

# 結 構 動 力 學

(上 冊)

Dynamics  
of Structures

原著者：Ray W. Clough

Joseph Penzien

譯述者：陳 嘉 煒

科技圖書股份有限公司

# 結 構 動 力 學

(上 冊)

Dynamics  
of Structures

原著者：Ray W. Clough

Joseph Penzien

譯述者：陳 嘉 煒

科技圖書股份有限公司

# 原序

本書為二十五年來，在加州（勃克萊）大學講授結構動力學課程時所發展而成的。可以了解到裏面的材料，在這些歲月，曾有大幅度的修正。我們一共準備了三套教材，給予前後相距很遠的班級使用。在智利的聖地牙哥、挪威的特倫亨（Trondheim）以及日本的東京開課時，分別採用適合當地情況的教材。

克勞夫（Clough）教授認為，本書內的一些基本材料，很受麻省理工學院別司必靈霍夫（R. L. Bisplinghoff）教授講授課程的影響，而其本人也由那些準備得很充分的飛機結構動力學課程上，獲益良多。以後本書的偏向土木工程結構動力問題，係源自霍亭姆塞（Hohenemser）布拉格與（Prager）教授的先驅大著“Dynamik der Stabwerke”<sup>(1)</sup>。同樣，潘承（Penzien）教授也承認，也自麻省理工學院的克倫特（S. H. Crandall）教授所講授的隨機振動中獲益很多。可是，此一課程接下來的進展，主要都是克勞夫與潘承所作的。很多學者在文獻方面的貢獻，已在教材中的適當地方分別列入。但大部分的文獻，在結構動力學上早已確立的，也就難說應歸功於誰了。所以只將一些有成就的列進去，對那些可能感到被忽略的人們表示歉意。

雖然本書的材料有的尚在發展途中，將不斷加以修正，可是全盤的編排並沒有改變。從單自由度結構物到廣義的單自由度系統，再到多自由度分離座標結構物的振態疊加法。這種有系統的轉換，是在提供一條簡單的路線，使受過靜力學訓練的結構工程師，在遇到這種特殊動荷重問題時，有所遵循。另外，吾人認為，強調瞬時反應，而不只考慮振動分析，這一點是很重要的。修習結構動力學之前，如有靜力結構分析（包含矩陣解法）的基礎，就更為有效，吾人也假設這本書的讀者，都有這種準備。

在本書準備期間，最明顯而且最具影響的轉變，可能是將高速數位

## 結構動力學

電算機當作結構分析的標準工具。在結構部門尚未大量採用電算機以前，結構動力學所強調的是一些適於計算尺及桌上計算器為有效的方法。因為作者相信，這些方法在本課題上是很重要的。所以在課文中仍佔有一席重要地位。如果手算過程的細節能完全了解，要寫或使用相當的電算機程式就不困難了。如果不了解計算的細節，而想有效地使用電算機程式是不可能的。但我們也承認，任何有意義而且實際的動力反應分析，所需的計算量都是很大，如不採用電算機，在時效上是不恰當的。因此，此處所強調的解法，一般說來，都是在手算與電算機上能有效應用的。本書的目的，在於說明求解的原理，至於寫程式的技巧，以及如何有效地應用電算機，就不詳細討論了。

本書的內容，為加州大學研究所一學期課程的基礎。可是，其中大部份的材料也可供大學部高年級（四年級）講授用。結構動力學的基本內容，為第一篇至第二篇與第十四章的前幾節。我們希望所有修結構工程碩士學位的學生，在結構動力學部門至少有這許多的接觸。第二篇的其餘各章節以及第三篇全部是屬於延續下去的高等結構動力課程。此外，第二十六章與二十七章所討論的地震工程教材中的大部份，應包含在這兩部份課程中，使理論能有實際的應用。第四篇的基本教材以及第二十八章一部份地震工程的應用，是供給半學期隨機振動課程講授用的。最後，整本書可作為受動態荷重的結構設計課程的基礎，以及參考資料之用。結構動力的基本課程，是這種設計課所必需的。雖然本書中大部份的參考資料都屬於土木工程應用方面的，可是同樣的結構動力技巧，亦可應用到航空工程、海洋結構物、汽車工程以及任何受動態荷重結構系統的部門。

本書內包含很多例題，因為作者發現，本教材中的大部份用這種方法來施教最為有效。此外，大部份章節都附有習題。因為學生必需真實應用這些解析法到很熟練為止。但是，選定這些問題來演習時，必需有節制。因為動力反應分析是以費時出名的。作者認為，依教材與所需的求解過程形式而言，每週作1個至4個習題就很恰當了。所以，本書所包含的問題，要比一學年授完所需要的還多。

RAY W. CLOUGH 克勞夫  
JOSEPH PENZIEN 潘 承

## 譯者序

研究結構動力學，除在學術上的興趣外，實際的應用也極廣泛。例如，地震、車輛、機器等對橋梁以及建築物的影響。飛機、船舶的設計也在在需要結構動力學的知識。就土木工程師最關心的地震而言，隨着土地及生命價值的增高，以及都市所造成的人口集中，實在經不起一次大地震的打擊。而且國家的建設日趨精密，造價昂貴之際，在規畫與設計之初，更有需要加入這些必要的考慮。所以土木工程師必需對結構動力學有一透澈的了解。

本書自 1975 年出版以後，立即引起廣泛的注意。這本結合了作者本身的研究與實際工作經驗而寫成的書，具有頗多優點。其中最顯著的計有(1)包含很多實際動態問題，不論是荷重或是結構物的型態，儘可能涵蓋不同種類，而且廣泛地討論各種理論與其解法（包括用電算機求解）。所以除適合土木工程設計外，對於飛機及船舶的設計，皆可適用。

- (2)本書區分為五篇二十八章，不但前後呼應而且脈絡相通。從單自由度到多自由度，分離體到連續體、線性到非線性，肯定分析到非肯定分析，全部一氣呵成，不致令人有神龍見首不見尾的感覺。
- (3)本書章節分明，各章各節以及所有例題，一開始先說明討論的主題，使讀者能很快地把握問題重心。
- (4)本書完全摒棄學院派式的探討，特別強調實際的應用。從行文舉例以及問題的選擇，在在可見作者着力之處。而文筆流暢，毫無晦澀之感。
- (5)本書取材廣泛，故全書或其一部份均可作為大學高年級及研究所講授「結構動力」，「地震工程」，「隨機振動」諸課程的教材。其份量與難易程度的取捨，亦很容易。

譯者在公餘之暇，在半年間譯完全書。另由同學陳曉偉兄代為逐頁校核以期正確。希望由本書的問世，能對祖國工程界及科技中文化工作略盡棉薄。譯述期間已將原書上的若干誤植處予以改正。至於譯文疏漏在所難免。尚請賢達惠予指正，不勝感荷。

譯者 陳嘉偉誌

## 作者簡介

RAY W. CLOUGH 1949 年在麻省理工學院獲得博士學位後，一直在加州勃克萊大學服務。目前是該校地震研中心的主任兼土木工程系教授。在其研究與教學過程中，所專長的是用電子計算機作結構分析，尤其在結構系統的地震反應分析這方面。他是美國工程師學會及土木工程學會的會員，服務於地震工程研究中心的理事會、加州北部工程師協會以及美國地震學會會員。在 1972 年，由於對動態有限元素法的探討有獨特貢獻，葡萄牙里斯本的國立工程實驗室授予榮譽研究員的頭銜。

JOSEPH PENZIEN，從 1953 年起即服務於加州大學。目前為勃克萊校區的結構工程學教授。這位前任的地震研究中心主任，在 1950 年在麻省理工學院獲得土木工程博士學位。Penzien 教授的經歷包括了加州結構工程師學會，美國地震學會、美國混凝土學會的會員。在過去幾年中，他擔任聯合國教育科學及文化組織，加州檢察總長以及許多工程公司的顧問。1969 年，Penzien 教授以北大西洋公約組織高級研究員的身份，到葡萄牙研究，在 1974 年曾任東京大學的客座教授。

## 符號解釋

$a$	距離
$a_o, a_n$	富氏係數，常數
$A$	面積，常數
$A_1, A_2$	常數
$b$	距離，整數
$b_o, b_n$	富氏係數，常數
$B$	常數
$c$	阻尼係數
$c^*$	廣義阻尼係數
$c_c$	臨界阻尼係數
$c_s$	富氏係數
$c_{ij}$	阻尼影響係數
$c_a$	正交振態的廣義阻尼係數
$D$	動態放大因數，平板動度
$\mathbf{D}$	動態矩陣 = $\mathbf{k}^{-1}\mathbf{m}$
$D_1, D_2$	常數
$e$	軸向位移
$E$	楊氏模數
$\mathbf{E}$	動態矩陣 = $\mathbf{D}^{-1}$

## 結構動力學

$E[\cdot]$	期望值，總體平均
$EI$	撓曲勁度
$f$	自然反覆振動頻率
$\tilde{f}_{ij}$	柔度影響係數
$f_b, f_D, f_S$	分別為慣性，阻尼，與彈簧力
$g$	重力加速度
$g_i$	廣義位移座標，應力波函數
$G$	剪力模數
$G, G_1, G_2$	常數
$h$	平板厚度，層高
$h(t)$	單位衡量反應函數
$H(\omega), H(i\omega)$	複數頻率反應函數
Hz	Hertz ( 頻率的單位，每秒週期數 )
$i$	整數
$I$	衡量，慣性矩
$I$	單位矩陣
$j$	整數
$k, k_i$	彈簧常數
$k^*, k^*$	廣義彈簧常數
$\bar{k}(t)$	有效勁度
$k_G$	幾何勁度
$k_{ij}$	勁度影響係數
$k_{ij}$	聯合勁度影響係數
$k_{G_{ij}}$	幾何勁度影響係數
$K_n$	第 $n$ 個正向振態的廣義勁度
$L$	長度
$\xi$	地盤擾動因數
$m$	質量整數
$m_t$	質量
$m_{ij}$	質量影響係數
$\bar{m}$	均勻質量 / 單位長度
$\bar{m}_I$	轉動質量慣性矩
$M_n$	第 $n$ 個正向振態的廣義質量
$m^*$	廣義質量
$\mathfrak{M}, \mathfrak{M}_i$	斷面彎矩
$n$	整數，常數
$N$	軸向荷重，時間增量數目，自由度數目
$N_{cr}$	臨界軸向荷重
$\mathcal{N}$	時變軸向力

$p, p_*$	荷重
$\bar{p}$	均匀荷重 / 單位長度
$p^*$	廣義荷重
$p_{\text{eff}}$	有效荷重
$p(x)$	機率密度函數
$p(x, y)$	連合機率密度函數
$p(x   y)$	條件機率密度函數
$p(x_1, x_2, \dots, x_m)$	多重機率密度函數
$P_n(t)$	第 $n$ 個正向振態的作用力函數
$P(X), P(X, Y)$	機率分佈函數
$Pr$	機率
$q_i$	第 $i$ 個廣義座標
$Q_i$	第 $i$ 個廣義作用力函數
$r$	迴轉半徑
$R(t)$	反應比
$R_x(\tau)$	自相關函數
$R_{xy}(\tau)$	互相關函數
$s$	常數
$S_x(\omega)$	功率譜密度函數
$S_{xy}(\omega)$	互譜密度函數
$S_a$	譜加速度反應
$S_d$	譜位移反應
$S_v$	譜加速度反應
$SI$	反應譜強度
$t, t_i$	時間
$t_1$	衝擊力延時
$t_{ij}$	傳接影響係數
$T$	振動週期，動能
$T_n$	第 $n$ 個正向振態的週期
$T_p$	荷重的週期
$TR$	傳遞性
$u$	$x$ 方向的位移
$U$	應變能
$v$	$y$ 方向的位移
$v^t$	總位移
$v_g, v_{go}$	地表位移
$v_{st}$	靜態位移
$V, V_f, V_n$	位能
$v$	斷面剪力
$w$	$z$ 方向的位移

# 結構動力學

$W$	功，重量
$W_{nc}$	非保守力所作的功
$W_N$	軸向力所作的功
$x$	空間座標
$\bar{x}$	$x$ 的平均值
$\bar{x}^2$	$x$ 的均方值
$x(t)$	隨機過程
$y$	空間座標
$y(t)$	隨機過程
$Y_n$	第 $n$ 個正向振態的廣義位移
$z$	空間座標
$Z, Z_n, Z_o$	廣義座標
$\beta$	頻率比
$\gamma$	重量 / 單位面積
$\delta$	對數衰減，變分，餘數
$\Delta$	增量
$\Delta_{st}$	靜態位移
$\epsilon$	應變
$\zeta$	時變函數，遲滯阻尼係數
$\lambda_G$	軸向荷重因數
$\lambda_t$	拉格蘭治乘數
$\lambda_n$	第 $n$ 個特徵值
$\theta$	相角，斜率，轉角
$\mu$	韌性因子
$\mu_{xy}$	協變
$\nu$	卜桑比
$\xi, \xi_x$	阻尼比
$\rho$	向量振幅，質量 / 單位體積
$\rho_{xy}$	相關係數
$\sigma$	應力
$\sigma_x$	標準偏差
$\sigma_x^2$	變異數
$\tau$	時間
$\phi_{ij}$	振態位移
$\phi_n$	第 $n$ 個振態
$\Phi$	振態矩陣
$\psi, \psi_n$	廣義位移函數
$\psi_n$	廣義位移向量
$\omega, \omega_n$	無阻尼自然圓周頻率
$\omega_D, \omega_{Dn}$	阻尼自然圓周頻率
$\bar{\omega}$	諸合作用力函數的圓周頻率

# 目 錄

原 序

譯者序

作者簡介

符號解釋

## 第一章 結構動力概論

1.1	結構動力分析的基本目的 .....	1
1.2	既定荷重的型式 .....	2
1.3	動力問題的基本特性 .....	4
1.4	分離法 .....	5
1.5	運動方程式的推導 .....	9
1.6	課文的編排 .....	12

## 第一篇 單自由度系統

## 第二章 運動方程式的推導

2.1	基本動力系統的組件 .....	17
2.2	推導法 .....	18
2.3	重力的影響 .....	20
2.4	支承擾動力的影響 .....	21
2.5	廣義單自由度系統：剛體組合 .....	23
2.6	廣義單自由度系統：分佈柔度 .....	29

<b>2.7</b>	廣義系統諸特性的表示法 .....	34
<b>習題</b>	.....	37

### 第三章 自由振動反應

<b>3.1</b>	運動方程式之解 .....	41
<b>3.2</b>	無阻尼自由振動 .....	42
<b>3.3</b>	阻尼自由振動 .....	44
<b>習題</b>	.....	50

### 第四章 受諧和荷重的反應

<b>4.1</b>	無阻尼系統 .....	52
<b>4.2</b>	阻尼系統 .....	54
<b>4.3</b>	共振反應 .....	60
<b>4.4</b>	加速度計與位移計 .....	62
<b>4.5</b>	隔離振動 .....	64
<b>4.6</b>	單自由度系統中阻尼值的求法 .....	69
<b>習題</b>	.....	77

### 第五章 受週期荷重的反應

<b>5.1</b>	荷重用富氏級數表示法 .....	80
<b>5.2</b>	受富氏級數荷重的反應 .....	81
<b>5.3</b>	富氏級數解的指數形式 .....	83
<b>習題</b>	.....	85

### 第六章 受衝擊荷重的反應

<b>6.1</b>	衝擊荷重的一般特性 .....	87
------------	-----------------	----

6.2	正弦波衝擊力 .....	88
6.3	矩形衝擊力 .....	91
6.4	三角形衝擊力 .....	92
6.5	震譜或反應譜 .....	94
6.6	衝擊荷重反應的近似分析法 .....	96
習題	.....	98

## 第七章 受一般動力荷重的反應

7.1	無阻尼系統的杜比積分 .....	100
7.2	無阻尼系統杜氏積分的數值計算 .....	102
7.3	阻尼系統的反應 .....	105
7.4	頻率範圍內的反應分析 .....	108
7.5	頻率範圍內的數值分析 .....	113
習題	.....	116

## 第八章 非線性結構反應分析

8.1	分析步驟 .....	118
8.2	平衡方程式的增量形式 .....	119
8.3	逐步積分 .....	121
8.4	分析步驟摘要 .....	123
習題	.....	128

## 第九章 雷利氏振動分析法

9.1	基本概念 .....	129
9.2	廣義系統的近似分析 .....	131
9.3	振態的選擇 .....	133
9.4	改進的雷利法 .....	137
習題	.....	141

## 第二篇 多自由度系統

### 第十章 多自由度運動方程式的推導

10.1	自由度的選取 .....	145
10.2	動力平衡條件 .....	146
10.3	軸向力效應 .....	149

### 第十一章 結構特性矩陣的計算

11.1	彈性結構性質 .....	151
11.2	質量特性 .....	160
11.3	阻尼特性 .....	165
11.4	外力 .....	165
11.5	幾何動度 .....	167
11.6	特性推導法的選擇 .....	172
習 題	.....	174

### 第十二章 無阻尼自由振動

12.1	振動頻率分析 .....	176
12.2	振動形態分析 .....	179
12.3	柔度法振動分析 .....	182
12.4	軸向力的影響 .....	182
12.5	正交條件 .....	184
習 題	.....	189

### 第十三章 動力反應分析

<b>13.1</b>	<b>正交座標 .....</b>	<b>191</b>
<b>13.2</b>	<b>分離的運動方程式：阻尼 .....</b>	<b>193</b>
<b>13.3</b>	<b>分離的運動方程式：無阻尼 .....</b>	<b>194</b>
<b>13.4</b>	<b>振動疊加法步驟總結 .....</b>	<b>199</b>
<b>習題 .....</b>		<b>206</b>

## 第十四章 實用的振動分析

<b>14.1</b>	<b>總論 .....</b>	<b>208</b>
<b>14.2</b>	<b>史托多拉法 .....</b>	<b>209</b>
<b>14.3</b>	<b>用矩陣迭代法作挫屈分析 .....</b>	<b>222</b>
<b>14.4</b>	<b>何勒法 .....</b>	<b>226</b>
<b>14.5</b>	<b>自由度的縮減 .....</b>	<b>235</b>
<b>14.6</b>	<b>矩陣迭代法的基本觀念 .....</b>	<b>243</b>
<b>14.7</b>	<b>動態矩陣的對稱形式 .....</b>	<b>252</b>
<b>14.8</b>	<b>非束制結構物的分析 .....</b>	<b>255</b>
<b>習題 .....</b>		<b>258</b>

## 第十五章 非線性系統分析

<b>15.1</b>	<b>簡介 .....</b>	<b>260</b>
<b>15.2</b>	<b>增量平衡方程式 .....</b>	<b>262</b>
<b>15.3</b>	<b>逐步積分-線性加速度法 .....</b>	<b>263</b>
<b>15.4</b>	<b>絕對穩定的線性加速度法 .....</b>	<b>265</b>
<b>15.5</b>	<b>威爾遜 <math>\theta</math> 法的性能 .....</b>	<b>268</b>

## 第十六章 用變分法推導運動方程式

<b>16.1</b>	<b>廣義座標 .....</b>	<b>271</b>
<b>16.2</b>	<b>拉格蘭治運動方程式 .....</b>	<b>273</b>
<b>16.3</b>	<b>一般運動方程式的推導 .....</b>	<b>279</b>

16.4 東制與拉格蘭治乘數 .....	284
習題 .....	287

86.213  
7

## OVERVIEW OF STRUCTURAL DYNAMICS

# 第一章

## 結構動力概論

### 1.1 結構動力分析的基本目的

本書的主要目的在於提供方法，用來分析任何型式的結構物受任意動荷重所產生的應力與變位。從某一方面來說，這種目的可視為標準結構分析法的延伸，因為該類方法一般僅考慮靜態荷重，如將動態荷重一併考慮，則靜荷重可視為動荷重的特殊情形。可是，在分析線性結構物時，如將靜荷重與動荷重分開考慮則比較方便。因為將各類荷重下的反應算出後，再將其疊加就可得到全反應。如持後一觀點，靜力分析與動力分析在本質上就不一樣了。

就觀念而言，「動態」( dynamic ) 一詞，可定義為隨時間而變；所以動荷重即指該力的大小、方向、作用點都隨時時間改變。同理，受動荷重作用，結構物的反應（即應力與變位）亦隨時時間而改變，是為動態反應。