

工程向量力學題解

(靜力學篇)

解題者 吳志文

Vector Mechanics for Engineers
STATICS Beer and Johnston Fourth Edition

科技圖書股份有限公司

工程向量力學題解

(靜力學篇)

第四版

解題者：吳志文

科技圖書股份有限公司

本公司經新聞局核准登記
登記證局版台業字第1123號

書名：工程向量力學（靜力題解）

原著者：Beer/Johnston

解題者：吳志文

發行人：趙國華

發行者：科技圖書股份有限公司

台北市重慶南路一段49號四樓之一

電話：3118308・3118794

郵政劃撥帳號 0015697-3

七十五年五月初版
七十六年十月二版

特價新台幣 200 元

工程向量力學

(靜力學篇) 題解

目 錄

第二章	質點靜力學	1
第三章	剛體：力的等效系	81
第四章	剛體平衡	168
第五章	分佈力：形心與重心	269
第六章	結構分析	381
第七章	樑與索中的力	525
第八章	摩 擦	645
第九章	分佈力：慣性矩	750
第十章	虛功法	883

第二章 質點靜力學

2.1 用圖解法求圖所示兩力的合力方向與大小：(a)用平行四邊形法；(b)用三角法則。

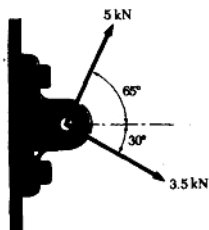


圖 P 2.1

【解】 (a) 平行四邊形定律

$$\vec{R} = 5.8 \text{ kN} \angle 29^\circ$$

(b) 三角形法則

應用餘弦定律

$$R^2 = 5^2 + (3.5)^2 - 2(5)(3.5) \cos 85^\circ$$

$$R = 5.8 \text{ kN}$$

應用正弦定律

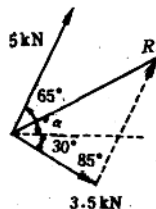
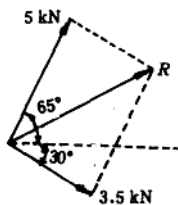
$$\frac{5}{\sin(\alpha + 30^\circ)} = \frac{5.8}{\sin 85^\circ}$$

$$\sin(\alpha + 30^\circ) = 0.859$$

$$\alpha + 30^\circ = 59.1^\circ$$

$$\alpha = 29.1^\circ$$

$$\text{故 } \vec{R} = 5.8 \text{ kN} \angle 29.1^\circ$$



2 工程向量力學（靜力學篇）題解

2.2 用圖解法求圖所示兩力的合力方向與大小：(a)用平行四邊形法；(b)用三角法則。

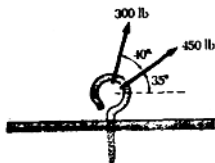


圖 P 2.2

【解】 (a) 平行四邊形定律

$$\vec{R} = 690 \text{ lb} \angle 50^\circ$$

(b) 三角形法則

$$R^2 = 450^2 + 300^2 - 2(450)(300)\cos 140^\circ$$

$$R = 707 \text{ lb}$$

應用正弦定律

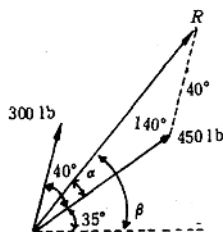
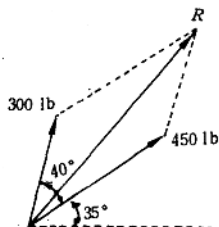
$$\frac{300}{\sin \alpha} = \frac{707}{\sin 140^\circ}$$

$$\sin \alpha = 0.27$$

$$\alpha = 15.8^\circ$$

$$\beta = \alpha + 35^\circ = 50.8^\circ$$

$$\text{故 } \vec{R} = 707 \text{ lb} \angle 50.8^\circ$$



2.3 兩結構構材B與C鉗在托座上。已知兩構材均承受壓力，構材B中的力為1200 lb，構材C中的力為1600 lb。用圖解法求施在托座上的合力方向與大小。

【解】 $T_B = 1200 \text{ lb}$

$$T_C = 1600 \text{ lb}$$

$$\vec{R} = 2360 \text{ lb} \angle 82^\circ$$

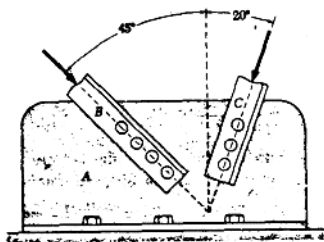
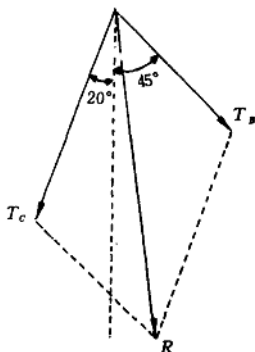


圖 P 2.3 與 P 2.4

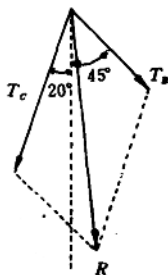


2.4 兩結構構材 B 與 C 鉚在托座上。已知兩構材均承受壓力，構材 B 中的力為 8 kN ，構材 C 中的力為 12 kN 。用圖解法求加在托座上的合力方向與大小。

【解】 $T_B = 8 \text{ kN}$

$T_C = 12 \text{ kN}$

$\vec{R} = 17 \text{ kN} \searrow 84^\circ$



2.5 將大小為 500 lb 的力分解成沿線 $a-a$ 與線 $b-b$ 的兩個分力。已知沿線 $a-a$ 的 F 分力為 400 lb ，用三角法求角 α 。

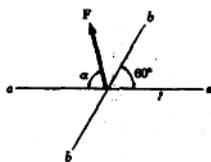


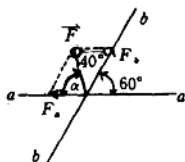
圖 P2.5 與 P2.6

【解】 $|\vec{F}| = 500 \text{ lb}$ ， $\vec{F} = \vec{F}_a + \vec{F}_b$ ， $F_a = 400 \text{ lb}$

利用正弦定律

4 工程向量力學（靜力學篇）題解

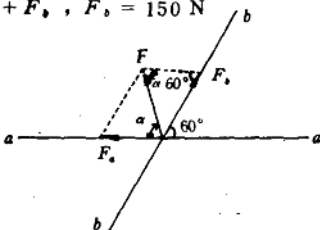
$$\begin{aligned}\frac{F}{\sin 60^\circ} &= \frac{F_a}{\sin (120^\circ - \alpha)} \\ \Rightarrow \frac{500}{\sin 60^\circ} &= \frac{400}{\sin (120^\circ - \alpha)} \\ \Rightarrow \alpha &= 76.1^\circ\end{aligned}$$



2.6 將大小為 400 N 的力 F 分解成沿線 $a-a$ 與線 $b-b$ 的兩個分力。已知沿線 $b-b$ 的 F 分力為 150 N，用三角法求角 α 。

【解】 $|\vec{F}| = 400 \text{ N}$ ， $\vec{F} = \vec{F}_a + \vec{F}_b$ ， $F_b = 150 \text{ N}$

$$\begin{aligned}\frac{F}{\sin 60^\circ} &= \frac{F_b}{\sin \alpha} \\ \Rightarrow \frac{400}{\sin 60^\circ} &= \frac{150}{\sin \alpha} \\ \Rightarrow \alpha &= 18.95^\circ\end{aligned}$$



2.7 用兩根繩索將一枝埋在地上的樁拔出，佈置如圖所示。(a) 已知 $\alpha = 30^\circ$ ，用三角法求使施在樁上的力成垂直時，力 P 的大小；(b) 其相對應的合力的大小為何？

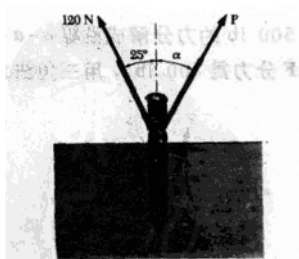


圖 P 2.7 與 P 2.12

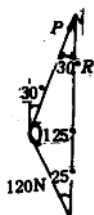
【解】 (a) 利用正弦定律

$$\frac{120}{\sin 30^\circ} = \frac{P}{\sin 25^\circ}$$

$$\Rightarrow P = 101 \text{ N}$$

$$(b) \quad \frac{R}{\sin 125^\circ} = \frac{120}{\sin 30^\circ}$$

$$R = 196.6 \text{ N}$$



2.8 用兩根繩索拖拉一拋錨汽車，如圖所示：AB中的拉力為400 lb， α 角為 20° 。已知施在A點處的兩力的合力方向係沿汽車的軸，用三角法求：(a)繩索AC中的拉力；(b)施在A處，兩力的合力大小。

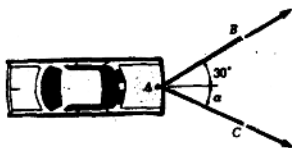


圖 P 2.8 與 P 2.11

【解】 $T_{AB} = 400 \text{ lb}$

$$(a) \quad \frac{T_{AC}}{\sin 30^\circ} = \frac{T_{AB}}{\sin 20^\circ}$$

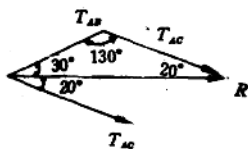
$$\Rightarrow \frac{T_{AC}}{\sin 30^\circ} = \frac{400}{\sin 20^\circ}$$

$$\Rightarrow T_{AC} = 585 \text{ lb}$$

$$(b) \quad \frac{T_{AB}}{\sin 20^\circ} = \frac{R}{\sin 130^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{400}{\sin 20^\circ} = \frac{R}{\sin 130^\circ}$$

$$\Rightarrow R = 896 \text{ lb}$$



6 工程向量力學（靜力學篇）題解

2.9 設繩索 AB 中的拉力為 2.4 kN ， $\alpha = 25^\circ$ 。求解習題 2.8。

【解】 $T_{AB} = 2.4 \text{ kN}$

$$(a) \quad \frac{T_{AB}}{\sin 25^\circ} = \frac{T_{AC}}{\sin 30^\circ}$$

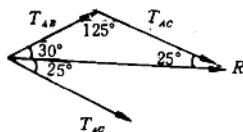
$$\Rightarrow \frac{2.4}{\sin 25^\circ} = \frac{T_{AC}}{\sin 30^\circ}$$

$$\Rightarrow T_{AC} = 2.8 \text{ kN}$$

$$(b) \quad \frac{R}{\sin 125^\circ} = \frac{T_{AB}}{\sin 25^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{\sin 125^\circ} = \frac{2.4}{\sin 25^\circ}$$

$$\Rightarrow R = 4.65 \text{ kN}$$



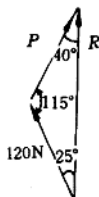
2.10 假設 $\alpha = 40^\circ$ ，求解習題 2.7。

【解】 (a) $\frac{P}{\sin 25^\circ} = \frac{120}{\sin 40^\circ}$

$$\Rightarrow P = 78.9 \text{ N}$$

$$(b) \quad \frac{R}{\sin 115^\circ} = \frac{120}{\sin 40^\circ}$$

$$\Rightarrow R = 169.2 \text{ N}$$



2.11 用兩繩索拖拉一拋錨汽車，如圖所示。已知索 AB 中的拉力為 500 lb ，用三角法求索 AC 中的拉力與 α 值，使加在 A 點處的力為 800 lb ，方向沿汽車軸。

【解】 $T_{AB} = 500 \text{ lb}$ ， $R = 800 \text{ lb}$

$$\frac{R}{\sin (150^\circ - \alpha)} = \frac{T_{AB}}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{800}{\sin (150^\circ - \alpha)} = \frac{500}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow (8 + 5 \cos 150^\circ) \tan \alpha = 5 \sin 150^\circ$$

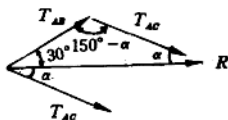
$$\Rightarrow \tan \alpha = 0.681$$

$$\Rightarrow \alpha = 34.3^\circ$$

$$\frac{T_{AC}}{\sin 30^\circ} = \frac{T_{AB}}{\sin 34.3^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{T_{AC}}{\sin 30^\circ} = \frac{500}{\sin 34.3^\circ}$$

$$\Rightarrow T_{AC} = 444 \text{ lb}$$



2.12 用兩繩索將埋在地下的樁拔出，如圖所示。已知其中一索中的拉力為 120 N，用三角法求力 P 力大小與方向，使其合力為 160 N 的垂直力。

【解】 $R = 160 \text{ N}$

$$\beta = 180^\circ - 25^\circ - \alpha = 155^\circ - \alpha$$

利用正弦定律

$$\frac{120}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin \beta}$$

$$\Rightarrow \frac{120}{\sin \alpha} = \frac{160}{\sin (155^\circ - \alpha)}$$

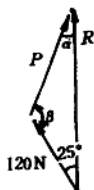
$$\Rightarrow (3 \cos 155^\circ + 4) \tan \alpha = 3 \sin 155^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 44.7^\circ$$

$$\frac{P}{\sin 25^\circ} = \frac{120}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{\sin 25^\circ} = \frac{120}{\sin 44.7^\circ}$$

$$\Rightarrow P = 72.1 \text{ N}$$



2.13 用三角法求解題 2.1。

【解】 由習題 2.1 的圖可知

$$R^2 = 5^2 + (3.5)^2 - 2(5)(3.5) \cos 85^\circ$$

8 工程向量力學（靜力學篇）題解

$$\Rightarrow R = 5.8 \text{ kN}$$

$$\frac{5}{\sin(\alpha + 30^\circ)} = \frac{5.8}{\sin 85^\circ}$$

$$\Rightarrow \alpha = 29.1^\circ$$

$$\therefore \vec{R} = 5.8 \text{ kN} \angle 29.1^\circ$$

2.14 用三角法求如圖 P 2.14 所示的兩力的合力大小與方向。

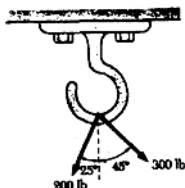


圖 P 2.14

【解】 餘弦定律

$$R^2 = 200^2 + 300^2 - 2(200)(300)\cos 110^\circ$$

$$\Rightarrow R = 414 \text{ lb}$$

正弦定律

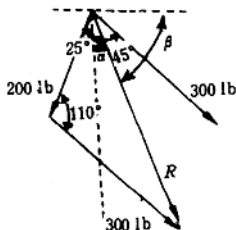
$$\frac{R}{\sin 110^\circ} = \frac{300}{\sin(25^\circ + \alpha)}$$

$$\Rightarrow \frac{414}{\sin 110^\circ} = \frac{300}{\sin(25^\circ + \alpha)}$$

$$\Rightarrow \alpha = 18^\circ$$

$$\Rightarrow \beta = 90^\circ - \alpha = 72^\circ$$

$$\Rightarrow \vec{R} = 414 \text{ lb} \searrow 72^\circ$$



2.15 若施於習題 2.7 中的牆上兩力的合力為垂直，試求：(a) 使 P 的大小為最小值的 α 值；(b) 其相對應的 P 力大小。

【解】

$$\frac{P}{\sin 25^\circ} = \frac{120}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow P = \frac{120 \sin 25^\circ}{\sin \alpha}$$

$$(a) \quad \frac{dP}{d\alpha} = 0 = \frac{-120 \sin 25^\circ \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = 0, \alpha = 90^\circ$$

(b) 由圖知

$$\begin{aligned} P &= 120 \sin 25^\circ \\ &= 50.7 \text{ N} \end{aligned}$$

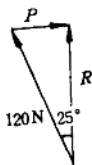
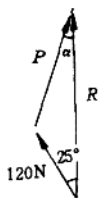
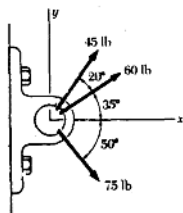
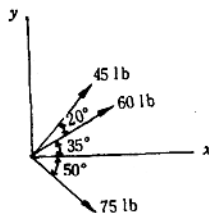
2.16 求 P 2.16 圖中所示的各力的 x 與 y 分力。

圖 P 2.16

【解】

力量(lb)	x 分量(lb)	y 分量(lb)
60	49.1	34.4
45	25.8	36.9
75	48.2	-57.5

2.17 求 P 2.17 圖中所示的各力的 x 與 y 分力。

10 工程向量力學 (靜力學篇) 題解

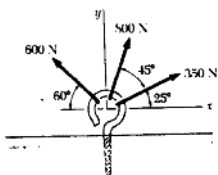
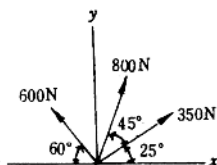


圖 P 2.17

【解】 力量(N) x 分量(N) y 分量(N)

600	-300	520
800	274	752
350	317	148



2.18 求 P 2.18 圖中所示的各力的 x 與 y 分力。

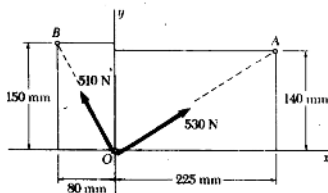


圖 P 2.18

【解】 力量(N) x 分量(N) y 分量(N)

510	-240	450
530	450	280

2.19 求 P 2.19 圖中所示的各力的 x 與 y 分力。

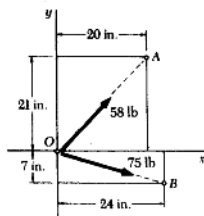


圖 P 2.19

【解】 $\overline{OA} = \sqrt{20^2 + 21^2} = 29$, $\overline{OB} = \sqrt{24^2 + 72} = 25$

$\Rightarrow$ 力量(lb) x 分量(lb) y 分量(lb)

58	40	42
75	72	-21

2.20 如圖 P 2.20 所示的虎頭鉗的構材 CB ，對方塊 B 的施力方向沿線 CB 的力 P 。已知 P 必需具有 200 lb 的水平分力。試求：(a) 力 P 的大小；(b) 其垂直分力。

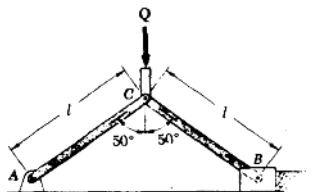


圖 P 2.20

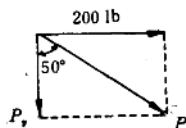
【解】 (a) $P \sin 50^\circ = 200$

$$\Rightarrow P = 261 \text{ lb}$$

(b) $P_v = -P \cos 50^\circ$

$$= -261 \cos 50^\circ$$

$$= -167.8 \text{ lb}$$



2.21 油壓筒 GE 對構材 DF ，施力方向沿 GE 線的力 P 。已知 P 必需具有與構材 DF 垂直的 600 N 的分力。試求：(a) 力 P 的大小；(b) 與 DF 平行的分力。

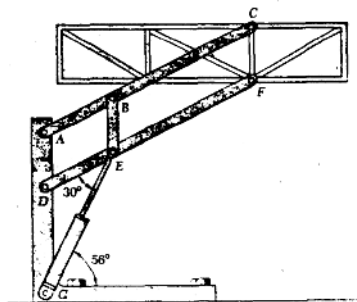


圖 P 2.21

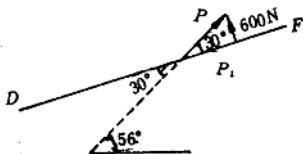
12 工程向量力學（靜力學篇）題解

【解】 $600 = P \sin 30^\circ$

$\Rightarrow P = 1200 \text{ N}$

平行於 DF 之分量 P_1

$$\begin{aligned} P_1 &= P \cos 30^\circ \\ &= 1200 \cos 30^\circ \\ &= 1039 \text{ N} \end{aligned}$$



2.22 電線桿的拉索中受拉力 370 lb。試求施在 C 處的錨碇上力的水平與垂直分力。

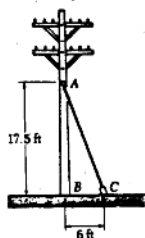


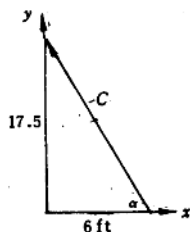
圖 P 2.22

【解】 $\tan \alpha = \frac{17.5}{6}$, $C = 370 \text{ lb}$

$\Rightarrow \alpha = 71.1^\circ$

$$\begin{aligned} C_x &= -C \cos \alpha = -370 \cos 71.1^\circ \\ &= -120 \text{ lb} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_y &= C \sin \alpha = 370 \sin 71.1^\circ \\ &= 350 \text{ lb} \end{aligned}$$



2.23 壓力構材 BC 對位在 C 點的樞上，施力方向沿線 BC 的 365 N 力。求該力的水平及垂直分力。

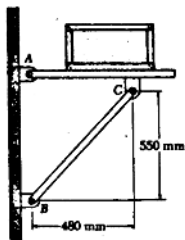


圖 P 2.23

【解】

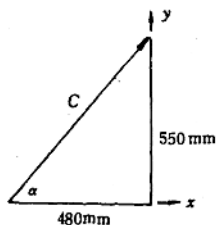
$$C = 365 \text{ N}$$

$$\tan \alpha = \frac{550}{480}$$

$$\Rightarrow \alpha = 48.9^\circ$$

$$C_x = C \cos \alpha = 365 \cos 48.9^\circ \\ = 240 \text{ N}$$

$$C_y = C \sin \alpha = 365 \sin 48.9^\circ \\ = 275 \text{ N}$$

2.24 用 x 與 y 分力求解習題 2.2。【解】 力量(lb) x 分量(lb) y 分量(lb)

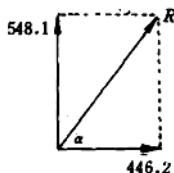
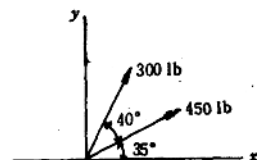
300	77.6	290
450	368.6	258.1

$$R_x = 446.2 \quad R_y = 548.1$$

$$R = \sqrt{(446.2)^2 + (548.1)^2} = 707 \text{ lb}$$

$$\tan \alpha = \frac{548.1}{446.2}, \quad \alpha = 50.8^\circ$$

$$\therefore \vec{R} = 707 \text{ lb} \angle 50.8^\circ$$

2.25 用 x 與 y 分力求解習題 2.1。【解】 力量(kN) x 分量(kN) y 分量(kN)

5	2.11	4.53
3.5	3.03	-1.75

$$R_x = 5.14 \quad R_y = 2.78$$

$$R = \sqrt{(5.14)^2 + (2.78)^2} = 5.8 \text{ kN}$$