

中国读本

中国传统数学史话

郭书春 著



本书介绍了中国传统数学发展的各个历史阶段，包括中国数学的兴起，中国传统数学框架的确立，中国传统数学理论体系的完成，中国筹算数学的高潮，传统数学的衰落与珠算的发展，以及西方数学的传入与中西数学的融会。并对中国古代的数学名著《九章算术》、《孙子算经》及刘徽的《九章算术注》作了较详细的介绍。

中国国际广播出版社

中国读本

中国传统数学史话

郭书春 著

中国国际广播出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

中国传统数学史话 / 郭书春著. — 北京: 中国国际广播出版社, 2012.9

(中国读本)

ISBN 978-7-5078-3435-2

I. ①中… II. ①郭… III. ①数学史—中国—古代

IV. ①0112

中国版本图书馆CIP数据核字 (2012) 第167271号

中国传统数学史话

著 者	郭书春
责任编辑	何宗思
版式设计	国广设计室
责任校对	徐秀英
出版发行社 址	中国国际广播出版社 (83139469 83139489[传真]) 北京复兴门外大街2号 (国家广电总局内) 邮编: 100866
网 址	www.chirp.com.cn
经 销	新华书店
印 刷	北京广内印刷厂
开 本	640 × 940 1/16
字 数	113千字
印 张	17.5
版 次	2012年9月 北京第一版
印 次	2012年9月 第一次印刷
书 号	ISBN 978-7-5078-3435-2/G · 1388
定 价	29.80元

国际广播版图书 版权所有 盗版必究
(如果发现印装质量问题, 本社负责调换)

目 录

引 言	1
第一章 中国数学的兴起	
——原始社会至西周的数学	5
第一节 图形观念的形成与规矩准绳	6
第二节 十进位值制记数法的形成与算筹的创造	7
一 数概念的产生与结绳、书契、陶文数字	7
二 甲骨文数字与十进位值制记数法的形成	8
三 计算工具——算筹	9
第三节 数学形成一门学科	11
一 九九表与整数乘除法则	11
二 商高答周公问及用矩之道	13
三 数学形成一门学科	14
第二章 中国传统数学框架的确立	
——春秋至东汉中期的数学	15
第一节 数学家与数学经典	16
一 诸子百家与数学	16
二 秦汉数学简牍	17
三 《周髀算经》和陈子	19
四 《九章算术》和张苍、耿寿昌	20
第二节 分数、今有术与盈不足术	25
一 分数及其四则运算法则	25

二	今有术与衰分术、均输术	28
三	盈不足术	32
第三节	面积、体积、勾股与测望	35
一	面积	35
二	体积	38
三	勾股定理与解勾股形	44
四	勾股容方容圆	49
第四节	开方术、正负术、方程术与数列	50
一	开方术	51
二	正负术	58
三	方程术	60
四	等差数列	70
第三章	中国传统数学理论体系的完成	
	——东汉末至唐中叶的数学	73
第一节	东汉末至唐中叶数学概论	74
一	魏晋数学的发展与辩难之风	74
二	徐岳《数术记遗》	75
三	赵爽与《周髀算经注》	77
四	刘徽与《九章算术注》、《海岛算经》	78
五	南北朝的数学著作和数学家	81
六	隋至唐中叶的数学著作和数学家	86
第二节	算之纲纪	
	——率与齐同原理	93
一	率的定义和性质	93
二	今有术的推广与齐同原理	95
第三节	勾股和重差	105
一	对勾股定理与解勾股形诸公式的证明	105
二	重差术	114

三	《数术记遗注》中的测望问题	117
第四节	开方术、方程术的改进、不定问题 与数列	119
一	开方术的几何解释、改进和刘徽的“求微数”	120
二	方程术的进展	124
三	不定问题	127
四	等差数列	130
五	二次内插法	132
第五节	无穷小分割和极限思想	133
一	割圆术	133
二	刘徽原理	135
三	圆体体积与祖暅之原理	139
四	极限思想在近似计算中的应用 ——以圆周率为例	144
五	刘徽的面积推导系统	149
六	刘徽的体积推导系统	152
七	刘徽的极限思想在数学史上的地位	162
第六节	刘徽的逻辑思想和数学理论体系	163
一	刘徽的数学定义	164
二	刘徽的演绎推理	165
三	数学证明	171
四	刘徽的数学理论体系	173
第四章	中国传统数学的高潮 ——唐中叶至元中叶的数学	177
第一节	唐中叶至元中叶数学概论	178
一	传统数学的高潮与唐中叶开始的社会变革	178
二	贗本《夏侯阳算经》	183
三	贾宪和《黄帝九章算经细草》	184

四	刘益和《议古根源》	185
五	秦九韶和《数书九章》	186
六	李冶和《测圆海镜》、《益古演段》	188
七	杨辉和《详解九章算法》、《杨辉算法》	191
八	朱世杰和《算学启蒙》、《四元玉鉴》	195
第二节	计算技术的改进和珠算的发明	198
一	○和十进小数	198
二	计算技术的改进	203
三	珠算的产生	207
第三节	勾股容圆	209
一	洞渊九容	209
二	圆城图式和识别杂记	212
第四节	高次方程数值解法	217
一	立成释锁法与贾宪三角	217
二	贾宪增乘开方法	221
三	正负开方术	223
第五节	天元术和四元术	230
一	天元术	230
二	四元术	236
第六节	垛积术、招差术	242
一	垛积术	242
二	招差术	246
第七节	大衍总数术与纵横图	248
一	大衍总数术	248
二	纵横图	254
余 绪	261

引 言

数学是中国古代最为发达的基础科学学科之一，从公元前二三世纪到 14 世纪初居于世界数学发展的前列，是当时世界数学发展的主流。

中国传统数学的发展可以分成原始社会至西周中国数学的兴起，春秋至东汉中期中国传统数学框架的确立，东汉末至唐中叶中国传统数学理论体系的完成，唐中叶至元中叶中国筹算数学的高潮，元中叶至明末传统数学的衰落与珠算的发展，明末至清末西方数学的传入与中西数学的融会等几个阶段。本书着重介绍前四个阶段。

中国传统数学有自己明显的特点。首先，与古希腊将数学看成思辨的产物不同，中国传统数学注重数学理论密切联系实际。《汉书·律历志》说数学“所以算数事物，顺性命之理也”，但是宋元之前的数学家几乎都不关心“性命之理”。因此，数学家在研究数学问题的时候，自觉不自觉地贯彻了实事求是的思想路线，正如南宋数学家秦九韶所说“数术之传，以实为体”。因此，人们认为数学是艰深的学问，但又认为不是不可以研究的，正如金元数学家李冶所说：“谓数为难穷，斯可；谓数为不可穷，斯不可。”

其次，中国传统数学以计算为中心。魏数学家刘徽说，数学“其能穷纤入微，探测无方。至于以法相传，亦犹规矩度量可得而共”，道出了中国传统数学中数与形相结合，

几何与算术、代数问题相统一的特点，而中国传统算法大都有强烈的程序化和机械化。

第三，数学方法正如春秋战国数学家陈子所概括的，是“言约而用博”，因此学习数学要能“通类”，做到“问一类而以万事达”。这类抽象性术文（算法）表明中国古代数学有相当的理论概括。这是中国古代数学理论研究的一个重要方面。

第四，位值制在中国传统数学中有特殊的作用。位值制的思想不仅体现在记数与数学表达式中，而且贯穿于求解过程中。这大大方便了计算。

数学著作是中国古代数学成就的载体。许多著述将中国古代数学著作统统称为应用问题集，并且说都是“一题、一答、一术，概莫能外”。这种概括不符合实际情况。实际上，中国古代数学著作的形式有不同的分野，不能一概而论。《九章算术》等著作的主体部分是以术文为中心，采取术文统率例题的形式，术文是一类数学问题的普适性抽象性的算法，就是陈子说的“类以合类”，而不是“一题、一答、一术”。有一部分著作，如《孙子算经》等，确实采用了应用问题集的形式。此外，就数学内容的高深程度、抽象程度、严谨性、有无数学推理和证明等几个方面看，中国古代数学著作也都有不同的分野。

中国传统数学著作的分野，特别是刘徽等数学家的数学证明等表明，中国古代存在着纯数学研究，也就是为数学而数学的活动。一个明显的事实是：就实际应用而言，

《九章算术》和许多数学著作提出的公式、算法，只要能够无数次地应用，并且在应用中表明它们正确就够了，不在数学上证明之，根本不会影响它们的应用。刘徽的《九章算术注》对《九章算术》的公式、算法进行了全面而且基本上是严谨的证明，并在证明中追求逻辑的正确、推理的明晰，这显然是纯数学的活动。对计算中精确度的追求，比如，刘徽对开方不尽时提出求“微数”的思想，以十进分数逼近无理根，刘徽、祖冲之将圆周率精确到 3 位、5 位，甚至 8 位有效数字，都不是人们的实际需要，而是纯数学活动，是数学发展的需要。

中国传统数学在 20 世纪初中断，中国数学开始融入世界统一的现代数学，是历史的进步。但是在中小学数学教材全盘西化的同时，将中国传统数学的优秀部分也丢掉了。实际上，中国传统数学的思想和方法对当前数学教学与数学研究仍有启迪作用。河南省济源五龙口小学运用《九章算术》和刘徽“率”的理论与珠算方法，改革小学数学教材，取得了良好的效果，使一个偏僻落后的山区小学，变成了闻名豫晋两省、数县市的名校。吴文俊从中国传统数学的构造性和机械化特征得到启发，开创了数学机械化理论，登上了世界数学的高峰。

第一章

中国数学的兴起

——原始社会至西周的数学

第一节 图形观念的形成与规矩准绳

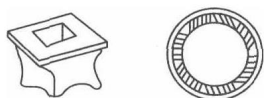


图 1-1-1 裴李岗文化的
方形器物与圆形磨盘



图 1-1-2 裴李岗出土的
三足炊煮器

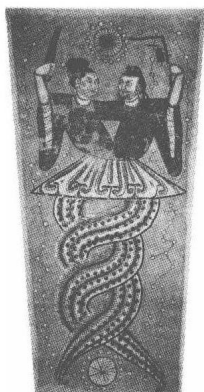


图 1-1-3 新疆阿斯塔纳唐
墓出土的伏羲女娲执规矩
织帛

人类在与自然的接触中，逐渐形成图形的观念。树木、稻禾的秆茎都是竖直的，满月挂在空中，太阳东出西落，人们最先认识的应该是直线与圆，后来是正方形、三角形等几何形状。在距今约七八千年的裴李岗文化和晚一些的河姆渡、崧泽、仰韶文化中都有方形和圆形房基遗存和器物，如图 1-1-1。裴李岗等文化中有三足炊煮器，说明对三点共面有一定认识，如图 1-1-2。

中国古代一向用规画圆，用矩画方。规矩起源于什么时候，历来有不同的看法。相传黄帝时的倕发明了规矩准绳，也有说倕是尧舜时代的。汉代许多画像砖上有伏羲手执矩，女娲手执规图。图 1-1-3 是新疆唐阿斯塔纳唐墓出土的织帛伏羲女娲执规矩图。

第二节 十进位值制记数法的 形成与算筹的创造

一 数概念的产生与结绳、书契、陶文数字

人们对数的认识也经历了一个漫长的过程。当人们用一个数字，比如 2，既可以表示 2 个人，又可以表示 2 个苹果，或者别的什么的时候，就初步完成了数概念的抽象。《世本》云：“隶首作数。”相传隶首是黄帝的臣子，处于新石器时代晚期，距今约五千年。

《周易·系辞下》说：“上古结绳而治，后世圣人易之以书契。”这是说在上古（一般指伏羲时代）人们用结绳与刻木记数、记事。云南有的少数民族在 20 世纪 50 年代仍然使用结绳和刻木，如图 1-2-1 便是解放初傣傣族记数的结绳。

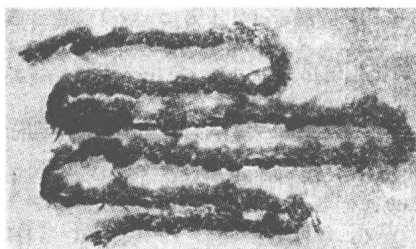


图 1-2-1 傣傣族结绳

随着文字的萌芽与发展，也出现了记数文字。出土的新石器时代许多陶器上的刻画，有的被认为是数字，如图 1-2-2。

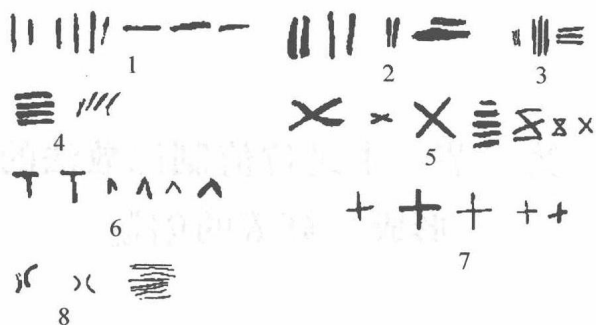


图 1-2-2 记数陶文

二 甲骨文数字与十进位值制记数法的形成

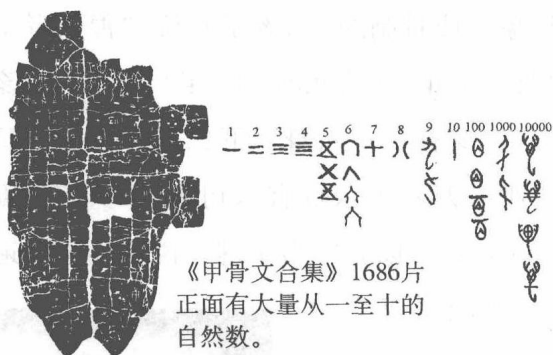
世界上通用的十进位值制记数法最早产生在中国，殷商的甲骨文数字是现存最早的关于十进制记数法的资料。

(一) 甲骨文数字

甲骨文是用龟甲和兽骨进行占卜的记录。甲骨文的正文中出现的数字非常多，最大的数是三万。图 1-2-3 (1) 是标有数字的甲骨。图 1-2-3 (2) 是一到万的基本数字。从一到四都是积画而成，与算筹形状一样，是会意字。表示五至十的符号，一般认为是假借字，但具体细节上各家的观点有些不同。

有的甲骨中将 11, 12, 13, 14, 15, 16, 19 分别作 \perp 、 \perp 、 \perp 、 \perp 、 \perp 、 \perp 、 \perp 。可见，甲骨文已使用十进制记数法，从最小的基数 1 起到 10，及 100, 1000, 10000 都有专门的符号。利用这 13 个符号，可以表示 100000 以内的任意自然数。并且有了十进位值制的萌芽。

商周金文的记数法也有十进位值制的萌芽。



《甲骨文合集》1686片
正面有大量从一至十的
自然数。

(1) 带有数字的甲骨 (2) 基本甲骨文数字
图 1-2-3 甲骨文数字

(二) 十进位值制记数法

十进位值制记数法什么时候完成的，已不可考。《墨经·经下》说：“一少于二而多于五，说在建位。”其《经说下》说：“五有一焉；一有五焉，十二焉。”反映了墨家对十进位值制记数法中同一数字在不同的位置上表示不同的数值的认识。“经文”是说：一在个位上表示 1，故小于 2，而在十位上表示 10，则比 5 多。“经说”是说：从个位看 1，5 中包含有 1，从十位看 1，1 中包含有 5，因为 10 有两个 5。可见最晚在春秋时代，十进位值制记数法已经相当完善。

三 计算工具——算筹

(一) 算筹

算筹又称为算、筹、策、算子等。它一般用竹或木制

作，也有用象牙或骨制的。《老子》说“善数者不用筹策”。《左传·襄公三十年》（公元前 543 年）记载的“亥”字字谜说：“史赵曰：亥有二首六身，下二如身，是其日数也。士文伯曰：然则二万六千六百有六旬也。”亥字拆开来为 =T 上T，即 26660 日。以算筹为字谜，说明早已普遍使用。20 世纪以来在战国秦汉墓葬发现的算筹很多，图 1-2-4 是陕西旬阳县发现的西汉算筹，其形制与《汉书·律历志》的记载基本一致。算筹是宋元之前中国数学

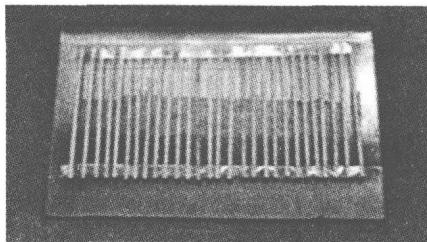


图 1-2-4 西汉旬阳算筹

家的主要计算工具。由于中国传统数学在元中叶之后衰微，那么，中国古代数学的主要成就是借助于算筹完成的。

（二）算筹数字

现存资料中，算筹数字的记数法则最先出现在《孙子算经》卷上，而《夏侯阳算经》更为完整：“一从十横，百立千僵，千十相望，万百相当。满六以上，五在上方。六不积算，五不单张。”如图 1-2-5。因此，算筹数字分纵横两式，纵式表示个位数、百位数、万位数……横式表示十位数、千位数、十万位数……1~9 的算筹数字与阿拉伯数字对应如下：

数字	1	2	3	4	5	6	7	8	9
纵式						┐	┑	┒	┓
横式	—	==	≡	≡≡	≡≡≡	┌	└	┘	┙