2.4	偏振模色散	(159)
5.3	光信号在色散光纤中的传播	(162)
5.3.1	群时延的概念	(165)
5.3.2	脉冲展宽	(167)

5.3.3	色散的定量描述 .....	(174)
5.3.4	基本传输方程 .....	(175)
5.4	单模光纤的色散 .....	(176)
5.4.1	群时延 .....	(177)
5.4.2	色散 .....	(179)
5.4.3	单模光纤按照其色散特性的分类 .....	(182)
第6章	光纤中的非线性效应 .....	(186)
6.1	非线性传输方程 .....	(187)
6.1.1	光波与介质的非线性作用 .....	(187)
6.1.2	石英光纤的非线性折射率 .....	(191)
6.1.3	非线性传输方程 .....	(193)
6.2	自相位调制(SPM) .....	(199)
6.2.1	SPM 的基本理论描述 .....	(199)
6.2.2	超高斯脉冲的 SPM 谱展宽 .....	(203)
6.2.3	色散和 SPM 对脉冲传输的共同作用 .....	(207)
6.3	交叉相位调制(XPM) .....	(207)
6.3.1	不同频率的光之间的 XPM .....	(208)
6.3.2	正交偏振模式之间的 XPM .....	(212)
6.3.3	准连续反向传输光波之间的 XPM .....	(214)
6.4	四波混频(FWM) .....	(215)
6.4.1	四波混频的概念与准 连续波 FWM 的非线性传输方程 .....	(215)
6.4.2	泵浦光与信号光 .....	(218)
6.4.3	FWM 光学相位共轭与光谱反转 .....	(220)
6.4.4	色散对光纤 FWM 的影响 .....	(223)
6.5	光纤中的光学孤子 .....	(224)
6.5.1	光纤中光学孤立子的基本特性 .....	(225)
6.5.2	影响光孤子传输的主要因素 .....	(228)

第 7 章 光波导的耦合 .....	(231)
7.1 光波导的横向耦合 .....	(231)
7.1.1 耦合波方程 .....	(231)
7.1.2 耦合方程的解 .....	(236)
7.2 平板定向耦合器 .....	(239)
7.3 光波导的纵向耦合 .....	(242)
7.4 光纤光栅 .....	(245)
参考文献 .....	(251)

# 第1章 电磁场理论基础

19世纪60年代，英国物理学家麦克斯韦在前人工作的基础上，全面地审视了库仑定律、毕奥—萨伐尔定律和法拉第定律，并把数学分析方法引入电磁学的研究领域，最终概括出了电磁场的最基本的定律——麦克斯韦方程组，它完整地描述了宏观电磁现象。根据麦克斯韦方程组，麦克斯韦预言了电磁波的存在，并指出光是一种电磁波，从而解释了光波的本质，翻开了光的经典电磁理论这一物理学史上的新篇章。迄今为止，除了“光在与介质的相互作用”问题必须采用量子理论才能解释以外，麦克斯韦的经典电磁理论仍然是分析光传播问题的理论基础。

本章主要讲解了麦克斯韦方程组，这部分内容是全书的基础。同学们在学习本章时应重点掌握由麦克斯韦方程组得出的波动方程组和亥姆霍兹方程组。它们是求解实际问题中最常用的方程组。波动方程组是在时域中分析光波的解，然而，一般情况下求解其解析解比较困难，需要借助于数值计算。而亥姆霍兹方程组是在频域中分析光波的解，对于较为简单的问题，我们可以得到亥姆霍兹方程组的解析形式的解，在本章中我们对求解亥姆霍兹方程组问题给予详细的分析。本章的最后讲解了几何光学理论，几何光学理论可以由麦克斯韦方程组在短波极限的条件下得出。

## 1.1 麦克斯韦方程组

### 1.1.1 麦克斯韦方程组

宏观电磁现象可以用麦克斯韦方程组描述，即

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (1.1a)$$

$$\nabla \times E = - \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1.1b)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (1.1c)$$

$$\nabla \cdot D = \rho \quad (1.1d)$$

在方程组中， $E$  是电场强度， $H$  磁场强度， $D$  电位移矢量， $B$  磁感应强度， $J$  介质中的传导电流密度， $\rho$  自由电荷密度。方程组中 (1.1a) 式是时变电磁场中的安培环路定律，它的物理意义是：磁场是一个有旋场，产生这个有旋场的源是位移电流密度和传导电流密度。(1.1b) 式是法拉第电磁感应定律，它的物理意义：电场是一个有旋场，产生这个有旋场的源是磁场随时间的变化率。(1.1c) 式是时变磁场的磁场高斯定理，表示磁场是一个无源场，自然界没有“磁荷”存在。(1.1d) 式是电场高斯定理，它表示电场是一个有源场，产生这个有源场是电荷。在这四个方程式中，前两个方程是基本方程，后两个方程可以通过前两个方程和电荷守恒定律 (1.2) 式导出。

$$\nabla \cdot J = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1.2)$$

麦克斯韦方程组中  $E$  与  $J$ 、 $D$ ， $H$  与  $B$  的关系，是由材料性质所决定的，这一组关系称为物质特性方程，即

$$J = \sigma E \quad (1.3)$$

$$D = \epsilon_0 E + P \quad (1.4)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} \quad (1.5)$$

式中,  $\epsilon_0$ 、 $\mu_0$  分别为真空中的介电常数和磁导率;  $\sigma$  是介质的电导率;  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{M}$  分别为电极化强度和磁化强度。(1.3) 式是微分欧姆定律, (1.4) 和 (1.5) 式是分析介质与电磁场相互作用的重要方程, 介质对电磁场的响应特性是由两个重要的宏观量  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{M}$  来描述的。

实际中光波传播的介质都是非磁性介质, 如: 硅、石英、铌酸锂等, 此时  $\mathbf{M} = 0$ , 所以有

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (1.6)$$

同时, 这些光学介质为绝缘体,  $\sigma$  可近似为零。另外, 我们主要研究介质的光学特性, 所以设介质不带自由电荷。在没有特殊说明情况下, 本书取  $\rho = 0$ 、 $\sigma = 0$  和  $\mathbf{M} = 0$ 。

电极化强度与电场强度的关系可以写成

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \cdot \mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(2)} : \mathbf{EE} + \epsilon_0 \chi^{(3)} : \mathbf{EEE} + \dots \quad (1.7)$$

其中  $\chi^{(i)}$  为  $i+1$  阶张量, 表示电极化率。如果除了  $\chi^{(1)}$  项以外, 其他各项都为零, 则介质称为线性介质, 否则为非线性介质。在线性介质中, 如果把坐标系选在介质主轴上, 则电极化率张量非角元为零, 有

$$\chi^{(1)} = \begin{bmatrix} \chi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \chi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{33} \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

在各向同性介质中, 电极化率的对角元素都相等, 可以用一个标量  $\chi$  表示, 于是得到

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E} \quad (1.9)$$

此时, 电位移矢量表示成

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 (1 + \chi) \mathbf{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} = \epsilon_0 n^2 \mathbf{E} \quad (1.10)$$

其中  $n^2 = \epsilon_r = 1 + \chi$ 。

### 1.1.2 电磁场边界条件

在介质的界面上电磁波的变化特性可以通过麦克斯韦方程组的积分形式推导得出，即

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} + \iint_s \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (1.11a)$$

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \iint_s \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (1.11b)$$

$$\oint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1.11c)$$

$$\oint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_v \rho dv \quad (1.11d)$$

将 (1.11c) 和 (1.11d) 式应用于如图 1-1 (a) 所示的介质界面处扁平的圆柱区域，可得：

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho$$

上式说明，在两种介质分界面上两侧磁感应强度的法向分量连续，而电位移矢量的法向分量的突变取决于界面上的电荷密度  $\rho$ 。

如果将 (1.11a) 和 (1.11b) 式应用于如图 1-1 (b) 所示的介质界面处狭条形区域，并考虑到狭条形区域的高趋向于零，则忽略了  $\iint_s \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$  和  $\iint_s \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$ ，可得：

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$$

上式说明，在两种介质分界面上两侧磁场强度的切向分量在界面上的突变取决于界面上的电流密度，而电场强度的切向分量则是连续的。

在此我们主要考虑非导电的光学介质，所以设电荷密度和电

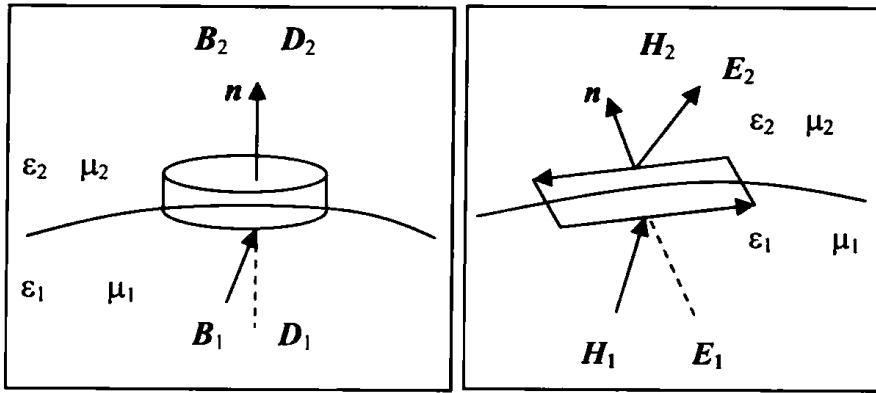
流密度为零。因此边界条件可以写成下面的形式

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0 \quad (1.12)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = 0 \quad (1.13)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = 0 \quad (1.14)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0 \quad (1.15)$$



(a) 法向边界条件

(b) 切向边界条件

图 1-1 确定电磁场边界条件的几何区域

### 1.1.3 坡印廷矢量

下面根据麦克斯韦方程分析电磁场的坡印廷矢量，即能流密度矢量，重写 (1.1a) 和 (1.1b) 如下，

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.16a)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.16b)$$

将  $\mathbf{H}$  点乘 (1.16b) 式再减去  $\mathbf{E}$  点乘 (1.16a) 式，并应用 (1.3) 式，得到

$$\mathbf{H} \cdot \nabla \times \mathbf{E} - \mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{H} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mathbf{E} \cdot (\sigma \mathbf{E}) - \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.17)$$

而

$$\mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \mu \mathbf{H}^2 \right) \quad (1.18)$$

$$\mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \epsilon \mathbf{E}^2 \right) \quad (1.19)$$

$$\mathbf{E} \cdot (\sigma \mathbf{E}) = \sigma \mathbf{E}^2 \quad (1.20)$$

于是，式 (1.17) 可改写成

$$\mathbf{H} \cdot \nabla \times \mathbf{E} - \mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{H} = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \epsilon \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2} \mu \mathbf{H}^2 \right) - \sigma \mathbf{E}^2 \quad (1.21)$$

利用矢量恒等式

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{H} \cdot \nabla \times \mathbf{E} - \mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{H} \quad (1.22)$$

式 (1.21) 可改写为

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \epsilon \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2} \mu \mathbf{H}^2 \right) - \sigma \mathbf{E}^2 \quad (1.23)$$

式中， $w_e = \frac{1}{2} \epsilon \mathbf{E}^2$  为电磁波的电场能量密度， $w_m = \frac{1}{2} \mu \mathbf{H}^2$  为电磁波的磁场能量密度， $w_p = \sigma \mathbf{E}^2$  为电磁波单位体积的焦耳损耗功率。其中，坡印廷矢量表示为

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (1.24)$$

对 (1.23) 式两边关于任意体积  $\tau$  求积分，再利用高斯散度定理可得

$$-\oint_A \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\tau} \left( \frac{1}{2} \mu \mathbf{H}^2 + \frac{1}{2} \epsilon \mathbf{E}^2 \right) d\tau + \iiint_{\tau} \sigma \mathbf{E}^2 d\tau \quad (1.25)$$

式 (1.25) 的物理意义是：空间某点  $\mathbf{S}$  矢量流入单位体积边界面

的流量等于该体积内电磁能量的增加率和焦耳损耗功率。显然，坡印廷矢量代表空间中电磁波的功率流密度，是垂直穿过单位面积的功率，它的单位是瓦/米<sup>2</sup>。

## 1.2 波动方程组和亥姆霍兹方程组

下面根据麦克斯韦方程组（1.1）式得出光学介质中光波传播的波动方程组。为简单起见，设定  $J = 0$ 、 $\rho = 0$ 、 $B = \mu_0 H$ ，这时，麦克斯韦方程组改写成如下的形式

$$\nabla \times H = \frac{\partial(\epsilon E)}{\partial t} \quad (1.26a)$$

$$\nabla \times E = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1.26b)$$

$$\nabla \cdot H = 0 \quad (1.26c)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon E) = 0 \quad (1.26d)$$

对方程（1.26a）两边作用“ $\nabla \times$ ”，并利用  $\nabla \times (\nabla \times H) = \nabla(\nabla \cdot H) - \nabla^2 H$  得

$$\nabla(\nabla \cdot H) - \nabla^2 H = \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon \nabla \times E + \nabla \epsilon \times E) \quad (1.27)$$

根据方程（1.26b）和（1.26c）得

$$\nabla^2 H - \epsilon \mu_0 \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \epsilon \times E) = 0 \quad (1.28)$$

考虑到  $\epsilon$  不随时间改变，由（1.26a）消去  $E$  得到

$$\nabla^2 H - \epsilon \mu_0 \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} + \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \times (\nabla \times H) = 0 \quad (1.29)$$

类似地，得到

$$\nabla^2 E - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \nabla \left( \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \cdot E \right) = 0 \quad (1.30)$$

考虑到  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ 、 $n^2 = \epsilon / \epsilon_0$ ，方程（1.29）和（1.30）改写