

# 钢筋混凝土结构构件计算

— 新 编 —

主编 王振东 施岚青 黄成若

哈尔滨建筑工程学院印

# 钢筋混凝土结构构件计算

— 新 编 —

主编 王振东 施岚青 黄成若



哈尔滨建筑工程学院印

1986年7月

## 前　　言

为了适应工程建设发展的需要，我国新修订的《混凝土结构设计规范》（指送审稿，以下同）即将审批定稿。与原规范（TJ10—74）相比，新规范在内容上有很大的充实、提高和发展。为了便于大专院校师生和工程技术人员了解和学习新规范的内容，由《钢筋混凝土结构设计规范》修订组部分成员根据自己对新规范条文的体会，编写了这本材料。

本书主要介绍了新规范的特点、修订的依据、基本构件的设计方法、构造措施以及实际应用。具体内容如下：

1. 钢筋混凝土结构设计原理，以概率理论为基础的极限状态设计方法：承载能力极限状态的实用设计表达式及分项系数的确定原则、正常使用极限状态按裂缝控制等级的划分原则；
2. 混凝土标号的新定义和标准试块尺寸的修改，混凝土“双改”后设计指标的取值原则；
3. 以平截面假定为基础的正截面强度计算体系，不同截面形式，不同配筋方式的弯、压、拉构件的计算方法；
4. 钢筋混凝土构件斜截面抗剪强度计算体系，不同受力状态下的弯剪、压剪、拉剪构件以及连续梁、框架柱等的抗剪强度计算方法；
5. 钢筋混凝土构件抗扭强度计算体系，纯扭、弯扭、弯剪扭构件计算的方法及其构造措施；
6. 钢筋混凝土和预应力混凝土受弯构件的抗裂度、裂缝宽度和刚度的计算方法。
7. 钢筋混凝土板的冲切强度计算、局部承压计算、疲劳验算以及深梁计算。

本书在内容编排上按教科书体系编写的，顾及到学科的系统性和完整性。为联系实际，每章都增加一定数量的例题。

本书按国标GBJ83—85的规定，采用了新的国际通用符号和我国的法定计量单位。

由于目前新修订的《混凝土结构设计规范》还未正式公布，对书中有关内容和符号等，如果与正式公布的新规范条文有出入时，将来一律以公布新规范具体规定内容为准。

本文由清华大学施岚青、中国建筑科学研究院黄成若、西南交通大学陈家夔、同济大学喻永言、哈尔滨建筑工程学院王振东、南京工学院兰宗建、大连工学院李树瑶、华南工学院陈止戈编写，全文由王振东、施岚青、黄成若三同志负责统一审编定稿工作。

由于时间仓促，书中错误和不妥之处在所难免，希望读者提出批评指正。

1986年7月

# 目 录

## 第一章 钢筋混凝土结构的基本计算原则

1—1	随机变量的一些基本统计性能概述	(1)
1—2	概率极限状态设计准则(按可靠指标的的设计准则)	(4)
1—3	概率极限状态设计准则的实用表达式	(6)
1—4	概率极限状态设计准则在钢筋混凝土结构设计中的应用	(9)
1—5	钢筋混凝土设计规范(送审稿)所采用的设计表达式	(13)

## 第二章 钢筋混凝土结构的材料

2—1	混凝土	(16)
2—1—1	混凝土的强度等级	(16)
2—1—2	混凝土的标准强度	(17)
2—1—3	混凝土的设计强度	(19)
2—2	钢筋	(20)
2—2—1	钢筋的品种与级别	(20)
2—2—2	钢筋标准强度的取值	(21)
2—2—3	钢筋设计强度的取值	(22)
	附录1—1	(22)

表1.	混凝土标准强度	(22)
表2.	混凝土设计强度	(23)
表3.	混凝土弹性模量 $E_c$	(23)
表4.	不同 $\rho^t$ 值时混凝土的疲劳强度修正系数 $r_p$	(23)
表5.	混凝土疲劳变形模量 $E_f^t$	(24)
表6.	钢筋标准强度	(24)
表7.	钢丝标准强度	(24)
表8.	钢筋设计强度	(25)
表9.	钢丝设计强度	(25)
表10.	钢筋弹性模量	(26)
表11.	钢筋混凝土结构中钢筋疲劳设计强度	(26)
表12.	预应力钢筋的疲劳设计强度	(27)

## 第三章 正截面强度计算

3—1	正截面强度计算的一般规定	(28)
3—1—1	原规范正截面强度计算的主要问题	(28)
3—1—2	正截面强度计算的一般规定	(29)
3—2	受弯构件的强度计算	(34)
3—2—1	单筋矩形截面受弯构件的强度计算	(35)

3—2—2 双筋矩形截面受弯构件的强度计算.....	(36)
3—2—3 T 形截面受弯构件的强度计算.....	(39)
3—3 受压构件的强度计算.....	(41)
3—3—1 概述.....	(41)
3—3—2 偏心距增大系数 $\eta$ .....	(42)
3—3—3 矩形截面非对称配筋的偏心受压构件.....	(47)
3—3—4 矩形截面对称配筋的偏心受压构件.....	(54)
3—3—5 T形、工字形截面偏心受压构件.....	(59)
3—4 双向偏心受压构件的强度计算.....	(62)
3—4—1 概述.....	(62)
3—4—2 倪克勤公式.....	(63)
3—4—3 直接计算法.....	(64)

#### 第四章 斜截面强度计算

4—1 概述.....	(71)
4—2 矩形截面无腹筋梁的抗剪强度.....	(71)
4—2—1 集中荷载作用下简支梁的抗剪强度.....	(71)
4—2—2 集中荷载作用下连续梁的抗剪强度.....	(75)
4—2—3 均布荷载作用下简支梁的抗剪强度.....	(79)
4—2—4 均布荷载作用下连续梁的抗剪强度.....	(82)
4—3 矩形截面有腹筋梁的抗剪强度.....	(83)
4—3—1 集中荷载作用下梁的抗剪强度.....	(83)
4—3—2 均布荷载作用下梁的抗剪强度.....	(85)
4—4 T 形截面梁的抗剪强度.....	(86)
4—5 预应力混凝土梁的抗剪强度.....	(87)
4—6 受弯构件的截面限制条件.....	(89)
4—7 框架柱和偏心受拉构件的抗剪强度.....	(90)
4—7—1 框架柱的抗剪强度.....	(90)
4—7—2 偏心受拉构件的抗剪强度.....	(92)
4—8 小结.....	(95)
4—8—1 矩形、T形和工字形截面受弯构件，其截面限制条件.....	(95)
4—8—2 矩形、T形和工字形截面受弯构件，当仅配有箍筋时其斜截面的抗剪强度计算公式.....	(95)
4—8—3 矩形、T形和工字形截面受弯构件，当配有箍筋和弯起钢筋时其斜截面的抗剪强度计算公式.....	(96)
4—8—4 矩形、T形和工字形截面受弯构件，斜截面配筋的构造要求.....	(96)
4—8—5 钢筋混凝土矩形截面框架柱斜截面的抗剪强度.....	(96)
4—8—6 钢筋混凝土偏心受拉构件，其斜截面的抗剪强度计算公式.....	(97)

## 第五章 受扭构件强度计算

5—1 概述	(107)
5—2 矩形截面纯扭构件的强度	(107)
5—3 矩形截面弯扭构件的强度	(111)
5—4 在弯、剪、扭共同作用下矩形截面构件的剪扭强度	(113)
5—4—1 剪扭构件试验研究	(113)
5—4—2 剪扭构件强度计算	(115)
5—5 在弯、剪、扭共同作用下 T 形和工字形截面构件的剪扭强度	(118)
5—5—1 试验研究	(119)
5—5—2 强度计算	(119)
5—6 受扭构件的构造要求	(122)
5—6—1 截面限制条件	(122)
5—6—2 构造配筋界限	(123)
5—6—3 受扭构件最小配筋率	(124)
5—6—4 构造要求	(125)

## 第六章 钢筋混凝土构件裂缝和变形的计算

6—1 概述	(126)
6—2 裂缝宽度和挠度的限值	(126)
6—3 受弯构件裂缝宽度计算	(127)
6—3—1 裂缝的发生及其分布	(127)
6—3—2 平均裂缝间距	(128)
6—3—3 平均裂缝宽度	(130)
6—3—4 关于系数 $\psi$ 和 $\alpha$	(131)
6—3—5 最大裂缝宽度	(133)
6—3—6 板底裂缝宽度	(134)
6—4 轴心受拉和偏心受力构件裂缝宽度计算	(135)
6—4—1 基本计算公式	(136)
6—4—2 平均裂缝间距	(136)
6—4—3 系数 $\psi$ 、 $\alpha$ 、 $\tau_1$ 和 $\tau_2$	(136)
6—4—4 钢筋应力计算	(136)
6—5 裂缝宽度近似计算法	(141)
6—6 受弯构件的刚度和挠度	(142)
6—6—1 不考虑荷载长期作用时的刚度	(142)
6—6—2 考虑部分荷载长期作用时的刚度	(144)
6—6—3 构件挠度计算	(144)

## 第七章 预应力混凝土结构的计算

7—1 概述	(146)
7—2 预应力混凝土结构计算的一般规定	(147)

7—2—1	张拉控制应力	(147)
7—2—2	混凝土中法向应力及预应力钢筋中应力的计算	(147)
7—2—3	预应力钢筋合力的计算	(149)
7—2—4	预应力损失	(150)
7—2—5	预应力混凝土构件当其正截面混凝土法向预压应力为零时, 预应力钢筋的应力及合力的计算	(154)
7—3	使用阶段的强度计算	(155)
7—3—1	正截面强度计算	(155)
7—3—2	斜截面抗剪强度计算	(158)
7—4	使用阶段裂缝控制计算	(160)
7—4—1	正截面抗裂度计算	(160)
7—4—3	斜截面抗裂度计算	(164)
7—4—3	部分预应力混凝土构件裂缝宽度计算	(165)
7—5	预应力混凝土受弯构件的变形计算	(168)
7—5—1	不考虑荷载长期作用时的刚度	(168)
7—5—2	考虑部分荷载长期作用时的刚度	(170)
7—5—3	使用阶段反拱值的计算	(170)
7—6	施工阶段的应力校核	(170)

### 第八章 冲切、局部承压及疲劳

8—1	冲切强度	(188)
8—1—1	冲切破坏的特征及影响因素	(188)
8—1—2	冲切强度计算	(188)
8—2	局部承压强度	(192)
8—2—1	局部承压的破坏形态及破坏机理	(192)
8—2—2	局部承压强度提高系数 $\beta$	(194)
8—2—3	配筋混凝土局部承压强度计算	(196)
8—2—4	局部承压区的截面限制条件	(197)
8—3	疲劳强度	(198)
8—3—1	疲劳破坏特征	(198)
8—3—2	受弯构件正截面的疲劳强度验算	(199)
8—3—3	受弯构件斜截面的疲劳强度验算	(202)

### 第九章 钢筋混凝土深梁

9—1	概述	(207)
9—2	内力计算与截面尺寸	(207)
9—3	正截面抗弯强度及主筋的构造要求	(208)
9—4	斜截面抗剪强度	(209)
9—5	下部受荷深梁	(210)

# 第一章 钢筋混凝土结构的基本计算原则

## 1—1 随机变量的一些基本统计性能概述

钢筋混凝土结构设计中首先考虑的问题是结构要适用、安全、经济，在整个使用期间能安全地满足使用要求，要使出现不满足使用要求的情况达到充分小的程度。为此，在钢筋混凝土结构和构件使用期限内应具有足够的抗力能够承受有关外力，包括风、雪、地震等自然作用在结构内产生的内力和变形。

实际工程中，作用于结构上的荷载、材料的强度和构件的几何尺寸等都是随机变量，并不是一个定值。结构设计中存在着种种不定性，整个结构设计问题是个非确定性的问题，所以要采用具有非确定性模型的数学——概率论和数理统计的方法来解决。统计推断是建立在直方图和概率密度曲线的基础上的一种方法，现在通过一个例题来说明这些概念。

### 【例 1—1】 混凝土立方体强度的统计分析。

从某工地随机抽样得到35个试块，测得试块强度如下。需要的设计强度为 $30 N/mm^2$ ，试计算其平均值、标准差和变异系数，并绘出直方图和分布密度函数图。

40.0	$N/mm^2$ , 41.5,	36.9,	38.7,	38.7,	40.7,	40.9,
41.6,	40.6,	40.7,	41.4,	47.1,	42.8,	42.1,
47.1,	39.5,	47.3,	49.0,	43.5,	41.7,	43.7,
47.5,	43.8,	44.1,	36.1,	36.0,	39.0,	34.0,
43.9,	44.5,	45.6,	45.9,	41.0,	38.9,	41.5,

这批数据是从一个工地中随机抽样取得的。由于混凝土是多种材料组成，每一种组成材料性能的变异以及配合比、搅拌运输、浇筑和养护等工艺过程的变动都会引起混凝土强度的波动，此外试块的制作和试验的偏差亦会引起混凝土强度的离散。为了弄清强度波动的规律，首先要找出频率分布（某事物经 $N$ 次试验，当出现 $M$ 次时，则频率 $= M/N$ ， $M$ 称频数）。表 1—1 为它的频率分布表，从表中就能够看出数据的波动规律。为了更加直观起见，现把它绘成直方图（图 1—1）。横坐标列出分组的点，纵坐标为

频率分布表 表 1—1 频率密度 频率 频数

组限 $N/mm^2$	频数	累积 频数	相 对 频 数	频率密度 $mm^2/N$
34—36	1	1	0.029	0.0145
36—38	3	4	0.086	0.0430
38—40	5	9	0.143	0.0715
40—42	11	20	0.314	0.1570
42—44	6	26	0.171	0.0855
44—46	4	30	0.114	0.0570
46—48	4	34	0.114	0.0570
48—50	1	35	0.029	0.0145

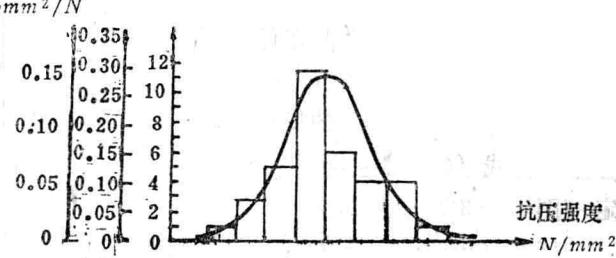


图 1—1 直方图和频率分布曲线

对应的频数和频率。分别绘出以组距为底边、高度为频率的矩形图，便得到频率分布直方图。为了消除组距大小的影响和便于比较，可将纵坐标改用频率密度（即为频率／组距）表示。频率密度的积分则称概率。由于各频率之和为 1，亦即概率等于 1，所以图中各矩形面积之和近似等于 1。这批数据的统计特征可用表 1—1 中统计指标来表示，其组距由表中组限栏内可知，取等于 2。则得：

$$\text{平均值} \quad \mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 41.93 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{标准差} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\mu - x_i)^2}{n-1}} = 3.56 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{变异系数} \quad \delta = \frac{\sigma}{\mu} = 8.44\%$$

式中  $x$  ——随机变量；

$n$  ——变量个数。

当所取的样本很多，组距分得很细时，则每组样本值的频率趋于一个稳定的值。这时直方图的形状逐渐趋向于一条曲线，这就是频率分布曲线。若以  $Z = f(x)$  表示此曲线，则  $f(x)$  称为随机变量  $x$  的分布密度函数。混凝土强度如能较好地控制质量，则它的频率分布曲线基本上就是大家熟悉的正态分布曲线。

正态分布曲线的特点是一条单峰曲线，它有一个最高点，以此点的横坐标为中心，对称地向两边单调下降，在向正和向负各一倍标准差处曲线上各有一个拐点，然后各以横坐标为渐近线到正负无穷大。其概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\mu-x)^2}{2\sigma^2}} \quad (1-1)$$

式中  $x$  ——从总体分布中抽出的随机样本值；

$\mu$  ——正态分布的均值，即为曲线最高峰值处的横坐标；

$\sigma$  ——正态分布的标准差， $\sigma$

值愈大则数据越分散，

曲线越扁平； $\sigma$  值越小

则数据集中，曲线越高

窄（图 1—2）。

如果我们知道数据落在任意区间  $(a, b)$  内，则它的概率  $P(a < x < b)$  就是用  $x_1 = a$  和  $x_2 = b$  的横坐标和正态分布曲线  $f(x)$  的包围的面积来确定（图 1—3）。例如

落在  $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$  的概率为 68.26%；

落在  $(\mu - 1.645\sigma, \mu + 1.645\sigma)$  的概率为 89.70%；

落在  $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$  的概率为 95.44%；

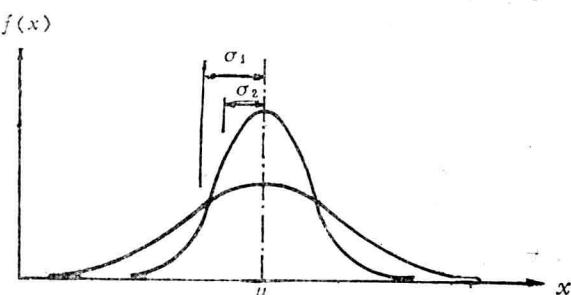
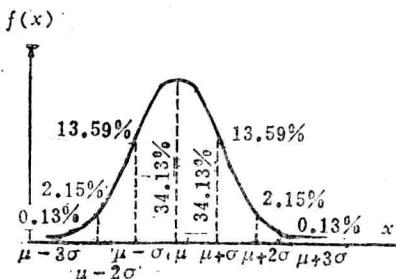


图 1—2 不同  $\sigma$  的正态分布曲线图

落在  $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$  的概率为 99.74%。

反过来，亦可以求得。



[注]

事件出现的概率为 50% 的区域为  $\mu \pm 0.6745\sigma$ ；

事件出现的概率为 68.26% 的区域为  $\mu \pm \sigma$ ；

事件出现的概率为 90.00% 的区域为  $\mu \pm 1.645\sigma$ ；

事件出现的概率为 95.00% 的区域为  $\mu \pm 1.96\sigma$ ；

事件出现的概率为 99.00% 的区域为  $\mu \pm 3.09\sigma$ 。

图1-3 事件出现的概率

我们通常要求出现的事件不大于或不小于某一数值，这个数值就称为特征值。超过这数值的现象出现概率很小。如把容许超过特征值的概率（超越概率）确定为某一个很小的数值，那么特征值就能用数理统计方法计算出来，具体公式为

$$f_t = \mu \pm K\sigma = \mu(1 \pm K\delta) \quad (1-2)$$

式中  $f_t$  —— 特征值；

$K$  —— 特征值取值保证率系数。

用概率表示某种现象发生的可能性很小时，通常用 5% 表示，这时的特征值取值其保证率系数为  $K = 1.645$ 。

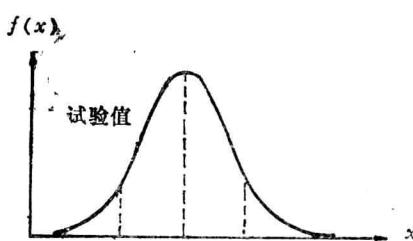


图1-4 概率分布与特征值

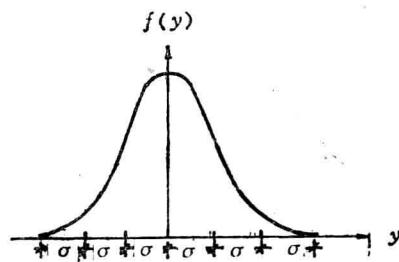


图1-5 标准正态分布

为了计算方便，将  $x$  轴的坐标进行换算，取  $y = \frac{\mu - x}{\sigma}$  代入正态分布概率密度公式，则

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} \quad (1-3)$$

它相当于平均值  $\mu = 0$ ，标准差  $\sigma = 1$  时正态分布的概率密度函数。该分布称标准正态分布，如图 1-5 所示。这种分布曲线的形状不受  $\mu$  和  $\sigma$  的影响，已经做成表格可以查用。

实际工程中荷载和抗力的变异性是很复杂的，并不一定服从正态分布曲线。如楼面活荷载、风载、雪载等均服从极值 I 型分布。而结构抗力服从对数正态分布。为了便于说清概念，下面仅以正态分布为例来进行论述。

## 1—2 概率极限状态設計准则(按可靠指标的設計准则)

钢筋混凝土结构和构件是否受到破损，由该结构构件所承受的荷载效应 $S$ 的大小和结构构件抗力 $R$ 之间的相互关系而定。

荷载效应 $S$ 是指由于荷载、地震、温度、支座不均匀沉降等因素作用于结构构件上在结构内所产生的内力和变形(如轴力、弯矩、剪力、扭矩、挠度、转角和裂缝等)。由于作用荷载的不确定性，因而荷载效应是一个随机变量。

结构抗力 $R$ 是指结构承受内力和变形的能力(如构件的承载能力、刚度等)。由于材料性能固有的变异性、构件几何特征和计算模式的不定性，所以由这些因素综合而成的结构抗力亦是一个随机变量。

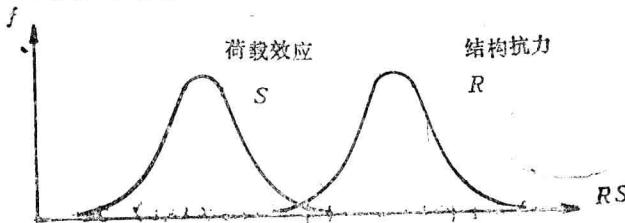


图1—6 荷载效应和结构抗力之间的关系图

因为施加在结构上的荷载等外部因素使构件所产生的荷载效应能表示成各个截面的内力，而代表结构内部所具有的结构抗力亦能表示成内力形式，所以荷载效应和结构抗力之间的统计关系能表达成二条概率分布曲线并能列于同一坐标内(图1—6)。假定 $R$ 和 $S$ 是相互独立的。当 $(R - S) > 0$ 时结构是安全的，当 $(R - S) < 0$ 时结构破坏， $(R - S) = 0$ 时结构处于极限状态。我们注意到图中最大的荷载效应可能超过最低的结构抗力。即图中的阴影部分 $(R - S) < 0$ ，这部分的面积反映了结构失效概率的高低，面积愈小失效概率愈低。

如上所述，结构构件安全可靠的基本条件是

$$R - S \geq 0 \quad (1-4)$$

此式即为结构的极限状态方程，或写成

$$g \geq 0$$

$$g = R - S$$

$g$  称为结构的功能函数，或称结构余力，代表在扣除了荷载效应后结构内部还具有的多余下来的抗力。

由于 $R$ 和 $S$ 是随机变量，所以 $g$  亦是一个随机变量，是前二个随机变量的函数。它的统计特征值能由 $R$ 和 $S$ 的统计特征值推导出来。

平均值

$$\mu_g = \mu_R - \mu_S$$

标准差

$$\sigma_g = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$$

变异系数

$$\delta_g = \sigma_g / \mu_g$$

} (1—5)

式中  $\mu_R, \mu_S$ ——抗力和效应的平均值；

$\sigma_R, \sigma_S$ ——抗力和效应的标准差。

图1—7列出 $R$ 、 $S$ 、 $g$ 的概率密度函数的图形。

$g < 0$ 的部分，即图中的阴影面积（亦称尾部面积）就是失效概率 $P_f$ ，所以

$$P_f = \int_{-\infty}^0 g(x) dx$$

结构的失效概率 $P_f$ 与功能函数 $g$ 的平均值 $\mu_g$ 与距原点的距离有关，记作 $\beta \cdot \sigma_g$ 。 $\beta$ 值大则 $P_f$ 小（图1—8），

$\beta$ 值小则 $P_f$ 大（图1—8 b），因此 $\beta$ 值可以作为度量结构可靠度的指标， $\beta$ 称为结构可靠指标。

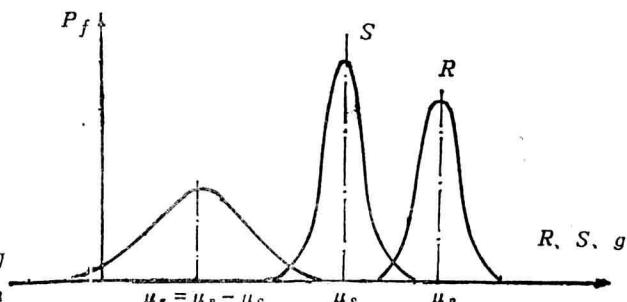


图1—7 概率密度函数R、S、g的图形

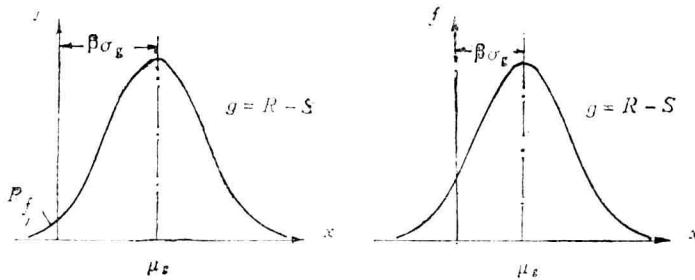


图1—8  $\beta$ 和 $P_f$ 的关系图

可靠指标 $\beta$ 和结构失效概率 $P_f$ 之间有一定的对应关系，如下表所示，表中 $\beta$ 值相差0.5， $P_f$ 平均大致差一个量级。

$\beta$	2.7	3.2	3.7	4.2
$P_f$	$3.4 \times 10^{-4}$	$6.8 \times 10^{-4}$	$1.0 \times 10^{-5}$	$1.3 \times 10^{-6}$

根据可靠指标的定义得

$$\mu_g = \beta \sigma_g$$

所以

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (1-6)$$

从上式可以看出，如所设计的结构，当 $\mu_R$ 和 $\mu_S$ 之差值愈大或者 $\sigma_R$ 及 $\sigma_S$ 值愈小时，可靠指标 $\beta$ 值就愈大，也就是失效概率愈小，结构愈可靠。反之则结构愈不可靠。

合理解决一个结构设计问题，就是要使这个结构构件可能发生破坏的概率低于一个允许水平。也就是使失效概率 $P_f \leq [P_f]$ （ $[P_f]$ 为允许失效概率）。当用可靠指标来表示时，则为结构构件的可靠指标 $\beta$ 不得小于允许的可靠指标 $[\beta]$ ：

$$\beta \geq [\beta]$$

或

$$\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \geq [\beta] \quad (1-7)$$

在《建筑结构设计统一标准》中已对允许的目标可靠指标作了具体规定。对结构构件在破坏前有明显的变形或其它预兆的延性破坏，取 $[\beta]=3.2$ 。对结构构件在破坏前无明显变形和其它预兆的脆性破坏，取 $[\beta]=3.7$ 。当有充分根据时， $[\beta]$ 值可以作不超过 $\pm 0.25$ 的调整。对承受偶然作用或有特殊要求时，可以调整容许的可靠指标。

按可靠指标的设计准则是直接运用概率论的原理，而在确定可靠指标时，我们将效应和抗力作为两个独立的随机变量，只考虑其平均值和标准差，而没有考虑两者的联合分布特点等因素，计算中又作了一些简化，所以这个准则只能称为近似概率准则。

按可靠指标的设计准则在基本概念上比较合理，可以给出结构可靠度的定量概念，但计算过程比较复杂，而且需要掌握足够的实测数据，包括各种影响因素的统计特征值；这些仅在比较简单的情况下才可以确定。但有很多影响因素的不定性尚不能统计，因而这个方法还不能普遍用于实际工程中。

### 1—3 概率极限状态设计准则的实用表达式

由于极限状态方程中所涉及的随机变量很多，除材料强度、几何尺寸和部分荷载可以有足够的实测数据进行统计分析，其它因素的实测数据往往不足，难于作统计分析，需要靠工程经验来解决，所以采用了以各基本变量标准值和分项系数来表达的实用设计式，即目前工程设计人员所习惯的半概率极限状态设计准则。

在极限状态设计准则中，通过验算二种极限状态，即承载能力极限状态和正常使用极限状态，来保证结构的安全性和使用性。

承载能力极限状态指的是结构构件及其联结因超过材料强度而破坏，或因过度塑性变形而不适于继续承载；结构或其一部分作为刚体失去平衡而丧失稳定；结构转变为机动体系；结构构件发生疲劳破坏等现象。由于它关系到结构的部分或全部的破坏或倒塌，将导致生命伤亡和大量经济损失，所以这种极限状态出现的概率应该极低。

正常使用极限状态指的是结构在正常使用下产生过度的变形；产生过早或过宽的裂缝；产生不应有的振动现象等。由于它影响正常使用，影响结构的耐久性或使人们难于接受的感觉。结构到达这种极限状态时导致生命伤亡的危险性或经济损失均小于承载能力极限状态，所以和前者相比，可以允许有稍高的失效概率。

在极限状态设计中结构构件破坏概率的控制方法如图1—9所示，即采用较低的结构抗力 $R^*$ 和较高的荷载效应 $S^*$ ，保证结构

抗力 $R^*$ 不低于荷载效应 $S^*$ ，即

$$R^* \geq S^* \quad (1-8)$$

$$R^* = R_k / r_R$$

$$S^* = r_s S_k$$

式中  $R_k$ ,  $S_k$  —— 结构抗力和荷载效应的标准值；

$r_R$ ,  $r_s$  —— 抗力和效应的分项安全系数。

在极限状态设计方法中，荷载效应的不定性和结构抗力的离散性首先在确定标准值

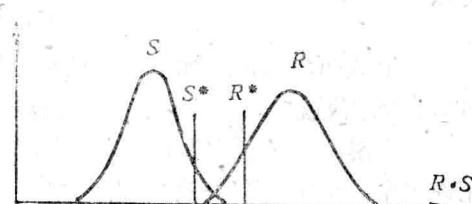


图1-9  $R^*$ ,  $S^*$  关系图

时加以考虑，然后在引入的分项安全系数中进一步反映。

荷载标准值  $S_k$  亦称正常使用荷载或使用荷载。它是在规定使用年限内，结构在正常使用情况下的最大荷载值。它具有一定的保证率，也就是使得超过标准值  $S_k$  的概率小于某一容许值。当有足够的实测资料时，荷载标准值由统计资料按统计分析加以确定，即

$$S_k = \mu_s + \alpha_s \sigma_s = \mu_s (1 + \alpha_s \delta_s) \quad (1-9)$$

式中  $\mu_s$  ——荷载的平均值；

$\sigma_s$  ——荷载的标准差；

$\delta_s$  ——荷载的变异系数， $\delta_s = \frac{\sigma_s}{\mu_s}$ ；

$\alpha_s$  ——荷载标准值取值保证率系数。

当没有足够的统计资料时，荷载标准值是根据历史经验估计确定。

结构抗力标准值  $R_k$  相当于结构构件在正常使用条件下的强度可能最小值，它在全部强度实值测的总体中，小于标准抗力的概率不大于某个容许值（一般概率为 5%）。故：

$$R_k = \mu_R - \alpha_R \sigma_R = \mu_R (1 - \alpha_R \delta_R) \quad (1-10)$$

式中  $\mu_R$  ——结构抗力的平均值；

$\sigma_R$  ——结构抗力的标准差；

$\delta_R$  ——结构抗力的变异系数， $\delta_R = \frac{\sigma_R}{\mu_R}$ ；

$\alpha_R$  ——标准抗力取值保证率系数，对正态分布当保证率为 5% 时， $\alpha_R = 1.645$ 。

在正常使用极限状态中就是使荷载效应的标准值  $S_k$  不大于结构抗力的标准值  $R_k$ （图 1-10）。这时的分项安全系数  $r_k = 1$ ， $r_s = 1$ 。它的表达式为

$$R_k \geq S_k$$

正常生产和使用情况下荷载效应和结构抗力的变异性由于采用了荷载标准值和结构抗力标准值，已得到一定程度的合理处理。而其它因素引起的变异，还要采用分项安全系数来加以考虑。如强度分项系数是考虑材料或构件的强度中出现从不安全方面偏离标准值的可能性；结构构件的材料强度和测定的试件材料强度之间的差异；施工中产生的局部缺陷；截面尺寸的不确定性等因素。荷载分项系数和强度分项系数必须根据材料、构件和荷载的种类，建筑物的性质和用途以及所考虑的极限状态等情况而取不同的数值。

标准值和分项安全系数的组合即为设计值。

荷载的设计值  $r_k S_k$  亦称设计荷载，大体上相当于结构在非正常使用情况下的最大

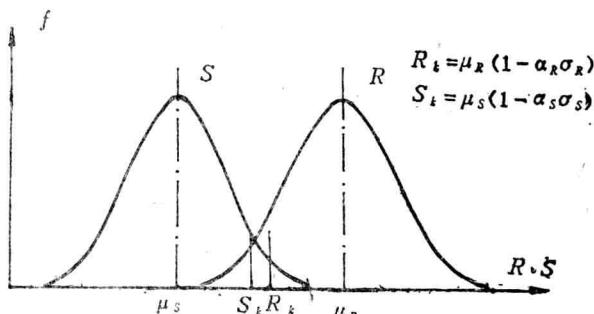


图 1-10 正常使用极限状态的 R-S 关系图

值，其数值比荷载标准值大，因而具有更大的保证率（图 1—11）。

构件抗力的设计值  $\frac{R_k}{r_R}$  又称设计抗力，大体上相当于构件在非正常生产情况下的最小值。其数值比结构抗力标准值低，亦有更大的保证率。

承载能力极限状态设计就是使荷载效应的设计值不大于结构抗力的设计值（图 1—11）。它的表达式即为

$$\frac{R_k}{r_R} \geq r_s S_k \quad (1-11)$$

分项安全系数的取值大小和目标可靠指标有关，因

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$

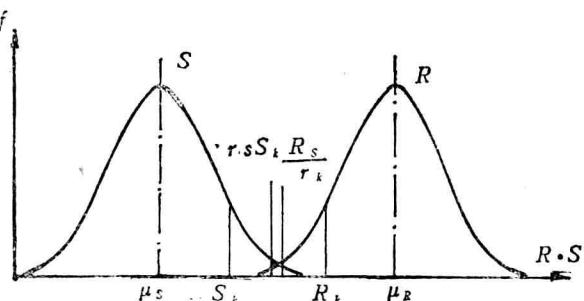


图 1—11 承载能力极限状态的 R—S 关系

移项合并得

$$\mu_R = \mu_S + \frac{\beta(\sigma_R^2 + \sigma_S^2)}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$

$$\mu_R \left( 1 - \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \beta \delta_R \right) = \mu_S \left( 1 + \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \beta \delta_S \right)$$

将

$$\mu_R = \frac{R_k}{1 - \alpha_R \delta_R}, \quad \mu_S = \frac{S_k}{1 + \alpha_S \delta_S}$$

代入得

$$R_k \frac{1 - \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \beta \delta_R}{1 - \alpha_R \delta_R} = S_k \frac{1 + \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \beta \delta_S}{1 + \alpha_S \delta_S}$$

即

$$\frac{R_k}{r_R} = r_s S_k$$

$$r_R = \frac{1 - \alpha_R \delta_R}{1 - \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \beta \delta_R} \quad (1-12)$$

$$r_s = \frac{1 + \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \beta \delta_S}{1 + \alpha_S \delta_S} \quad (1-13)$$

从上式可以看到分项系数的概率定义，它不仅和目标可靠指标有关，还和荷载效应与结构抗力的统计特性有关。

除了上述的荷载分项系数和抗力分项系数外，有时考虑到建筑物破坏后果（危及人的生命，造成经济损失，产生的社会影响等）的严重性，根据建筑物的安全等级还可以采用第三个分项系数  $r_0$ ，称结构重要性系数，应用时将系数  $r_0$  乘在  $r_s$  上就可以了。

## 1—4 概率极限状态設計准则在钢筋混凝土结构设计中的应用

钢筋混凝土构件是由混凝土和钢材两种材料组成的，所以抗力的设计值要分解成下列的抗力函数：

$$\frac{R_K}{r_R} = R \left( \frac{f_{CK}}{r_c}, \frac{f_{SK}}{r_s}, a \right) \quad (1-14)$$

式中  $f_{CK}$ 、 $f_{SK}$ ——混凝土和钢筋的标准强度；

$r_c$ 、 $r_s$ ——混凝土和钢筋的材料分项系数；

$a$ ——截面几何尺寸。

钢筋混凝土构件承载能力极限状态安全性的验算方法如图 1—12 所示。它是把材料的强度标准值  $f_K$  除以相应的材料分项系数  $r_m$  求得材料强度设计值  $\frac{f_K}{r_m}$ ，再由设计值求出截面的承载能力  $R$ ，必须确保  $R$  大于截面设计内力  $S$ 。设计内力则是根据荷载的标准值  $S_K$  乘以荷载分项系数  $r_s$  后得出的荷载设计值。

材料强度标准值的取值原则是在材料强度实测值的总体中，标准强度应具有不小于 95% 的保证率。

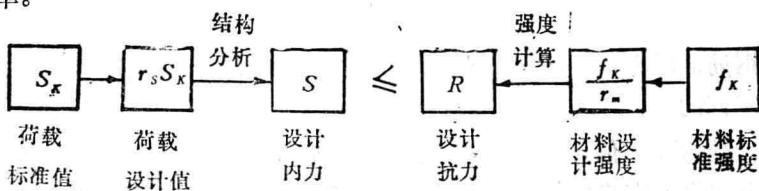


图 1—12 承载能力极限状态验算安全性的方法

图 1—13 和图 1—14 列出常用的 II 级钢材和 C20 号混凝土的频率分布图。它们的频率分布是符合正态分布规律的。混凝土强度的离散程度比钢材大得多。标准强度能由下式决定：

$$R_K = \mu_R (1 - 1.645 \delta_R)$$

式中  $\mu_R$ ——材料强度的平均值；

$\delta_R$ ——材料强度变异系数。

我国冶金部为了避免质量过低的钢筋出厂，规定了抽样检查的统一标准。在每 60 吨钢材或每炉钢材中抽取经表面检查及尺寸测量合格的二个试件，每个试件的屈服强度不小于某一称为废品限值的标准值。若这批被抽查的试件量测强度低于废品限值时即认为是废品，不能作合格品出厂。根据全国主要钢厂的统计各种级别热轧钢筋的  $(\mu_R - 2\sigma)$  值一般均大体接近于相

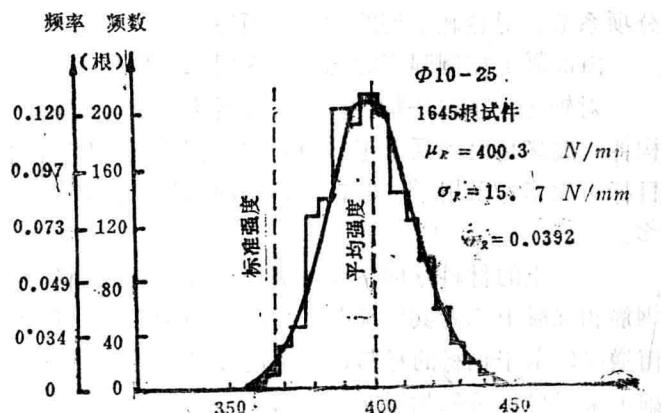


图 1—13 钢筋屈服强度频率分布图

应的部颁屈服强度废品限值，即它的保证率为 97.73%。为了使钢筋的标准强度与钢筋的检验标准统一起来，受拉热轧钢筋的标准强度取等于部颁屈服强度废品限值。

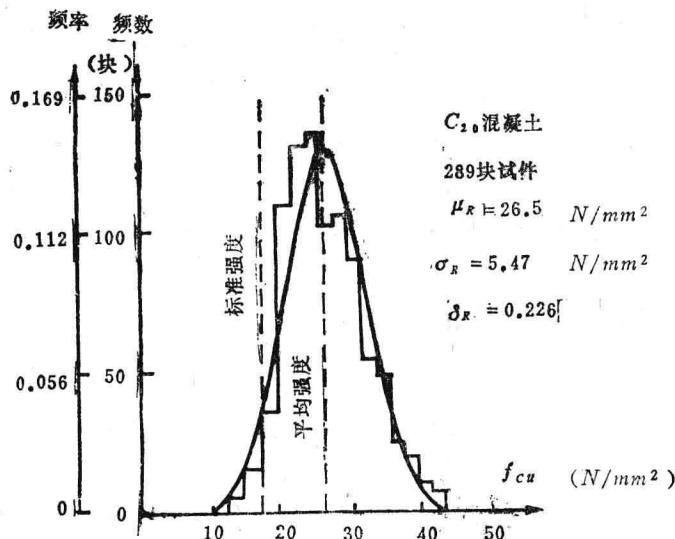


图1-14 C20混凝土强度频率分布图

正由于钢筋混凝土构件是由二种不同材料组成的，在不同的受力情况下二种材料所起的作用是不同的。

在受拉、受弯和大偏压构件中，它们的受力情况比较简单，构件的破坏是由钢筋屈服引起的。由于钢筋有良好的延性，所以这种破坏有明显的预兆，因此它们的目标可靠指标采用  $\beta = 3.2$ 。只要选择合适的钢材分项系数  $r_s$  代入强度计算公式中就能求得相应的设计抗力。

钢筋的材料分项系数是通过对轴向受拉构件做可靠度分析求得的，由于轴向受拉构件由钢筋承受全部拉力，其承载能力与混凝土无关。由实验得出轴向受拉构件的统计特性，再根据  $\beta = 3.2$  的要求，按上节式（1—12）所述求  $r_s$  的原则即能求得钢筋的材料分项系数。对热轧钢筋的材料分项系数为  $r_s = 1.1$ 。

由混凝土控制强度的构件，因混凝土所受应力情况的不同，将采用不同的处理方式。

对轴压、小偏压构件，它们的受力情况亦比较简单，混凝土主要承受单向压应力，构件的破坏是由混凝土压碎引起的。由混凝土引起构件破坏时其延性相对较差，所以它的目标可靠指标采用  $\beta = 3.7$ 。即它的允许的失效概率比钢筋屈服控制的受力情况要严得多。

混凝土的材料分项系数是通过对轴向受压构件作可靠度分析求得的。轴压构件是由钢筋和混凝土二者共同承受压力，钢筋所能承受的抗力占总抗力的比值随配筋率的加大而增多，由于钢材的材料设计强度先已求得，所以它所能承受的设计抗力已知。在这基础上采用目标可靠指标  $\beta = 3.7$ ，再按上述同样的方法就能求得混凝土的材料分项系数  $r_c = 1.4$ 。

对于偏拉、弯曲、大偏压和小偏压等受力情况，由于构件内的钢材和混凝土均处于