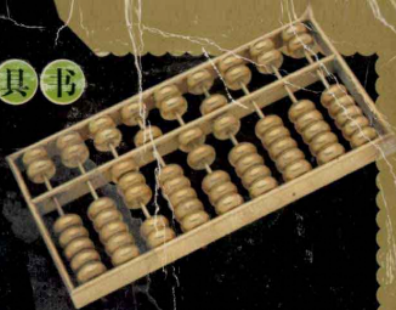


高中生学习复习 高考必备工具书

BASIC
KNOWLEDGE



高中数学 基础知识

教育研究机构专家 名校特级高级教师 精心编写



请认准防伪标志



注重基础 注重创意 兼具课标与考纲

使用各种版本教材的学生均能适用

北京出版社出版集团
北京教育出版社

修订

中学数学基础知识系列

BASIC KNOWLEDGE



《高中数学基础知识》内容构成：

知识网络

全面扫描高中数学知识点，按照数学学科体系的特点和知识之间的内在规律，根据知识板块构建记忆结构网络，概括高中数学的主干知识，理清知识间的脉络和关系。

知识要览

将基本知识、概念、公式、定理和性质要点，整理成系统、有序的词条，方便查阅和使用。

知识点拨

对知识的相关概念、要点、重点、难点、疑点、解题方法进行解读、指导，使同学们从本质上理解数学基础知识。

范例精析

范例选材广泛、层次分明，注重实效。通过对典型例题的详细解答、精炼评析，充分揭示基础知识在实际应用中的规律、思路、方法、技巧，使同学们思路清晰，为高考取得好成绩打下坚实基础。

一书在手 考试不愁

ISBN 7-5303-3707-6



9 787530 337073 >

正版书封面贴有防伪标志

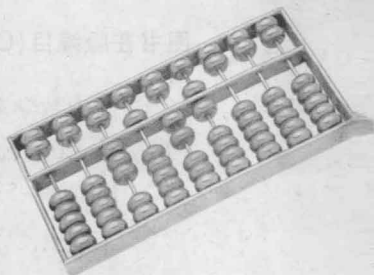
ISBN 7-5303-3707-6/G · 3637

定价：29.00 元



中学生基础知识系列

BASIC
KNOWLEDGE



高中数学 基础知识

主 编：林 风



注重基础 注重创意 兼具课标与考纲

使用各种版本教材的学生均能适用

北京出版社出版集团
北京教育出版社

修订版



图书在版编目(CIP)数据

高中数学基础知识: 林风主编.北京:北京教育出版社,2005(修订版)

ISBN 7-5303-3707-6

I.高… II.林… III.数学课-高中-教学参考资料
IV.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 072197 号

选题策划:林 平

责任编辑:安 明 乔艳辉

阳 华 刘春香

封面设计:张伟明

版式设计:贾连庆



高中数学基础知识

主编:林 风



北京出版社出版集团 出版
北京教育出版社
(北京市北三环中路6号)
邮政编码:100011

北京出版社出版集团总发行
新华书店经销
北京科文天和印刷有限公司印刷

880 毫米×1230 毫米 32 开本 13.75 印张 350 000 字

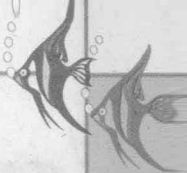
2005 年 6 月第 2 版 2005 年 6 月第 1 次印刷

印数 1-15 050

ISBN 7-5303-3707-6/G·3637

定价:29.00 元

正版书封面贴有防伪标志



前言

《高中数学基础知识》是根据国家教育部颁布的《数学课程标准》和最新教学大纲要求编写的。本书突出新课标、新大纲、新教材和《高考大纲》中的知识、能力、素质三元合一教学理念,重在高中数学基础知识的解读和能力的训练,是一本突出高中数学学科科学性、系统性、实用性、文化性的数学工具书。

全书的编写内容涵盖了高中全部知识要点,集理论知识 and 应用知识于一体,源于教材,高于教材,切中重点、难点,选材注重科学性、知识性、时代性、文化性,是一本突出数学学科的科学性、系统性、实用性、文化性的一部数学工具书。本书编写有以下鲜明的特点:

一、科学合理,与时俱进

本书对高中数学的知识、方法进行了系统的归纳。内容丰富,文字简练,解题规范,评析精炼,阅读后能准确地理解数学概念、掌握数学解题方法。本书通过精到的讲解将促进学生的知识与能力的提高,教会学生一种适合自己的学习方法。

二、学用并重,讲究实效

本书设置的栏目力求促进学生理解数学基础和其中所蕴涵的基本数学思想和方法;发展学生的思维能力;熟悉常见的数学题型,掌握解题技能和方法。

知识网络。以高中新教材为蓝本,全面扫描高中数学知识点,按照数学学科体系的特点和知识之间的内在规律,按知识板块构建的记忆结构网络,统揽高中数学的主干知识,理清知识间的脉络和关系。

知识要领。将基本知识、概念、公式、定理和性质要点整理



前言

成系统、有序的词条,方便教师、学生复习和查阅。

知能点拨。根据教学的要求、实践和经验,对知识的相关概念、要点、重点、难点、疑点、解题方法和思路进行解读、诠释和指导,帮助学生从本质上理解数学基础知识。

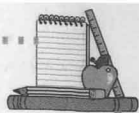
范例精析。范例选材广泛、层次分明、注重实效,有基础题、中档题、高考题、探索题、研究性问题等。力求实现“人人学有价值的数学;人人都能获得必需的数学;不同的人数学上得到不同的发展”。通过典型例题的详细解答、精炼评析,充分揭示双基知识在实际应用中的规律、思路、方法和技巧,促进学生掌握知识、启迪思维、开阔思路、提高素养。

“一册在手,掌握数学”是本书编写的一个宗旨,希望你翻开它,便会进入一个数学知识的走廊。

本书超前的意识,精心编辑的基础知识内容,有助于同学们登上成功之巅。

本书出版后,受到广大师生的好评。现根据教育部对课程的最新设置,我们重新对本书做了修订,希望能对同学们的学习有更大的帮助。





第1章 集合与简易逻辑

★ 知识网络	1
★ 知识要领	1
★ 知能点拨	8
★ 范例精析	10

第2章 函 数

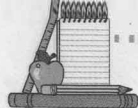
★ 知识网络	20
★ 知识要领	20
★ 知能点拨	27
★ 范例精析	31

第3章 数 列

★ 知识网络	51
★ 知识要领	51
★ 知能点拨	53
★ 范例精析	55

第4章 三角函数

★ 知识网络	73
★ 知识要领	73
★ 知能点拨	82
★ 范例精析	85



第5章 平面向量

★ 知识网络	105
★ 知识要领	105
★ 知能点拨	113
★ 范例精析	115

第6章 不等式

★ 知识网络	128
★ 知识要领	128
★ 知能点拨	136
★ 范例精析	137

第7章 直线和圆的方程

★ 知识网络	159
★ 知识要领	161
★ 知能点拨	170
★ 范例精析	172

第8章 圆锥曲线方程

★ 知识网络	186
★ 知识要领	187
★ 知能点拨	197
★ 范例精析	199

第9章 直线、平面、简单几何体

★ 知识网络	219
--------	-----



★ 知识要领	220
★ 知能点拨	236
★ 范例精析	239

第 10 章 排列、组合、二项式定理

★ 知识网络	264
★ 知识要领	264
★ 知能点拨	267
★ 范例精析	269

第 11 章 概率与数理统计

★ 知识网络	284
★ 知识要领	284
★ 知能点拨	292
★ 范例精析	297

第 12 章 数学归纳法、极限

★ 知识网络	335
★ 知识要领	335
★ 知能点拨	338
★ 范例精析	340

第 13 章 导数与微分

★ 知识网络	357
★ 知识要领	357
★ 知能点拨	360
★ 范例精析	362



第14章 积 分

★ 知识网络	379
★ 知识要领	379
★ 知能点拨	383
★ 范例精析	385

第15章 复 数

★ 知识网络	390
★ 知识要领	390
★ 知能点拨	396
★ 范例精析	398

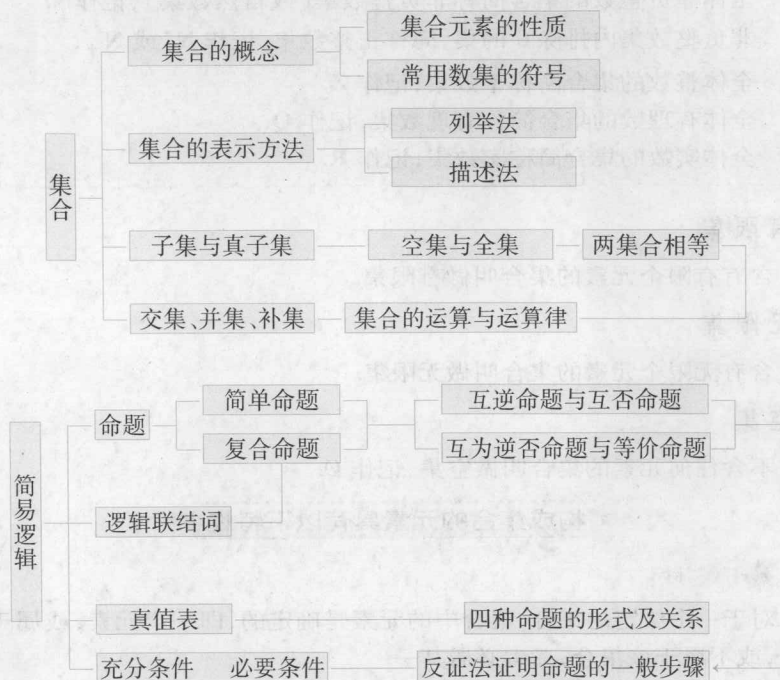
附 录

★ 一 常见的数学符号	407
★ 二 近似计算的法则	408
★ 三 计算器的使用	409
★ 四 部分中英文词汇对照表	410
★ 五 度、分、秒化弧度表	413
★ 六 弧度化度、分、秒表	414
★ 七 常用计量单位及换算	415
★ 八 重要常数	418
★ 九 常用表	419
★ 十 数学名人名言	424

第一章

集合与简易逻辑

知识网络



知识要领

一 集合

集合

某些指定的对象在一起就成为一个集合(简称集)。

元素

集合中的每个对象叫做这个集合的元素。

属于

如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于集合 A ,记作 $a \in A$.

不属于

如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于集合 A ,记作 $a \notin A$ (或 $a \notin A$)

数集的记号

全体非负整数的集合简称非负整数集(或自然数集),记作 $\mathbf{N}$.

非负整数集内排除 0 的集,简称正整数集,记作 $\mathbf{N}^+$ 或 $\mathbf{N}_+$.

全体整数的集合简称整数集,记作 $\mathbf{Z}$.

全体有理数的集合简称有理数集,记作 $\mathbf{Q}$.

全体实数的集合简称实数集,记作 $\mathbf{R}$.

有限集

含有有限个元素的集合叫做有限集.

无限集

含有无限个元素的集合叫做无限集.

空集

不含任何元素的集合叫做空集,记作 $\emptyset$.

构成集合的元素具有以下特性

① 确定性:

对于一个给定的集合,集合中的元素是确定的,即一个元素,或属于该集合,或不属于该集合,二者必居其一.

② 互异性:

集合中的元素是互异的,任何两个相同的对象在同一个集合中,只能算作这个集合的一个元素.

③ 无序性:

集合中的元素是没有顺序的.

集合的表示方法

① 列举法:

把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内表示集合的方法,叫做列举法.

② 描述法:

把集合中的元素的公共属性描述出来,写在大括号内表示集合的方法,叫做描述法.

子集

对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,那么集合 A 是集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$).

$A \subseteq B \Leftrightarrow$ 任给 $x \in A$,总有 $x \in B$.

当集合 A 不包含于集合 B ,或集合 B 不包含集合 A 时,则记作 $A \not\subseteq B$ (或 $B \not\supseteq A$).

集合相等

对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素,则称 A 、 B 两集合相等,记作 $A = B$ (即 $A = B \Leftrightarrow A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$).

真子集

对于两个集合 A 与 B ,若 $A \subseteq B$,并且 $A \neq B$,称 A 是 B 的真子集,记作 $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$).

显然空集是任何非空集合的真子集.

$A \subsetneq B \Leftrightarrow$ 任取 $x \in A$,总有 $x \in B$,但存在 $y \in B$,且 $y \notin A$.



空集是任何集合的子集,即对任何集合 A ,有 $\emptyset \subseteq A$.

空集是任何非空集合的真子集,即若 $A \neq \emptyset$,则 $\emptyset \subsetneq A$,任何一个集合是它本身的子集,即 $A \subseteq A$.

对于集合 A 、 B 、 C ,若 $A \subseteq B$, $B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$;若 $A \subsetneq B$, $B \subsetneq C$,则 $A \subsetneq C$.

维恩图

用一条封闭曲线直观地表示集合及其关系的图形称为维恩图(也称文氏图),如图 1-1 表示 $A \subsetneq B$.

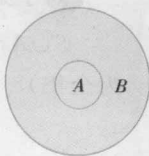


图 1-1

交集

由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的交集,记作 $A \cap B$,读作“ A 交 B ”(见图 1-2),即 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

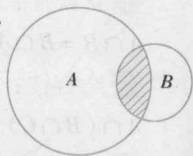


图 1-2



对于任意集合 A 、 B ,有:

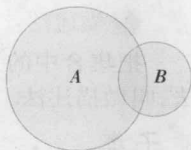
$A \cap A = A$, $A \cap \emptyset = \emptyset$, $A \cap B = B \cap A$.

并集

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的并集,记作 $A \cup B$,读作“ A 并 B ”(见图 1-3),即

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}.$$

图 1-3



注意

对于任意集合 A, B , 有: $A \cup A = A, A \cup \emptyset = A, A \cup B = B \cup A$.

有限集合的计算公式,用 $\text{card}(A)$ 表示有限集合 A 的元素个数,有:

(1) $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$ (其中 B 也为有限集).

(2) $\text{card}(A \cup B \cup C) = \text{card}(A) + \text{card}(B) + \text{card}(C) - \text{card}(A \cap B) - \text{card}(B \cap C) - \text{card}(A \cap C) + \text{card}(A \cap B \cap C)$.

全集

如果一个集合含有我们所要研究的各个集合的全部元素,这个集合就可以看作一个全集,通常用 U 表示.

补集

设 S 是一个集合, $A \subseteq S$, 由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合,叫做 S 中子集 A 的补集(或余集),记作 $\complement_S A$ (见图 1-4),即 $\complement_S A = \{x | x \in S \text{ 且 } x \notin A\}$.

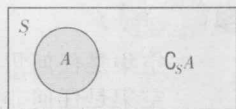


图 1-4

注意

对于集合 A , 有:

$S \cup A = S, S \cap A = A, A \cup \complement_S A = S, A \cap \complement_S A = \emptyset, \complement_S(\complement_S A) = A$ (其中 S 为全集).

集合的运算与运算律

① 交换律:

$$A \cap B = B \cap A, A \cup B = B \cup A.$$

② 结合律:

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C, A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C.$$

③ 分配律:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C), A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

④ 反演律:

$$\complement_s(A \cup B) = \complement_s A \cap \complement_s B, \complement_s(A \cap B) = \complement_s A \cup \complement_s B.$$

绝对值不等式

含有绝对值符号的不等式叫做绝对值不等式.

绝对值不等式的解法

把原不等式转化为不含绝对值符号的等价不等式(组)求解,转化方法有:

① 若 $a > 0$, 那么 $|x| < a \Leftrightarrow x^2 < a^2 \Leftrightarrow -a < x < a$; $|x| > a \Leftrightarrow x^2 > a^2 \Leftrightarrow x > a$ 或 $x < -a$.

② 利用绝对值的定义,找出使每个绝对值为零的点,然后分段讨论.



注意

解含绝对值的不等式,要根据绝对值意义,去掉绝对值符号,转化为不含绝对值符号的不等式求解,对含有两个以上绝对值符号的不等式常要分区间进行讨论.

一元二次不等式

含有一个未知数且未知数的最高次数是二次的不等式,叫一元二次不等式,它的一般形式是 $ax^2 + bx + c > 0$ 或 $ax^2 + bx + c < 0 (a \neq 0)$.

一元二次不等式的解

一般形式下的一元二次不等式的左端是二次三项式,其对应的二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象是抛物线,如下表所示,一元二次不等式与二次函数、一元二次方程有着密切联系.

判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的图象			
一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根	有两相异实根 x_1, x_2 , 即 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ($x_1 < x_2$)	有相等两实根 $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	无实根

判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
一元二次不等式的解集	$\{x x < x_1 \text{ 或 } x > x_2\}$	$\left\{x \mid x \neq -\frac{b}{2a}\right\}$	$\mathbf{R}$
$ax^2 + bx + c > 0$ ($a > 0$)	$\{x x_1 < x < x_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$ax^2 + bx + c < 0$ ($a > 0$)			



(1) 对于二次项系数是负数(即 $a < 0$)的不等式,应先把二次项系数化成正数,然后再求解.

(2) 一元二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ ($a > 0$) 的解就是一元二次函数 $y = ax^2 + bx + c > 0$ ($a > 0$) 的值满足 $y > 0$ 时所对应的自变量 x 的取值范围.

二 简易逻辑

命题

可以判断真假的语句叫做命题.

逻辑联结词

“或”“且”“非”这些词叫做逻辑联结词.

或:两个简单命题至少一个成立.

且:两个简单命题都成立.

非:对一个命题的否定.

简单命题

不含逻辑联结词的命题叫做简单命题.

复合命题

由简单命题与逻辑联结词构成的命题叫做复合命题.

真值表

表示命题的真假的表叫做真值表.

❶ 非 p 形式复合命题的真假可以用右表表示:

p	非 p
真	假
假	真

② p 且 q 形式复合命题的真假可以用下表表示:

p	q	p 且 q
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

③ p 或 q 形式复合命题的真假可以用下表表示:

p	q	p 或 q
真	真	真
真	假	真
假	真	真
假	假	假

四种命题及其关系

① 四种命题:

在两个命题中,如果第一个命题的条件(或题设)是第二个命题的结论,且第一个命题的结论是第二个命题的条件,那么这两个命题叫做互逆命题;如果把其中一个命题叫做原命题,那么另一个叫做原命题的逆命题.

一个命题的条件和结论分别是另一个命题的条件的否定和结论的否定,这样的两个命题叫做互否命题,把其中一个命题叫做原命题,另一个就叫做原命题的否命题.

一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论的否定和条件的否定,这样的两个命题叫做互为逆否命题,把其中的一个叫做原命题,另一个命题就叫做原命题的逆否命题.

② 表示形式:

原命题:若 p 则 $q(p \Rightarrow q)$.

逆命题:若 q 则 $p(q \Rightarrow p)$.

否命题:若 $\neg p$ 则 $\neg q(\neg p \Rightarrow \neg q)$.

逆否命题:若 $\neg q$ 则 $\neg p(\neg q \Rightarrow \neg p)$.

其中 $\neg q$ 和 $\neg p$ 分别表示 p 和 q 的否定.

③ 四种命题的关系:

一个命题的真假与其他三个命题的真假有如下关系:

① 原命题为真,它的逆命题不一定为真.