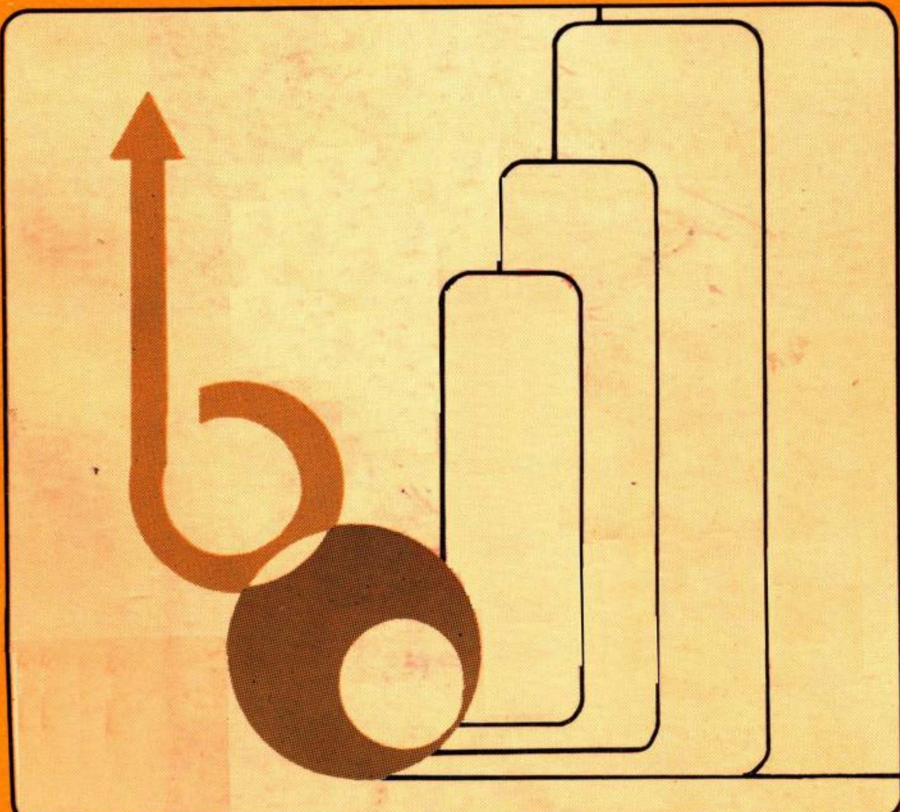
符號邏輯入門

吳定遠　編譯

水牛大學叢書37
水牛出版社印行



水牛大學叢書

37

符號邏輯入門

(附題解)

A. H. Basson
D. J. O'connor 合著
吳定遠 編譯

水牛出版社

INTRODUCTION TO SYMBOLIC LOGIC

BY A.H.BASSON AND D.J.O'CONNOR

TRANSLATED BY WU TING-YUAN

BUFFALO BOOK CO., LTD.

TAIWAN

R. O. C.

符號邏輯入門（附題解）

水牛大學叢書 37

原作者	柏森，奧康諾
編譯者	吳定遠
發行人	彭誠晃
發行部	臺北市杭州南路一段143巷48號
電話	3410275
出版者	水牛出版社
	臺北市連雲街26巷21弄2號
	郵政劃撥第13932號
出版	中華民國70年2月16日

P70216 S1,000

登記證 局版臺業字第0628號

譯　序

有人說，學習邏輯，如果不從傳統邏輯入手，是好高騖遠，徒增糊塗；這種說法，我不敢苟同。我是因爲自修數學而引起學習邏輯的興趣，所以直接從符號邏輯入門。就我個人的經驗，符號邏輯并不高遠，任何一個高中畢業的學生，只要具有中人的資質，都可以了解。在我學過符號邏輯以後，似乎并沒有增加糊塗；反之，很多在數學上常見的敍述，如「如果而且僅如果 (if and only if) 」這個說法，過去對之就一直只有很模糊的觀念，直到學了符號邏輯以後，才非常清楚而又明確的了解其意義。

我是爲探究邏輯的歷史而學習傳統邏輯的，在我看來，傳統邏輯不過是以極其笨拙的方式，來敍述現代邏輯中非常簡單的觀念而已。在數學史上，眞不知淘汰了多少古老的笨拙的演算法，甚至像牛頓那樣的權威，其爲微分法所創立的流數論與點子符號，也難逃這個命運，傳統邏輯當然也不能例外。

這是一本很好的入門書，說理非常淺明易懂。原著者寫這本書的目的，就是要將邏輯中最基本的重要觀念和演算法，向初學者作簡明扼要的介紹；所以讀這本書是不需要對邏輯或數學具有任何預備知識的。本書除了在第一章中簡略的介紹一下邏輯的歷史和幾個最重要的基本觀念以後，從第二章開始，完全是在介紹邏輯的技術，如命題演算法、賓辭演算法、公理法等，交代得非常清楚明白。每一章後面都列有參考書目提要，并在書末附有各章的練習題。本書第三章第四節所述間接的眞值表決定法，非常簡捷有用，在其他書中很少看到。

邏輯是一種技術，你必須像讀數學書一樣，詳作邏輯演算的習題

，然後才能予以得心應手的運用，否則只知道幾個邏輯名詞，是沒有多大用處的。學邏輯而不作習題，等於一個人熟讀駕駛技術手册，但從不上車實習，即使將那本手册背得滾瓜爛熟，也不算是已習得駕駛技術。所以譯者特爲本書編寫題解，希望在讀者作習題遇到困難時有所助益。原書的習題，全部集中排印在書末，很不方便，譯本已將其分別排在各章之末。

這本書，我是在民國五十二年六月二十一日在新店安坑譯完的。後來又譯過 Tarski:Introduction to Logic（商務出版「邏輯概論」）及 Hilbert:Principles of Mathematical Logic（水牛出版「數理邏輯原理」）。原想這三本書可以成爲一套，希望能幫助那些不精通外國語文，或沒有機會進入大學修習這個科目的人，可以利用它們來自修入門。沒想到，最先譯完的書，反而一直拖了十七年，才能與讀者見面。不過，這總算了我一項心願。

目前坊間已有這本書的編譯本多種，但其符號與內容，與原本頗有出入，很不便於初學者中英對照閱讀。這也是這個譯本遲遲未出版，而我始終希望其能出版的原因。

譯者　吳定遠

民國六十九年十月二十九日

序於岡山鎮大鵬九村

原書三版序言

這本書是對初學者就形式邏輯的重要諸點作簡單扼要的介紹，作爲研究更高深著作的基礎。前四章在說明命題演算法，其次兩章在敍述賓辭演算法的大要，尤着重於可滿足性這個基本概念的介紹。附錄中略述三段論的傳統規則，及其與波勒的類之代數學的關係。雖然第一章的第一節，對於熟習三段式傳統邏輯的學者較爲有趣，但閱讀本書並不必對邏輯具有任何預備知識。

第四章已較第二版大加修正。本版中尚有若干小的更正和修改的地方。我們感謝批評者對於本書的批評和建議。

各章之末均增列參考書目提要，以指導學者進修，書末並附有習題。我們必須強調，在學邏輯時，就有如學數學一樣，作習題和了解課文是同樣的重要。

柏森(A.H.B.)

奥康諾(D. J .O'C.)

目　次

符號邏輯入門

第一章
緒 言

第一節 符號邏輯與古典邏輯

符號邏輯的歷史很短，而傳統的或古典的亞理斯多德的邏輯(Aristotelian logic)，其歷史却很長。可是它們間的差別，僅在於發展階段的不同。古典邏輯和符號邏輯間的關係，就有如胚胎和已經長成的生物間的關係一樣。這一點在開頭就有予以強調的必要，因爲關於符號邏輯的性質和地位，歷來就有相當的爭論，尤以近五十年來爲甚。受古典邏輯訓練出來的哲學的邏輯家們(Philosophical logicians)，常常批評研究符號邏輯的邏輯家們的著作，認爲其中包含有對邏輯性質的誤解。而研究符號邏輯的邏輯家們又常常批評傳統邏輯的缺點，好像它是已經完全過時了。

現在，一般邏輯家們均同意，現代符號邏輯是若干概念和技術的發展，而這些概念和技術是早已暗含在亞里斯多德的著作中的。但是，在一段長時間中，這個事實均爲這個科目的奇異歷史弄得曖昧不明。亞理斯多德在紀元前第四世紀，已爲邏輯奠下如此其輝煌燦爛而又周到綿密的基礎，以致在許多亞理斯多德的後繼者看來，邏輯似乎已是一門盡善盡美的科學。現在大家已經體會出來，他的論述僅涵蓋邏輯中一個很小的部門（雖然是很重要的）。而且，他的成就之非常完

全，是其後兩千年中使邏輯家們不能完成任何重大貢獻的一部份原因〔譯註一〕

近來對邏輯歷史的研究，已顯示出，亞理斯多德的希臘後繼者們，和中世紀的經院派哲學家們 (Scholastics)，兩者都曾經對邏輯有若干重要的發現。但是在當時，這些發現的重要性，均未能獲得一般人的了解，因而，它們在邏輯理論和邏輯技術的發展過程中，均未引起任何復興運動。這件事的理由有兩方面。一般相信，邏輯中一切重要的發現早已爲亞理斯多德所完成，這件事自然地傾向於使哲學家們不能對任何新發現就其眞實的價値來予以評價。但是第二個也是較重要的理由是，在十七世紀以前，各種數理科學均尙未發達。

亞理斯多德曾經在邏輯中介入一個重要的觀念，就是變元 (variables)。這個槪念在今天，對於任何一位受過教育的人士都是非常熟悉的，因爲當他們在學校中學習初等代數學時就會遇到它。變元是

〔譯註一〕關於現代邏輯家們對亞理斯多德的批評，讀者最好能參閱羅素著鍾建閎譯「西方哲學史」第二十二章亞理斯多德的邏輯。譯者願將羅素在那一章之末的結論抄錄如下，以供讀者參改：「現在我斷稱，本章中我們所硏究的亞理斯多德的各種主張，完全是錯誤的，只有形式的三段論法是對的，但這是不重要的。在今天，任何人想學習邏輯而讀亞氏或其任何門徒的書，都是白費時間。當然，亞氏在邏輯上的論著，確表現出很大的本領，如果那些著作見於智力的創造力還正在活動之時，則其對於人類將是很有用處的。不幸，它們之問世正在希臘思想的創造期之末，所以乃被認爲是權威的。等到邏輯的創造力復活之際，兩千年的統治已使得亞氏難於去位了。於是，貫澈整個的現時代中，實際上，凡在科學、邏輯、或哲學中的進步，莫不是由於不顧亞氏一派的反對而造成。

一個符號，它可以代表一個已給值域中的任何一個值。例如，如果 $x^2=4$，並且x是一個其值域包含所有實數的變元，則這個方程式恰在變元的兩個值時爲眞，亦卽，當 x取兩個值+2或-2中之一時，此方程式爲眞。變元在初等數學中的運用是太熟悉了，以致不需要多作解釋。但它是經由數學知識的發展和傳播才使得大家熟悉的。亞理斯多德在邏輯中對變元的運用，僅限於以字母來表示在三段式論證(syllogistic arguments)中所使用的辭(terms)，以求能更清楚地表現出此型論證的邏輯結構。但是變元在符號邏輯中的運用較此要廣泛得多。而且，數學的發展對邏輯的復興，其貢獻亦非僅此一端而已。

一位卓越的現代邏輯家劉易士(C.I.Lewis)，曾經引述過符號邏輯的三種特性：

(1)運用**表意文字(ideograms)**或直接表示概念的符號，來代替**表音文字(phonograms)**或直接表示音而僅間接表示概念的符號。例如，乘號(×)或問號(?)都是表意文字，就如中國語言中的書寫字(written words)一樣。但是英語中的書寫字"multiplication sign(乘號)」或「"question mark"(問號)」都是表示與其對應的口語字(spoken words)，就如在一切語言中，那些根據某種發音規則而寫出來的字一樣。

(2)**演繹法(deductive method)**。這可以從學校中的幾何學而熟悉。其特性是，我們可以應用有限數目的規則，從少數的陳述推論出無限數目的其他陳述，而且這些陳述常常是新奇的。

(3)**變元**具有一定意義界域的運用。(這一點已經提到過了。)

可見符號邏輯的這三種特性顯然也是數學的特性。因此符號邏輯的發展與數學的發展之間有密切的關係，而且研究符號邏輯的先驅者

們，都是數學家或是受過數學方法的訓練並對其有充分了解的哲學家，這是一件意味深長的事。

邏輯從其傳統的古典形式發展為現代的符號形式，其發展過程中，第一位重要人物是萊布尼玆(G.W. von Leibniz) (1646-1716)。作為一位哲學家和作為一位數學家，他都同樣地有名，而其最知名於世的是他和牛頓同為微分學 (differential calculus)的共同發明人。在二十歲以前，他出版了一本標題為"**Dissertatio de Arte Combinatoria**"（**論組合的技術**）的書，其中，他對邏輯的改革提出一個計劃，這個計劃有兩方面。第一，他建議創立一種**普遍的科學語言**（**characteristica universalis**），在這種語言中，一切科學的概念均可以一個基本的**表意文字**的組合 (a combination of basic **ideograms**) 而表達出來。且莫說以表意文字代替表音文字的建議，這個建議與其說是屬於邏輯，毋寧說是屬於語言學的。但是他的第二個建議是較為重要的。他建議設計一種**推理的普遍演算法**(**calculus ratiocinator**)，它將供給一種自動的方法，以解決一切可以用普遍語言表示出來的問題。如果他確已實現了他的建議，則他必已提出了一個符號邏輯的系統。可惜他的計劃僅是一個沒有發展出來的建議而已。

在符號邏輯的發展過程中，第二個重要人物是佐治・波勒(George Boole)(1815-64)。波勒是一位數學家，他曾經擔任過英國科克郡女王學院(Queen's College, Cork)的數學講座。他的貢獻在於提出一個代數系統，在這個系統中，變元代表類(class)，而"乘法"和"加法"的運算表示組合類的各種方法以造成更進一層的類。（這個系統將於附錄中予以說明。）這個系統首先敘述於一本小書中，它出版於1847年，其標題為"**The Mathematical Anlysis of Logic**（**邏**

輯的數學解析）”，後來又敍述於"**The Laws of Thought**"(思想定律) 一書中，波勒將他的代數應用於邏輯的若干部門，包括古典邏輯的三段論。這是一個重要的進步，在上述書中，他顯示出，到那時爲止，一直被認爲在實際上與演繹邏輯根本是一回事的亞理斯多德的三段論法，不過是一種邏輯代數的一個特例罷了。而且在不久以前，波勒的後繼者們已經顯示出，波勒的代數也不過僅是造成邏輯的若干符號演算法(symbolic calculi)中的一種而已。

十九世紀邏輯家們的其他重要著作，有奥古斯都，棣麼甘 (Augustus de Morgan)(1806-71)關於關係邏輯 (Logic of **relations**) 的著作，和耶芳斯(W.S. Jevons)(1835-82) 將波勒的類代數(algebra of classes) 予以簡化和發展的著作。 但是最重要的人物却是一位美國人，斐士 (C.S. Peirce) (1839-1914)，在他的長串文件中，其中大部份在其生前並未發表，他差不多對邏輯的每一個部門均有影響深遠的貢獻。其成就之大，僅當他的文集在本世紀中發表時，才爲人們所充分了解。

同時，歐洲大陸上的若干數學家對數學的基礎 (foundations of mathematics) 也發生興趣。這些數學家中，特別有名的是哥特羅布 • 弗烈格(Gottlob Frege)和基斯普 • 皮亞諾 (Guiseppe Peano)，他們的著作爲柏特龍 • 羅素 (Bertrand Russell)，卽現在的羅素爵士，予以繼續發揮。在1910年中，羅素與懷德海 (A.N. Whitehead) 合作，出版了一本不朽的巨著 (**Principia Mathematica**)" (數學原理) 在這本書中，一個符號邏輯的系統被苦心的經營出來，並用以作爲整個數學的基礎。羅素和懷德海所發表的，符號的或數理的邏輯系統，是將他們先輩們的工作予以合併統一和穩定鞏固，並且將前一個

世紀中邏輯所發生的變化公佈出來，以引起大衆的注意。自從「數學原理」一書發表以後，邏輯已是一個在蓬勃成長中的科學。

於是，從萊布尼玆的時代以來，邏輯之緩慢而又未受充分注意的發展，在一本以數學爲主要研究對象的著作中，到達其頂峯。當然，雖然符號邏輯在研究數學的基礎時可能很有用，但是，絕非它僅在這個研究範圍中才顯得重要。它與傳統邏輯一樣，均具有一種功能，卽供給一種方法來檢驗普通語言中的論證的有效性(validity of arguments)，此外它還能提供方法來決定古典邏輯所不能予以檢驗的那一類論證的有效性。同時，它還供給一種解析命題結構*(structure of propositions)的程術(procedure)。這種程術，在哲學的論證中，常常是很便利而且有時是在所必需的，因爲日常用語的各種缺點和歧義易於使我們的陳述的意義趨於曖昧。事實上，如我們所料，由於符號邏輯是古典邏輯充分發展後的形式，所以它能完成古典邏輯所已作過的一切工作，以及許多其他爲古典邏輯所不可能作的工作。

第二節 符號的運用

初等邏輯(elementary logic)的各種功能(functions)之一，是供給各種方法來檢驗論證的有效性。爲此起見，我們必須要能够將各種論證分類爲不同的**類型(types)**或**種類(kinds)**，以使一個既定類型中的每一個樣例(specimen)均與同一類型中的其他樣例共同具有某些特徵。各論證以這種方式而共同具有的特徵稱爲論證的**邏輯形式**((**logical form**)。我們將在下一節中討論邏輯形式，所以不需要在這

* 見第二章第一節對「命題」proposition一辭的說明。

裏對它說任何話。但是由亞理斯多德首先發明的，將論證分類爲類型或種類的傳統方法，涉及**符號**(**symbols**)的運用。例如，試考慮下述兩對論證：

(1)沒有資本主義社會是穩定的，並且有些資本主義社會是實行民主政治的；所以，有些實行民主政治的社會是不穩定的。

(2)沒有黑人是羅馬教皇，並且有些黑人是回教徒；所以，有些回教徒不是羅馬教皇。

(3)如果金價上漲，那末輸入量將會增加。但是輸入量將不會增加。所以金價將不會上漲。

(4)如果谿谷是由冰河作用而形成，那末有擦痕的漂石(scratched boulders) 將在那兒被發現。但是沒有有擦痕的漂石在那兒被發現。所以谿谷不是由冰河作用而形成。

如果我們考究這些論證，可以很容易地看出，(a) 它們都是有效的，而且(b) (1)和(2)之間與(3)和(4)之間是相似的。可是這些相似並不在於論證的題材。(1)的題材與(2)的題材毫無關係。(3)的題材與(4)的題材也沒有任何關係。但是，如果我們以字母A，B和C來代替論證(1)和(2)中的三個**辭** (**terms**)，則它們間的相似就非常清楚地顯現出來了。於是(1)和(2)兩者現在均成爲：

(5)沒有A是B，並且有些A是C；所以有些C不是B。

同樣地，如果我們以字母 p 和 q 來代替構成(3)和(4)的各陳述(statements)，則我們有：

(6)如果 p，那末 q。但是非 q。所以非 p。

於是，符號（在這種情況，符號就是字母）的運用使我們能够將論證中邏輯上的重要特徵顯現出來，並且由此而將它們分類爲各種類

型，對這些類型，我們就可以應用通則(general rule)來處理。

在上面列舉的各例中，其所運用的符號都是**變元**，因爲它們可以毫無差別地在一個情況中代表**任何**辭，或在另一個情況中代表**任何**陳述。變元在邏輯中的運用，使我們能够陳述各種用以檢驗論證之是否有效的**通則**。因而我們可以說：不管是任何論證，只要屬於下述類型「如果沒有A是B，並且有些A是C，那麼有些C不是B」都是有效的。並且，不管是任何論證，只要屬於下述類型：「如果 p，那末 q 但是非 q，所以非 p」，也同樣是有效的。因此，符號在邏輯中的一個重要功能，就是表示出各種邏輯規則的通性(generality)。但這決不是它們唯一的功能。符號在邏輯中的第二種和差不多同等重要的運用，是要以簡要而又經濟的方式來表明複雜的陳述，它們如果以普通的語言來表達，將會難以了解，甚或不可能了解。符號的這種運用，在初等代數學中是非常明顯的。試考慮下述一對意義相當的表示法：

(7)兩數之和與差的乘積等於兩數之平方的差。

(8)$(a+b)(a-b)=(a^2-b^2)$

要領悟(7)的意義必需費相當腦筋，而任何人只要熟悉所涉及的符號的運用，立刻就能很清楚地了解(8)的意義。而且，當所要表示的意義是更爲錯綜時，普通語言如果要想將其清楚地表達出來，其說法將是非常的長和複雜。像下述陳述：「方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的根可以由公式 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 求出」，必定可以不用任何數學符號而表達出來。但是其對應的語言表示法，必定是極端的繁雜和如此的討厭，以致在心理上非常難以了解。符號的運用所給與我們在簡單扼要和清晰方面的利益，在數學推理之更爲詭辯的類型(sophisticated types)