

# 物 理 学

## 第 四 章

(試用教材)

成都电訊工程学院

一九七一年十二月

## 目 录

|        |                |
|--------|----------------|
| 第四章    | 振动及波动的概念       |
| § 4-1  | 振动             |
| § 4-2  | 谐振动            |
| § 4-3  | 振动的振幅, 周期和频率   |
| § 4-4  | 单摆的振动          |
| § 4-5  | 单摆的振动定律        |
| § 4-6  | 阻尼振动           |
| § 4-7  | 受迫振动           |
| 4-8    | 共振             |
| § 4-9  | 共振在技术上的意义      |
| § 4-10 | 波动的一般概念        |
| 附录1    | 谐振动方程、单摆振动周期公式 |
| 附录2    | 习题及思考题         |

## 第四章 振动及波动的概念

### § 4-1 振动

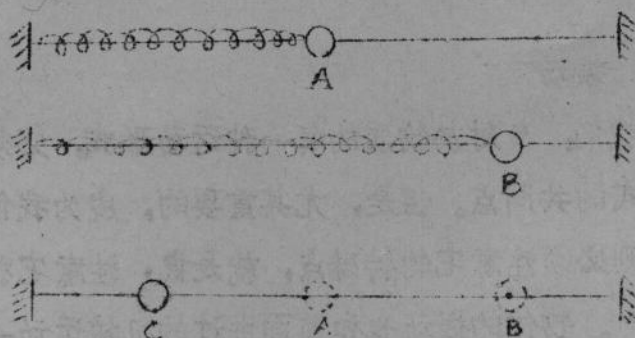
毛主席教导我们：“对于物质的每一种运动形式，必须注意它和其他各种运动形式的共同点。但是，尤其重要的，成为我们认识事物的基础的东西，则必须注意它的特殊点，就是说，注意它和其他运动形式的质的区别”。物体的振动也和前面讲过的机械运动一样，服从牛顿运动定律，但前面讲的是一物体在不变力作用下的运动，那种运动是等加速运动。本章内我们要研究的运动是当物体所受的合力为变力，且力的方向始终在一直线上并指向某一定点，在这种作用下，物体沿着直线或弧线经过某一中心位置来回运动，这样的运动，就叫做振动。振动也和其他机械运动一样是日常常见的一种运动。我们在生活中常见的如弹簧受外力拉长或压缩再撤去外力时的运动就是振动。一个弹簧片一端固定后，另一端受力作用后即发生振动。被敲打后的鼓皮就发生振动。在生产中如蒸汽机上的活塞在汽缸中的来往运动就是振动。在无线电通讯中也会遇到电的振动，也会经常用到振动的基本规律。

### § 4-2 谐振动。

毛主席教导我们：“就人类认识的秩序说来，总是由认识个别的和特殊的事物，逐步地扩大到认识一般的事物。”振动现象是多种多样的，其中最简单的就是谐振动，它又是讨论一般振动的基础。现在用图(4-1)的装置来研究它。

这种装置的作法是，把一个直径方向上有孔的重球穿在一根水平的光滑棍上，在棍上还穿一个钢制的弹簧，弹簧的一端固定在棍的端

点，另一端固定在重球上。



图(4-1) 拴在弹簧上的球的振动

球在位置A处，弹簧不伸长也不缩短，此处称为平衡位置。如果把球拉到右方的位置B后再放开，它就要在平衡位置A的附近来回运动，称为振动。

重球为什么会振动呢？为了找出这种运动的规律，首先分析钢球的受力情况，然后根据牛顿运动定律建立方程式，找出其规律来。原来，当向右方拉球的时候，我们把弹簧拉长，这样弹簧就产生了一个使球回到平衡位置的力。放开以后，球就在这个力的作用下向左作加速运动。当球回到平衡位置的时候，它已经具有了一定的速度，因此，虽然这时已不受到弹簧的拉力（弹簧已不再是伸长的），球也并不停止下来，而要继续向左运动。球在越过平衡位置向左运动中要压缩弹簧，被压缩的弹簧就产生一个阻碍球运动的力，因此球减速地到达某一位置C时就不能再向左运动。然后，在压缩弹簧的作用下，球又向右作加速运动。跟前面所说的情况相似，球并不停止在它的平衡位置上，而要越过这个位置并再次到达B。这样就完成了一个全振动，以后的运动将是重复上述的过程。

当然，影响重球振动的，除了弹簧的弹力，还有球和棍之间的摩擦力。但是由于球的孔壁和棍都做得很光滑，这个摩擦力是很小的，

因此，在对重球的振动作初步研究的时候，我们可以不考虑摩擦力。

实验表明，振动物体离开平衡位置的位移（从平衡位置指向该时刻球的位置）增加时，弹簧的弹力也成正比的增加。这就是说，如果球离开平衡位置的位移等於 $x$ ，那么，它在这个位置所受到的弹力 $F$ 就可以写成：

$$F = K x,$$

式中 $K$ 是一个比例常数，对于一个弹簧来说是一个恒量，在数值上等於弹簧伸长单位长度时所产生的弹力。

应该指出，力 $F$ 总是指向平衡位置的，因而它的方向总是跟从平衡位置量起的位移 $x$ 的方向相反的。为了在公式中把这一点表示出来，上式应该改写成：

$$F = -K x。$$

物体在跟位移成正比的，並且总是指向平衡位置的力的作用下的振动，就叫做谐振动。

我们所研究的重球的振动，就是谐振动的一个例子。

根据牛顿第二定律， $F = ma$ （ $F$ 是作用力， $m$ 是物体的质量， $a$ 是物体在 $F$ 作用下得到的加速度）。所以，在(1)式中可以用 $ma$ 来代替 $F$ ，这样得到 $ma = -K x$ ，即

$$a = -\frac{K}{m} x。$$

上式告诉我们：在谐振动中，物体的加速度总是跟位移的大小成正比，加速度的方向总是跟位移的方向相反。

解出上述方程，可得物体振动的规律，但它超出我们规定的任务，暂不讨论。

### § 4-3 振动的振幅，周期和频率

各种各样的振动现象之间是存在着重大差别的，但同时它们也有许多重要的共同性质，因此可以引入一些表明它们的共同性质的物理量。现在，我们就用图（4-1）所示的谐振动来认识这些物理量。

振动物体离开平衡位置最大的距离叫做振幅，在图（4-1）中重球的振幅就等於A B或A C。

物体完成一个全振动所经过的时间叫做周期，在图（4-1）中重球由位置B经位置A到位置C，再经位置A回到位置B的时间，或者重球由位置A到位置C，再经位置A到位置B，再回到位置A的时间，都等於它的周期。

在1秒钟内完成全振动的次数叫做频率。

如果振动的周期等1秒，那么，它的频率也等於一个单位。频率的单位叫做赫兹。

如果一个物体振动的周期等於 $1/10$ 秒，那么，它的频率就等於10赫兹。

一般说来，如果用T代表某一振动物体的周期，用f代表同一物体的振动频率，那么，就可以写出：

$$f = \frac{1}{T}$$

### § 4-4 单摆的振动

振动中最常见的和最容易观察到的例子就是单摆的振动。把一个小球拴在一根细长的线上；如果线的质量跟小球的质量比起来是可以略去不计，而线的长度跟球的直径比较起来大得很多，那么这样的装置就是一个单摆。

使摆从平衡位置A拉开后再放开它，它就振动起来。现在来讨论

一下振动的原因。

当摆静止在平衡位置的时候，作用到摆球上的重力和线的拉力平衡。但当摆偏开到位置B的时候，重力 $P$ 和线的拉力 $Q$ 就不在同一直线上了。

这两个力的合力 $F$ ，从图(4-2)可以看出，总是指向平衡位置这一边的。合力 $F$ 的大小是随着摆线的偏角的增加而增加的。正是这个合力 $F$ 使摆在放开后回到平衡位置去的。

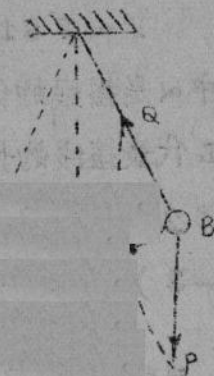
摆在达到平衡位置时， $F$ 等于零，但由于摆已具有一定的速度，因此将继续向左边运动。但在越过平衡位置以后， $F$ 将成为阻碍运动的力；摆离开平衡位置越远，阻碍它运动的力 $F$ 就越大。结果摆在到达某一位置C时就不能再向左运动。

然后，摆在力 $F$ 的作用下向右运动。在到达平衡位置以前， $F$ 的作用是使摆加速，但 $F$ 的大小越来越小。摆越过平衡位置以后， $F$ 的作用又变成使摆减速，同时 $F$ 的大小越来越大，结果使摆达到位置B时就不能再向右运动。

这样，摆就在 $F$ 的作用下完成了一个全振动。以后摆的运动将是重复上述的过程。

前面说过，使摆往复振动的合力 $F$ 是随着摆线的偏角的增加而增加的，现在再来讨论它们的数量关系。

当摆在位置B的时候，重力 $P$ 是竖直向下的，线的拉力 $Q$ 是沿着线的方向向上的，它们的合力 $F$ 是跟摆线垂直并且指向平衡位置这一边的。因此，虽然我们不知道拉力 $Q$ 的大小，但也可以用图解



图(4-2) 单摆的振动

法求出合力  $F$  来 (图 4-3)。从图中可以看出:

$$F = P \sin \alpha \quad (1)$$

其中  $\alpha$  是摆线的偏角。

用  $L$  代表摆线的长度, 即  $OA = OB = L$ , 那么, 如果用弧度表示角  $\alpha$ , 从图 (4-3) 可以看出,

$$\alpha = \frac{\widehat{AB}}{L}。$$

如果摆在振动过程中偏角  $\alpha$  很小, 弧长  $\widehat{AB}$  跟弦长  $AB$  的差别也就很小,

弦长  $AB$  就是摆球离开平衡位置的位移, 用  $x$  来代表它。这样, 就可以把偏角改写成  $\alpha = \frac{x}{L}。$

在偏角很小的时候,  $\sin \alpha$  和  $\alpha$  之间的差别也很小, 因此 (1) 式中的  $\sin \alpha$  可以用  $\alpha$  来代替。这样, (1) 式就改写成;

$$F = P \frac{x}{L}。 \quad (2)$$

如果考虑到合力  $F$  的方向总是跟位移  $x$  的方向相反, 並且要在公式中表示出来, 那么, (2) 式就要改写成:

$$F = -P \frac{x}{L} \quad \text{或} \quad F = -\frac{P}{L} x。 \quad (3)$$

$P$  和  $L$  都是不变的量, 因此, (3) 式可以改写成

$$F = -K x, \quad \text{其中} \quad K = \frac{P}{L}。$$

由此可见, 在振幅小的时候, 单摆的振动是跟位移成正比的, 並且总是指向平衡位置的力的作用下进行的。

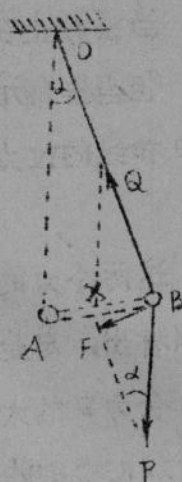


图 (4-3) 推导单摆公式的附图

我们已经知道，在这样的力作用下的振动就是简谐振动。所以，在振幅小的时候，单摆的振动是一种简谐振动。

## § 4—5 单摆的振动定律。

毛主席教导我们：“通过实践而发现真理……”。

当单摆振动时，它的幅角小于 $5^\circ$ 的情况下，摆锤的振动可以看成是谐振动。

通过实践，我们可以得到单摆振动的一些规律：

1. 如果在长度相等的几根线上，分别悬挂着质量不同的小球，使它们振动起来。结果我们可以测出它们的周期都是相等的。这个规律可以总结为：单摆振动的周期与小球的质量无关。

2. 如果将几个摆长相同的摆在不同的幅角（都在 $5^\circ$ 以内）开始振动，结果我们测出它们的周期都是相等的。这个规律可以总结为：当单摆振动的幅角不太大时（不超过 $5^\circ$ ），它的周期与振幅无关（这个性质叫做单摆的等时性）。

3. 单摆的振动周期跟摆长的平方根成正比。如我们把摆长增为原来的四倍，周期增为原来的2倍，又如把摆长减为原来的 $\frac{1}{9}$ ，周期就减为原来的 $\frac{1}{3}$ 。

4. 单摆振动周期与重力加速度的平方根成反比。

以上四个规律，我们常常叫做单摆的振动定律。

可以在分析单摆振动的基础上，建立运动方程，计算出单摆振动的周期公式

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}},$$

式中 $g$ 为重力加速度， $L$ 为摆长， $T$ 为摆的周期。

## § 4—5 振动中能量的转变

毛主席教导我们：“大家明白，不论做什么事，不懂得那件事的情形，它的性质，它和它以外的事情的关联，就不知道那件事的规律，就不知道如何去做，就不能做好那件事”。

使摆由平衡位置偏开的时候，我们要做功来使摆升高。当摆达到最高位置（B点）时它的势能最大。如果把摆在平衡位置时的势能取作零，那么，摆在偏开到最高位置时的势能就等於我们所做的功（假设没有任何能量损失）。

摆从位置B运动到越来越低的位置上，它的势能就越来越小，但同时它的速度却不断增加，因此它的动能就越来越大。当摆到达最低的平衡位置A时，它的势能等於零，而动能达到最大值（因为在这里摆的速度最大）。假如没有任何能量损失，那么，根据能量守恒定律，摆在通过平衡位置时的动能就等於它在最高位置时的势能。当摆通过这段路程中的任何中间位置时，它的势能和动能的和等於它在最高位置B时的势能。

当摆由位置A运动到位置O的时候，它的位置越来越高，因此它的势能越来越大，同时它的速度和动能越来越小。当摆达到位置O时，也就是当它到达跟位置B同样高的地方时，它的动能等於零。摆在位置B和位置O的势能是相等的。

在图（4—1）的装置里也可以进行相似的能量转变过程，只不过在这里跟动能相互转变的不是重力势能而是弹性势能。

#### § 4—6 阻尼振动

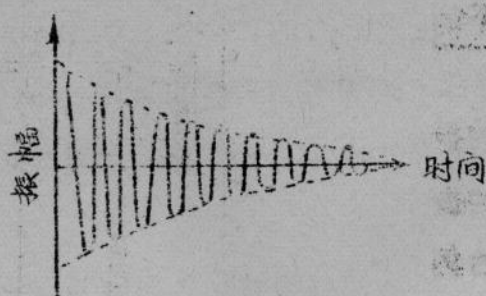
如果我们供给摆一定的能量（例如碰它一下或者使它偏开后再放开它）来使摆开始摆动，以后就不再干涉它，并且假定在以后的振动过程中不受到摩擦和其它任何阻力，那么，根据上一节的讨论知道，

摆的振动将永远继续下去。这种振动叫做固有振动或自由振动。

物体在作固有振动时的频率通常叫做它的固有频率。

但是，实际上我们在把摆偏开后再放开它并观察它的振动的时候，就可以发现，它的振幅是逐渐减小的。经过一段时间后它的振动就完全停止下来。为什么呢？原来摆的能量逐渐消耗在克服空气阻力和悬点的摩擦力上面了。

振动的物体克服摩擦和其他阻力作了功，它自己的能量逐渐减小，振幅也随着减小，这种现象叫做振动的阻尼。振幅越来越小的振动叫做阻尼振动。这种振动的图线如图（4—4）所示。



图（4—4）阻尼振动的图线

媒质的阻力越大，振幅的减小就越快，振动也停止得越快。摆在空气中可以振动相当长的时间，但具有同样能量的摆在水中振动的时间就要短得多了。

物体之所以作阻尼振动，是因为它的能量逐渐消耗在克服摩擦和其他阻力上的缘故。因此，如果我们能够根据物体在振动过程中能量消耗的情形给予补充能量，那么，虽然有摩擦和其他阻力，物体的振动也可以保持振幅大小不改变。例如，钟上的摆的振动，就在每一周期中由于齿轮轻微推动调节的摆件而取得补充的能量，因此它的振幅

维持不改变。由前面的讨论可知，在电路中免不了有电阻的存在，

以后在学习电的振动时将会知道，在电路中免不了有电阻的存在，在电振动过程中，电流经过电阻时，在电阻上总有电能量的消耗，因此电的振幅也越来越小，经过一定时间后它的振动就完全停止下来。

如果我们能够根据振动电路在振动过程中能量消耗的情形给予补充能量，那么，电振动可以继续维持其振动。

#### § 4—7 受迫振动

我们已经讨论过了固有振动和阻尼振动，现在再来讨论在自然界和技术中常常可以看到的另一种振动——受迫振动。

物体在周期地变化的外力（强迫力）作用下的振动叫做受迫振动。

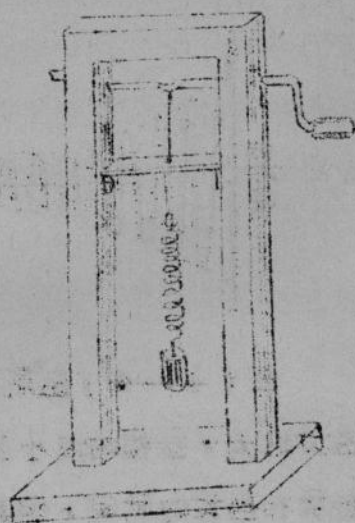
缝纫机上的缝针的振动，蒸汽机上的活塞的振动等，都是受迫振动的例子。

可以用图（4—5）所示的装置来讨论受迫振动。当匀速地转把手的时

候，我们就对砝码产生一个周期地变化的强迫力。

显然，这个强迫力变化的周期就等于把手转动的周期。

当开始转动把手的时候，砝码的运动是很复杂的。但经过很短的时间以后，砝码的运动达到稳定状态，变成周期性的振动了。砝码的



图（4—5）拴在弹簧上的砝码的受迫振动

振动的周期等於強迫力变化的周期。

如果我们先后用不同的频率来匀速地转动把手，就可以看到，无论強迫力的周期如何，作受迫振动的砵码在达到稳定状态后，它的周期都跟強迫力变化的周期相同。

所以，作受迫振动的物体，它在达到稳定状态后的频率总是等於強迫力变化的频率，而跟物体的固有频率没有关系。

在这个实验中还可以看到，砵码的振幅在开始振动的时候是变化的，但过了不久就保持不变。由此可见，作受迫振动的物体，在达到稳定状态以后，克服各种阻力所消耗的能量等於周期变化的強迫力对它所作的功。达到稳定状态的受迫振动是振幅不变化的振动。

#### § 4—8 共振

在受迫振动中有一种很重要的特殊情形，这就是強迫力变化的频率跟物体的固有频率相等时发生的现象——共振。

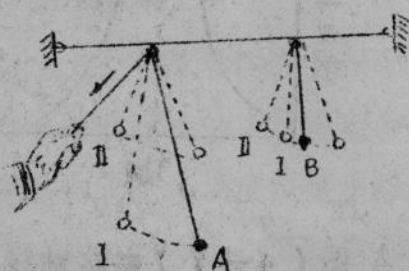


图 (4—6) 研究摆的共振的装置

我们用上图所示的装置来观察共振现象。在一根张紧的绳上挂两个摆 A 和 B。A 摆的长度可以用手拉摆线的自由端来加以改变。

把 A 摆放在用 I 标明的位置，使它开始振动，可以看到 B 摆也发

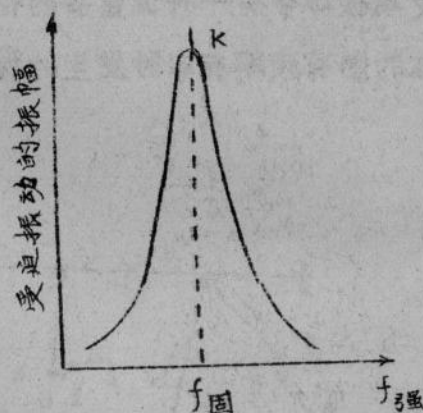
生振动。现在来改变A摆的长度，观察B摆的振动有什么变化。我们发现，在A摆的长度比原来小些的时候，B摆的振幅就比原来的大些。当两个摆的长度相等的时候，B摆的振幅最大，如图中Ⅱ所示，如果使A摆的长度变成小于B摆的长度，B摆的振幅又要减小。

当A摆振动的时候，它通过水平张紧的绳给B摆一个作用力，这个力就是使B摆作受迫振动的强迫力。由前面计算单摆振动的周期时知道，强迫力变化的频率等于A摆振动的频率。

从第五节我们知道，A摆振动的频率（也就是强迫力变化的频率）是随着摆长的减小而增加的。当A摆的摆长等于B摆摆长的时候，强迫力变化的频率就等于B摆的固有频率。

因此，从上述的实验可以得出结论：当强迫力变化的频率等于物体振动固有频率的时候，也就是发生共振的时候，物体的受迫振动的振幅最大。

图（4—7）是受迫振动的振幅跟强迫力变化的频率的关系图。在图中我们用横坐标表示强迫力变化的频率，用纵坐标表示对应的物体的振幅。当强迫力变化的频率（ $f_{\text{强}}$ ）等于物体的固有频率（ $f_{\text{固}}$ ）



图（4—7）共振曲线

时，振幅达到最大值。在图中这个振幅由K点的纵坐标表示。频率  $f_{\text{强}} = f_{\text{固}}$  叫做共振频率，当强迫力的频率大于或小于共振频率时，物体的振幅都比共振时的振幅小。

那么，为什么在  $f_{\text{强}} = f_{\text{固}}$  的时候，物体的振幅达到最大值呢？

这个问题的回答是很简单的。我们知道，要使一个悬挂着的物体（例如秋千）振动起来，就必须加外力来推动它。这个外力並不要很大，但一定要跟物体的运动方向相同。任何跟物体的运动方向相反的推动都会引起振幅的减小。强迫力变化的频率跟物体的固有频率越接近，使物体振幅增大的推动的次数就越多。当强迫力变化的频率等於物体的固有频率时，它的每一次推动都有使物体振幅增加的作用，这时物体的振幅就最大。

#### § 4—9 共振在技术上的意义

毛主席教导我们：“事物都是一分为二的”。

共振在许多现象中有着很重要的意义，在有一些现象中它是有用的，在另一些现象中它又是有害的。

在火车过铁桥的时候，在轮跟铁轨啮接处的撞击要产生周期性的作用力：如果这种作用力的频率跟桥的固有频率相等，就要发生共振。这时桥的振动可以强烈到使桥破坏的程度。为了防止这种现象发生，火车在过桥时要开慢车，使车轮和铁轨啮接处撞击的作用力的频率比桥的固有频率小得多。

轮船在水上也有摆动的固有频率，如果波浪的撞击的频率跟船的固有频率相等而发生共振，颠簸就会特别厉害。这时应该改变船的航行方向和速度的大小，使波浪撞击船的频率改变，以免共振。

几乎所有的机器在工作时都有周期性的力在作用着，因此都不可避免的要发生不需要的振动。通常作用力变化的频率跟机器或安装机器的支持物的各部分的固有频率相差很多，这种振动也很小。但如果这两种频率相等，就要发生共振，这时振动就可以强烈到发生事故（机器或支持物损坏）的程度。在这种情形下，必须採用特殊的办法来

避免共振或使它减弱（改变物体的固有频率，增加振动的阻尼等等）。

振动在技术上的危害性固然很大，可是，另一方面，它在技术上的利用也是很重要的。我们在后面学习“电磁振荡和电磁波”的时候，就要研究应用的例子。收音机的调谐，就是利用电的共振现象。