

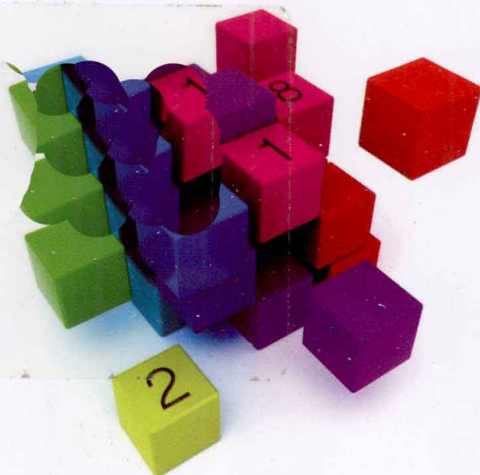
孙明珠 郭风军 主编

优秀
畅销书

游戏中的数学文化

*mathematical culture
in game*

- 如果你是学生，它会培育你学习数学的兴趣，提高你的数学素养。
- 如果你是教师，它便是加强师生关系的纽带，通过做这些游戏，肯定会使你学生的关系变得十分融洽。
- 如果你是家长，它便是寓教于乐、启迪孩子智力发展的绝好素材！



国防工业出版社

National Defense Industry Press

游戏中的数学文化

孙明珠 郭风军 主编
张子恒 李红军 王芳 编

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本书是根据孙明珠教授几十年来在课间带学生做过的游戏整理而成的,是他在课前为学生做过的益智游戏的汇编。它包括51个智力游戏。按内容可分为6类:数粉笔头、玩扑克牌、逻辑推理、物理知识、数的学问和日常生活中的微积分。

游戏内容的选取注意了趣味性和知识性的统一。大多数游戏看似简单,有些近乎魔术,但其中都蕴含着深刻的数学思想,解决这些问题要用到独特的数学方法。

游戏的玩法注重学生的参与性,使在场的学生能够积极思考,踊跃地参与到游戏中去。通过做这些游戏,使学生开阔眼界,加强对逻辑推理、物理知识、数学概念及数学方法的认识和把握,从而提高他们的文化素养。

本书可作为家长启迪孩子智力发展的有趣的素材,也为有意活跃教学氛围、建设数学文化、欲与学生建立密切关系的教师提供了绝好的教材。

图书在版编目(CIP)数据

游戏中的数学文化/孙明珠,郭风军主编. —北京:国防工业出版社,2012.5

ISBN 978-7-118-08070-4

I. ①游... II. ①孙... ②郭... III. ①智力游戏
IV. ①G898.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第060340号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码100048)

北京嘉恒彩色印刷有限责任公司

新华书店经售

*

开本710×960 1/16 印张10 $\frac{1}{4}$ 字数188千字

2012年5月第1版第1次印刷 印数1—4000册 定价25.00元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

序

我和本书的作者孙明珠教授相识已有 30 余年了,他是最敬重的长者、领导和同事,又是配合默契的桥牌牌友。孙教授 1977 年从清华大学调入天津工业大学,历任基础部主任、理学院院长等职,曾获得全国优秀力学教师、天津市优秀教育工作者、有突出贡献的中青年专家等荣誉称号,享受国家政府特殊津贴。

孙教授长期从事理论力学、高等数学等课程的教学工作,他善于调动学生的积极性,启发他们独立思考,课堂气氛活跃,教学效果优秀,被学生誉为最受欢迎的老师。本书是他寓教于乐,在课前为学生做过的益智游戏的汇编,其中包括数十年来他给学生表演过的 51 个游戏,这是一本智力色彩相当浓厚的游戏集。这些游戏在启发学生的智力、提高学生的学习兴趣和数学思维方面发挥了很好的作用。

趣味性和知识性的统一是该书所选游戏的一大特点。大多数游戏看似简单,有些看起来近乎魔术,其实都可以化为数学问题,解决这些问题要用到独特的数学方法。

例如“抓堆”游戏的证明用的就是数学归纳法。和小学三年级、四年级的小朋友做这个游戏,玩上三四遍,聪明的小朋友便能猜出获胜的规律:留给对方的粉笔头是 4 的倍数,便稳操胜券。但是如何用数学方法严格地证明这个猜想,就是有些大学生也未必说的清楚,而这本小册子中用数学归纳法给出了严格的证明:首先,验证了 $k=1$ 时命题成立;再设 $(k-1)$ 时命题成立,最后证明 k 时命题也成立。从而告诉了学生什么是“数学归纳法”,这就是寓教于乐!

突出游戏的趣味性和参与性是该书的又一特点。所选游戏注重了学生的参与性,能调动在场学生积极思考。

例如,“心灵感应猜扑克”:孙教授在屏幕上显示了 25 张扑克牌,摆成 5 行 5 列。他对一个课代表面授机宜,宣布建立了心灵感应,让其他同学检验。课代表到教室外等候,其他同学任意指定一张牌,唤课代表进入教室,孙教授说一句话,课代表便能立即指出是哪张牌。屡试无误,学生愕然。孙教授先让同学们破译老师和课代表的暗语秘密,最后让课代表说出其中的奥秘。

孙教授把做游戏的时间选在授课前 20 分钟,学生总是早早地坐在教室等待

孙教授给他们带来新的游戏,当然也就没有迟到的现象发生了。通过做这些游戏,使学生开阔了眼界,加强了对逻辑推理、物理知识、数学概念、数学方法的认识和把握,提高了他们的文化素养。

这些游戏作为文艺节目在联欢会上表演,也会使观众耳目一新。2008 年元旦,我亲眼目睹了孙教授在理学院学生联欢会上的表演。他把本书中的 3 个逻辑推理的游戏有机地结合在一起。先讲了一个卖帽子的老板娘收了 50 元假钞的故事,让学生判断她损失了多少钱。接着他拿出 3 个装着“红色”、“白色”、“混色”标签的信封,告诉学生 3 个标记都写错了,要求学生只能打开 1 个信封,从中摸出 1 个标签,便能判断出 3 个信封里各装着什么颜色的标签。最后让 8 个学生每人戴上一顶帽子,在帽子后边别上一个红色或白色的标签。在游戏的过程中,要求这 8 位同学根据别人的行为进行正确的逻辑推理,判断出自己帽子上标签的颜色。

学生积极参与到游戏节目中,不仅训练了他们的逻辑推理能力,也提高了文艺节目的档次,联欢会后还给大家留下了许多回味。

本书的第六部分,提供了 8 个日常生活中常见的微分方程的实例,并给出了解决这类问题的通常思路,涉及到微分方程中的分离变量型、齐次方程、可降阶方程的解法。这对于高等数学教师很有参考价值,把它们引入教学必定会提高教学内容的趣味性,从而激发学生的学习热情。

本书中的每个游戏都蕴含着深刻的数学思想,处处需要严密的逻辑推理,是寓教于乐的好教材。如果你是个学生,它会培育你学习数学的兴趣,提高你的数学素养;如果你是一位教师,它便是加强师生关系的纽带,通过做这些游戏,会使你和学生的关系变得十分融洽;如果你是家长,它便是寓教于乐、启迪孩子智力发展的绝好素材!

樊顺厚 教授
2012.5

前 言

选修课“益智游戏与数学文化”在教务处的支持下,在两位青年教师的参与下,顺利地完成了两轮教学实践。

这门选修课具有很强的趣味性、知识性和参与性,2011年4月30日的逻辑推理游戏课充分体现了这些特性。由于五一连续放三天假,大部分学生去外地游玩了,到课的同学只有27人。在这堂课上以“猜帽子标签颜色”的游戏为主线,把三个游戏串在了一起。我先是绘声绘色地讲述了一个卖帽子的老板娘收到假钞的故事,让学生用笔回答“老板娘损失了多少钱”。有十几个学生答对了。然后我又拿出3个装有标签的信封,让他们凭逻辑推理把错误的标记纠正过来,也要求笔答。经过两轮选拔,把11名优胜者,叫到讲台上做“猜帽子标签颜色”的游戏。6个带红色标签的同学,有5人及时准确地摘下了帽子,5个带黄色标签的同学没有一个人摘错。这堂课收到了预期的教学效果,增强了学生的逻辑推理的能力。一个学生在总结中写道:“这次游戏课带给我的愉悦胜过了一次外出旅游!”

课时学生交了98份总结报告,内容涉及到学习益智游戏课的体会,对课程的合理化建议,介绍自己为建设数学文化所做的工作及效果。下面摘抄了几段学生的总结。

学生甲:“第一节课是抓堆游戏,孙老师在黑板上画了几十个小圆圈,让两个同学进行擦圈比赛,谁擦到最后一个谁赢。作为被选中上台比赛的学生,我觉得太简单了,然而我却输了。听了老师讲的规律后,我才恍然大悟,同时感到震惊,并认识到数学原来如此有趣!自从有了这次体验后,我总盼着周六的到来,好去畅游于数学益智游戏的王国,去领略从前从未感知的美妙!”

学生乙:“数学不是枯燥无味的概念,也不是孑然孤立的学问!虽然都与数学紧密相关,但我在益智游戏的课堂上却从来没有高数课上那种晦涩难懂和昏昏欲睡的感觉,有的只是充满情趣的小游戏、小故事和小魔术。从简单的“抓粉笔头”到“韩信点兵”,从我们再熟悉不过的871路公交车到生活中常见的扑克牌,每一个游戏和故事都蕴含着丰富的数学知识。使我不禁惊叹:原来数学还可以这样学!”

学生丙：“在此之前我好长时间没有动脑筋想问题了。游戏课堂上，我参与了抓堆比赛，而且还侥幸胜了一局，接着很快就战败了。因为我没有认真思考游戏中的规律。通过游戏课我悟出‘思与想’的重要：只做事不动脑的人只能说是愚夫；偶尔动点脑子的人是目光短浅的井底之蛙，不免沦为失败；只有常动脑、多动脑的人，才能立于不败之地。”

学生丁：“通过十几节课的学习，我对益智游戏课有三点感受：①视野得到开拓，不再局限于单纯的数学教材和枯燥的数学公式，而是以一种游戏的心态喜欢上了数学，我会兴趣盎然地投入到以后的数学学习中去；②开拓了我的思维，学会了如何运用独特灵巧的方法去解决实际问题，只有把数学运用到生活实际中去，才会对数学有深层次的理解；③这门课不仅提高了我的逻辑思维能力，也让我实实在在地学会了几十个益智身心的小游戏，给我的生活带来了无穷的乐趣。”

学生提出的建议也颇有参考价值，诸如：把游戏进行得更充分些，不要讲得过快；要让更多的同学参与到游戏中去，充分发挥他们的主动性、能动性、独立性，使他们的实践能力和创新精神得以提升。

有的报告提交了新颖的益智游戏，如“巧算年龄和姓氏”、“巧算牌首的点数”、“六人过河”、“四秀才分枣”等。从气氛渲染，到原理讲解，最后提出引申思考，都写得不错。其中6则，稍加修改，收入到本书中。

通过教学实践，大大丰富了原有讲义的内容：从抓两堆、抓四堆到用二进制的方法制定抓堆策略，从而解决了所有的抓堆问题。“韩信点兵”中引进了中国剩余定理。许多章节给出了流程框图和程序。面对大班（100人以上）教学，游戏的设计也做了比较大的修改，更加注重了全体同学的参与性。例如，抓堆游戏改为在黑板上擦圈；玩猜枚数游戏时，把豆粒同时发给二十多个学生，我依次猜出了每位同学手中的豆粒数。

关于“数学文化”一词的内涵，南开大学顾沛教授在《数学文化》一书中写道：“简单说，是指数学的思想、精神、方法、观点以及它们的形成和发展；广泛些说，除上述内涵以外，还包括数学家、数学史、数学美、数学教育、数学发展中的人文成分、数学与社会的联系、数学与各种文化的关系等。”从这个角度看，本书讲解游戏时所涉及的数学只不过是一些数学思想、数学方法和逻辑思维方式。原来的题目有些过大，还是改小一些好，因此再版时书名改为《游戏中的数学文化》。

《游戏中的数学文化》包括51个益智游戏。按内容可分为六类：数粉笔头、玩扑克牌、逻辑推理、物理知识、数的学问和日常生活中的微积分。每个游戏都包括四个部分：游戏内容、规律总结、思考题和参考答案。为了增加游戏的趣味

性和神秘性,提高独立思考的能力,建议你不要过早地看答案、揭谜底,经过你认真思考,这些游戏才会显示它应有的魅力。

书中对于 15 个游戏,用 VB 语言编写了 23 段运行程序,可以辅助游戏的进行与讲解。这些程序大部分有对应的流程框图,讲述了编程思想,意在提高读者的计算机编程能力。

但愿读者在做游戏的娱乐中,学习到一些数学思想和数学方法。但愿“益智游戏与数学文化”选修课在今后的教学实践中更加成功!

编者
2012. 5

目 录

第一部分 数粉笔头大有学问

1 抓单堆	1
2 抓两堆	6
3 抓三堆	13
4 抓四堆	23
5 用二进制制定“抓堆”策略	24
6 巧猜粉笔头	38
7 韩信点兵	40
8 12 颗粉笔头配对	46

第二部分 扑克牌中有玄机

9 填扑克牌 A ~ K	48
10 扑克牌排序	52
11 寻找插入的扑克牌(1)	57
12 寻找插入的扑克牌(2)	58
13 神奇的板擦找牌	59
14 非凡的记忆	60
15 巧猜牌首的点数	62
16 第 14 张牌	63
17 心灵感应猜扑克	65
18 寻找看过的扑克牌	66
19 猜抽出的扑克牌	68

第三部分 逻辑推理使人聪明

20 老板损失了多少钱	70
-------------------	----

21	逻辑推理正标记	71
22	几顶帽子是红色标签	72
23	实话城与谎话城	74
24	六人过河	75
25	找次品球(1)	77
26	找次品球(2)	78

第四部分 物理知识的应用

27	看到多少辆迎面驶来的 871 路公交车	82
28	巧算星期几	83
29	运动一周转几圈	92
30	地球自转一周需要 24 小时吗	98
31	气功遥控糖块沉浮	99
32	什么力托起了瓶中的水	100

第五部分 数的学问

33	小伙求婚	103
34	爬蜂房路线	106
35	巧算个位是 5 的两位数的平方	109
36	巧算两位数颠倒相减	111
37	猜辈份与年龄	113
38	巧算年龄	114
39	分糖块	121
40	预测运算结果	124
41	凑十游戏	126
42	大中小马各有几匹	129
43	四秀才分枣	131

第六部分 日常生活与微积分

44	流满 50 杯所需要的时间	138
45	空气阻力对雨滴运动的影响	140

46	求女子遇害时间·····	142
47	求旋转液面稳定时的方程·····	144
48	绕过圆木提升重物·····	146
49	鸭子过河的轨迹曲线·····	148
50	甲虫何时爬到 A 端 ·····	153
51	悬链线方程·····	156
后记·····		162



第一部分 数粉笔头大有学问

教了一辈子书,玩了一辈子粉笔头。课余消遣,数数粉笔头,发现其中大有学问。例如,前5个游戏就体现了一种带有普遍性、规律性的解决问题的数学思想。那就是:要解决一个复杂的问题,可以先“把问题简单化”,而后“猜测规律”,进而“证明规律”,最后有效地“解决这一类问题”。掌握了这种数学思想,将受益终生。这里整理出了8个游戏,在数粉笔头的过程中都用到了这种数学思想和数学方法,下面从最简单的抓单堆游戏开始。



1 抓单堆



游戏内容

老师把粉笔盒中的粉笔头倒在桌面上,大约有20多粒。

一班和二班各出一个同学轮流取粉笔头:一次可以取1粒,也可以取1粒~3粒。例如,一班同学取2粒,二班同学可取1粒,可取2粒,也可取3粒……两同学交替取粉笔头,谁拿到最后一粒谁赢。

如果一班的同学胜出,则由二班再出一个同学,从头拿起,与胜者继续较量。如果二班同学胜出,则由一班换一个同学与胜者继续较量,5局3胜。

最终的胜利者再与计算机较量,老师操作键盘。

最后,选一个学生操作键盘,集中全体同学的智慧和计算机比赛。



规律总结

假定粉笔头总数为1、2或3。先取者可以一次取完,无疑先拿者赢。

假定粉笔头总数为4。甲取1粒,乙取3粒;甲取2,乙取2;甲取3,乙取1。所以乙(后拿者)赢。

如果粉笔头总数是5。甲取1,剩下4粒。根据上面的推理,乙最多取3粒,

最后一粒粉笔头当然就属于甲了,所以先拿者赢。

如果总数是 5 以上的数字呢?

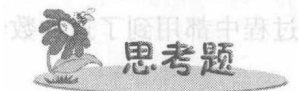
可以猜测:当总数是 4 的倍数时,后拿者赢;当总数不是 4 的倍数时,先拿者赢,因为他只要把总数除以 4 的余数一次拿完,便把 4 的倍数留给对方了。

下面用归纳法予以证明。命题是:“对于所有的自然数 k ,把 $n=4k$ 留给甲方,则乙赢。”

首先, $k=1$ 时命题成立。因为此时总数为 4,前面已经讨论过。

再设 $(k-1)$ 时命题成立,证明 k 时命题也成立。

“ $(k-1)$ 时命题成立”,意味着已知“把 $n=4(k-1)$ 留给甲方,乙会赢”;要证明“ k 时命题也成立”,即要证明“把 $n=4k$ 留给甲方,乙也会赢”。这是显然的,因为二者之差为 4,甲取 1,乙取 3;甲取 2,乙取 2;甲取 3,乙取 1;所以乙赢。



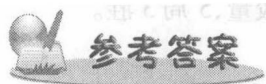
(1) 画出计算机和用户玩此游戏的流程框图。用你熟悉的计算机语言写出具体的源程序。

(2) 如果谁拿到最后一个谁输,其他比赛规则相同,那么取子的策略应如何变化?

(3) 如果仍然是谁拿到最后一个谁赢,比赛规则改为“最少取 2,最多取 3”,那么取子的策略应如何变化?

(4) 如果仍然是谁拿到最后一个谁赢,比赛规则改为“最少取 a ,最多取 b ”,那么取子的策略又应如何变化?

(5) 如果任选某数作为“幸运数”,两人轮流数数:从 1 数起,均可数 1 个~3 个数。例如:甲数 1、2,乙可数 3,可数 3、4,也可数 3、4、5……两人交替顺序数下去,谁数到幸运数谁赢。如果你为先手,数数的策略应该如何制定?



题(1):抓单堆游戏的程序设计。

抓单堆游戏流程图如图 1-1 所示。

1. 窗体设计

窗体设计比较简单(图 1-3),包括以下 4 部分:

(1) 2 个按键:“开始”和“结束”。

(2) 1 个图形框:显示游戏规则。

(3) 1 个图像控件数组:Image1(0)。

(4) 2 条文字提示:“抓单堆游戏”与“运行记录”。

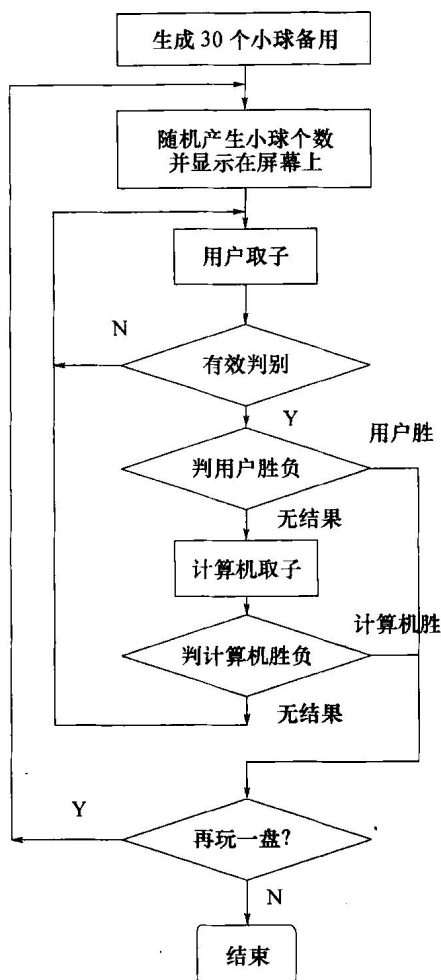


图 1-1 抓单堆游戏流程框图

2. 源程序

(1) 图像控件数组 (Image1(0)) 的建立与装图: 首先在窗体上装一个图像框 (Image1), 设置属性窗口的 Index 选项为 0。在程序装载程序代码中, 写入下面一段程序, 则会生成关于 20 个 ~ 30 个小球的图像控件数组。

```
Private Sub Form_Load()
```

```
    FontSize = 11; ForeColor = QBColor(0)
```

```
    Picture1.Picture = LoadPicture("guize.jpg")    '显示规则
```

```
    For i = 1 To 30    '生成 30 个小球, 备用
```

```

Load Image1(i)
Image1(i).Picture = LoadPicture("qiu.gif")
Image1(i).Visible = False
Next
End Sub

```

(2) 取子过程的程序设计。

① 随机生成 20 个 ~ 30 个小球。

```

Randomize (Timer)      '随机生成并显示 20 个 ~ 30 个小球
n0 = 20 + Int(10 * Rnd(1))
For n = 1 To n0
    i = n\7: j = n Mod 7
    Image1(n).Visible = True
    Image1(n).Left = 2800 + j * 500
    Image1(n).Top = 800 + i * 500
Next

```

② 判别用户取小球是否有效。计算机弹出输入对话框,由用户输入要取的小球数目,如图 1-2 所示,计算机确定输入有效后,擦掉用户取的小球。

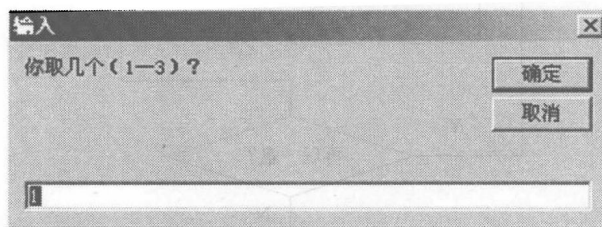


图 1-2 “输入取子个数”对话框

```

Do      '用户取小球的有效性判别
    m0 = InputBox("你取几个(1-3)?", "输入", 1, 5220, 600)
    If m0 = "" Then End
    If m0 > 0 And m0 < 4 Then
        If m0 + k <= n0 Then Exit Do
        Print "违反规则请你重取。"
    Loop
CurrentX = 3180
Print "您取了"; m0; "个。";

```



```

For i = 1 To m0: k = k + 1      '擦掉用户取的小球
Image1(k).Visible = False: Next
CurrentX = 4580
If k = n0 Then Print "祝贺你胜了此局。": Exit Do
③ 计算机制定取球方案,擦掉计算机取的小球。
If n0 - k >= 4 Then          '计算机取球策略
    L0 = (n0 - k) Mod 4
    CurrentX = 4580
    If L0 <> 0 Then
        Print "计算机取"; L0; "个。"
        m0 = L0
    Else
        Print "计算机取 1 个。"
        m0 = 1
    End If
Else                          '计算机把小球一次取光
    m0 = n0 - k
    Print "计算机取"; m0; "个。"
    For i = 1 To m0: k = k + 1
        Image1(k).Visible = False: Next
    CurrentX = 3180
    Print "计算机胜了此局。": Exit Do
End If
For i = 1 To m0: k = k + 1      '擦掉计算机取的小球
    Image1(k).Visible = False: Next
④ 判断输赢后,游戏是否继续?
jixu = InputBox("继续玩吗(1:是;2:否)?", "输入", 1, 5200, 4000)
If jixu <> 1 Then Exit Do

```

3. 程序运行

程序运行时首先显示出游戏规则、2 个按键和 2 条文字提示。用户选择“开始”后,窗体上自动生成 20 个~30 个小球。接着,弹出一个输入对话框,用户选择抓几个小球。计算机算出应对策略后,在运行记录中显示用户和计算机各抓了几个小球。同时,窗体上原有的小球要消去(隐藏)指定的个数。

当窗体上小球擦光时,显示比赛结果。最后弹出一个对话框,问用户是否继

续比赛。

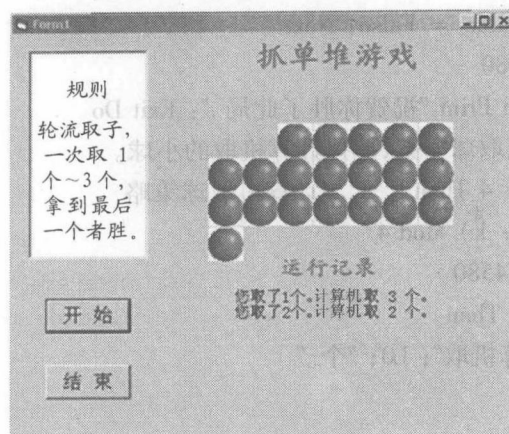


图 1-3 游戏 1 的运行记录

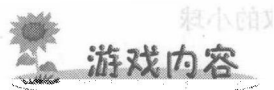
题(2):把 $(4k+1)$ 留给对方。

题(3):把 $5k$ 留给对方。

题(4):把 $k(a+b)$ 留给对方。

题(5):如果幸运数是4的倍数,则先数1个,拖延时间,等待对方犯错误;否则把比 $4k$ 多的数一次数完,而后数数时与对方数的数的个数之和保持等于4即可。

2 抓两堆



老师把粉笔盒中的粉笔头倒在桌面上,分成两堆,每堆有十几粒。

两班各出一个同学轮流取粉笔头:一次可以取1粒,也可以取1粒~3粒;每次只能在一堆中取,下一次可以换堆。两同学交替取粉笔头,谁拿到最后一粒谁赢。

如果一班的同学胜出,则由二班再出一个同学,与胜者继续较量。如果二班同学胜出,则由一班换一个同学与胜者继续较量,5局3胜。

最终的胜利者再与计算机较量,老师操作键盘。

最后,选一个学生操作键盘,集中全体同学的智慧和计算机比赛。