

微积分讲义习题集

(第一册)

北京工业学院数学教研室

1979.8.

目 录

第一章 函数与极限	1
§ 1.1 函数概念	1
§ 1.2 初等函数	1
§ 1.3 极限概念	8
§ 1.4 极限运算法则	10
§ 1.5 无穷大与无穷小	10
§ 1.6 函数的连续性	11
§ 1.7 函数单调性与无穷大	12
第二章 导数与微分	14
§ 2.1 导数概念	14
§ 2.2 导数的运算法则	16
§ 2.3 导数的几何意义	19
§ 2.4 隐函数的导数	20
§ 2.5 相关变化率	22
§ 2.6 微分概念	23
§ 2.7 拉格朗日定理	26
§ 2.8 函数的增减性与极值	29
§ 2.9 高阶导数与高阶微分	29
§ 2.10 曲线的凹凸与拐点	38

第三章 定积分与不定积分 ~~~~~ 40

§3.1 定积分概念 ~~~~~ 40

§3.2 定积分的性质 ~~~~~ 41

§3.3 定积分的基本定理 ~~~~~ 43

§3.4 不定积分概念 ~~~~~ 45

§3.5 微元积分法 ~~~~~ 47

§3.6 积分在几何上的应用 ~~~~~ 50

§3.7 积分在物理上的应用 ~~~~~ 52

第四章 超越函数 ~~~~~ 57

§4.1 反函数 指数函数与对数函数 ~~~~~ 57

§4.2 指数函数与对数函数的微分法 ~~~~~ 60

§4.3 三角函数与反三角函数 ~~~~~ 62

§4.4 三角函数与反三角函数的微分法 ~~~~~ 63

§4.5 导数的应用 ~~~~~ 65

§4.6 超越函数的积分 ~~~~~ 67

§4.7 分式积分法 ~~~~~ 69

§4.8 积分的应用 ~~~~~ 71

§4.9 双曲函数及反双曲函数 ~~~~~ 80

§4.10 广义积分 ~~~~~ 82

第五章 常见函数的积分法 84

§ 5.1 有理函数的积分法 84

§ 5.2 三角函数的有理式积分 85

§ 5.3 无理函数的积分法 86

§ 5.4 定积分的近似计算法 90

第六章 参量方程与极坐标方程 90

§ 6.1 曲线的参量方程 91

§ 6.2 参量方程的应用 93

§ 6.3 曲线的弧长 95

§ 6.4 曲线的曲率 96

§ 6.5 曲线的极坐标方程 98

§ 6.6 极坐标方程的应用 100

答案 103

第一章 函数与极限

§1.1 函数概念 §1.2 初等函数

1.1 所有满足 $2 < x \leq 5$ 的 x 值中, 有无最大者与最小者?

解下列不等式或方程 (1.2-1.12):

1.2 $x^2 < 9$

1.3 $0 < (x-2)^2 \leq 4$

1.4 $0 < |x-2| < 4$

1.5 $\frac{1}{|x+1|} \geq 1$

1.6 $\frac{1}{|2x+3|} \leq 2$

1.7 $|ax - x_0| \leq \delta$ ($a > 0, \delta > 0, x_0$ 是常数).

1.8 $|cy - y_0| > M$ ($c > 0, M > 0, y_0$ 是常数).

1.9 $|x| = x+1$

1.10 $|x| = -x$

1.11 $|\sin x| = \sin x + 2$

1.12 $|2x+3| = x^2$

1.13 在数轴上画出 $|x-1| < 2$ 及 $0 < |x-1| < 2$, 并指出这两个不等式在几何上的区别.

函数的记号: 函数值

1.14 若 $f(x) = \frac{|x-2|}{x+1}$, 求 $f(2), f(-2), f(0), f(a), f(a+b)$.

1.15 若 $\varphi(x) = 2^{x-2}$, 求 $\varphi(2), \varphi(-2), \varphi(0), \varphi(\frac{5}{2})$.

1.16 若 $g(t) = t^2 + 1$, 求 $g(t^2), [g(t)]^2$.

1.17 若 $f(x) = x^2 - 3x + 7$, 求 $f(x+\Delta x), f(x-\Delta x)$.

- $f(x)$.

1.18 若 $f(x) = \frac{1}{x}$, 求 $f(x+\Delta x) - f(x)$.

1.19 若 $f(x) = x^2 - 2x + 3$, 试解方程 $f(x) = f(-1)$.

1.20 若 $f(x) = \frac{1}{x}$, 求 $f(\frac{1}{x})$.

1.21 从给出了的对应值:

$$a) \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 2 \\ \hline y & 4 & 6 \end{array}$$

$$b) \begin{array}{c|c|c} x & 2 & -16 \\ \hline y & 4.5 & 0 \end{array}$$

分别求线性函数 $y = ax + b$ (即求 a, b 之值). 并向 $x = 2.5$ 时, $y = ?$

1.22 若 $\psi(x) = \ln x$, 证明 $\psi(x) + \psi(x+1) = \psi[x(x+1)]$.

1.23 若 $F(z) = a^z$, 证明 (a) $F(-3) \cdot F(z) - 1 = 0$,
(b) $F(x) \cdot F(y) = F(x+y)$.

1.24 若 $\varphi(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$, 证明 $\varphi(y) + \varphi(z) = \varphi\left(\frac{y+z}{1+yz}\right)$.

若 $f(t) = 2t^2 + \frac{2}{t^2} + \frac{5}{t} + 5t$, 证明 $f(\frac{1}{t}) = f(\frac{1}{t})$.

若 $f(x) = x^5 - x^3 + 2x$, 证明 $f(-2) = -f(2)$.

$f(-x) = -f(x)$.

若 $F(x) = x^2 + \cos x$, 证明 $F(x) = F(-x)$.

若 $\varphi(z) = \sin z - 5z^3$, 证明 $\varphi(-z) = -\varphi(z)$.

若 $\psi(x) = 2\sin x - 3\cos x$, 证明 $\psi(x+2\pi) = \psi(x)$.

证毕

1.30 若 $f(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < 1, \\ \frac{1}{2}, & x = 1, \\ 1, & 1 < x \leq 2, \end{cases}$ 求 $f(0), f(\frac{1}{2})$

$f(1), f(\frac{5}{4}), f(2)$.

1.31 设 $\varphi(x) = \begin{cases} 2x, & -1 < x < 0, \\ 2, & 0 \leq x < 1, \\ x-1, & 1 \leq x \leq 3, \end{cases}$ 求 $\varphi(3), \varphi(2)$

$\varphi(0), \varphi(0.5), \varphi(-0.5)$.

1.32 设 $\varphi(x) = \begin{cases} |\sin x|, & |x| < 1, \\ 0, & |x| \geq 1. \end{cases}$ 求 $\varphi(1), \varphi(\frac{\pi}{4})$,

$\varphi(-\frac{\pi}{4}), \varphi(-2)$.

函数的定义域

1.33 $y = x^2 + 3x + 5$

1.34 $y = \frac{1}{x^2 + 1}$

1.35 $y = \frac{1}{1-x^2}$

1.36 $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$

1.37 $y = \frac{1}{1-x^2} + \sqrt{x+2}$

1.38 $y = \frac{1}{x} + \sqrt{1-x^2}$

1.39 $y = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$

1.40 $y = \frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$

1.41 $y = \frac{1}{\log x}$

1.42 $y = \arccos(1-2x)$

1.43 $y = \sqrt{2-x}$

1.44 $y = \sqrt{2-|x|}$

1.45 $y = \sqrt{(x-1)(x-2)(x-3)}$

1.46 $y = \frac{1}{|x| - x}$

1.47 在半径为 R 的球内作一个接圆柱体，试写出这个圆柱体体积 V 与高 x 的函数依从关系。并求这个函数的定义域和

共解析表达式的定义域。

148. 在半径为 R 的球内作一个内接正圆锥体，试写出这个圆锥体的侧面积 S 与圆锥高 x 的函数依从关系，求这个函数的定义域和共解析表达式的定义域。

149. 已知从高处 h 处落下的重物所经路程是由公式 $S = \frac{1}{2}gt^2$ 来确定，问 (a) 此函数的定义域为何？(b) 解析式 $S = \frac{1}{2}gt^2$ 的定义域又如何？

下列函数 $f(x)$ 与 $\varphi(x)$ 是否表示同一函数？说明其理由并在一区间内，它们是相同的 (1.50—1.53)。

1.50 $f(x) = 1+x$, $\varphi(x) = \frac{1-x^2}{1-x}$

1.51 $f(x) = \lg x^2$, $\varphi(x) = 2 \lg x$

1.52 $f(x) = x$, $\varphi(x) = (\sqrt{x})^2$

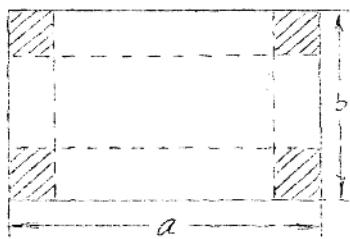
1.53 $f(x) = x$, $\varphi(x) = \sqrt{x^2}$

函数关系

1.54. 有一长方形铁片，它两边之长为 a 及 b ，将其四个角各截去一尺寸相同的小方块，再将四边折起来做成一个敞口的箱，求这个箱的体积与截去小方块的边长的函数关系。

1.55. 在温度计上，摄氏 0 度对应于华氏 32 度，摄氏 100 度对应于华氏 212 度，求摄氏温标与华氏温标之间的函数关系。

1.56. 过去 1 市斤规定为 16 市两，为了计称方便



(第 1.54 题图)

现在已经统一将1市斤改为新10市两。求新市两 y 与旧市两 x 之间的函数关系。

1.57 把一团铁片自中心处剪出中心角为 α 的扇形，围成一个无底圆锥。试将这圆锥的容积表达成角 α 的函数。

1.58 在底为 $AC=b$ 和

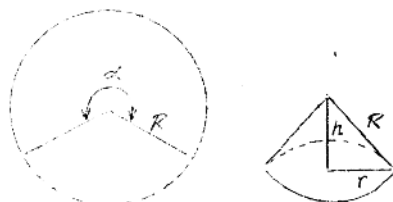
高为 $BD=h$ 的三角形 ABC

中内接一个高为 $NM=x$

的矩形 $KLMN$ 。把矩形

$KLMN$ 的周长 P 及其面积

S 表为 x 的函数。



(第1.57题图)

1.59 火车站收取行李

费的规定如下：当行李不

超过50公斤时，按基本运

费计算。如从北京到某地

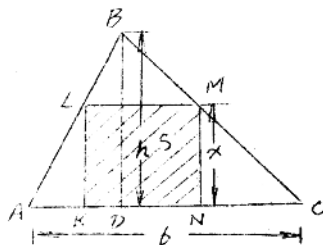
每公斤收0.15元。当超过

50公斤时，超重部分按每

公斤0.25元收费。试求运

费 y （元）与重量 x （公斤）

之间的函数关系式。

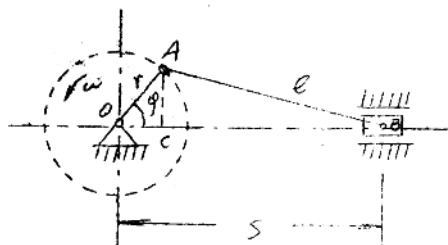


(第1.58题图)

1.60 一物体受压缩弹簧的推力运动。如这弹簧一端固定于原长 2ℓ ，压缩后长度为 ℓ ，弹性系数为 k 。试将物体所受之力表为距离的函数（只考虑弹簧长度由 ℓ 变至 2ℓ 的过程）。

1.61 在机械中常见到一种曲柄连杆机构（如左）。半径为 r 的主动轮以等角速 ω 旋转时，长为 ℓ 的连杆 AB 就带动滑块 B

作往复直线运动，运动从 $y = 0$ 开始，求滑块 B 的运动规律。



(第161题图)

1.62. 已知两个点电荷 q_1 与 q_2 试用两个电荷间的距离来表示它们间的作用力。

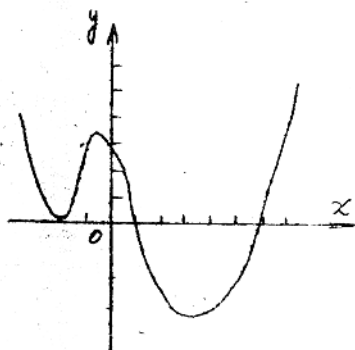
1.63.

一函数已给如下表。

自变量 x	0	0.5	1	1.5	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
函数 y	-1.5	-1	0	3.2	2.6	0	-1.8	-2.8	0	1.1	1.4	1.9	2.4	

用光滑曲线连这些点作它的图形，并依图决定函数在 $x = 2.5$ 、

7.5 、 8.5 、 9.5 时的值。



(第164题图)

1.64. 已给函数的图形如左所示。按图形回答下列问题：

(a) 自变量在什么值时，函数变为 0？

(b) 自变量在什么值时，函数是正的？

(c) 自变量在什么值时，函数是负的？

函数的图形

1.65. 作幂函数 $y = x^n$

当 (a) $n = 1, 3$; (b) $n = 2, 4$ 时的图形.

1.66. 作幂函数 $y = x^n$

当 (a) $n = -1, -3$; (b) $n = -2, -4$ 时的图形.

1.67. 作幂函数 $y = x^m$

当 $m = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ 时的图形.

1.68. $y = x + b$. 当 $b = 0, b = 1, b = -1$ 时

1.69. $y = ax^2$. 当 $a = 1, a = -1, a = \frac{1}{16}$ 时

1.70. $y = x^2 + cx + 1$. 当 $c = -2, c = 0, c = 2$ 时.

1.71. $y = x^3 + d$ 当 $d = 0, d = 1, d = -2$ 时.

1.72. $y = 8x - 2x^2$

1.73. $y = x + \frac{1}{x}$ (利用图形的加法)

1.74. $y = |x|$ 1.75. $y = -|x - 2|$

1.76. $y = |x^2 - 1|$

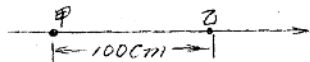
1.77. 画出 $y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -\frac{1}{x}, & x < 0 \end{cases}$ 的图形

1.78. 画出 $y = \begin{cases} x^2, & -1 < x < 0 \\ 0, & 0 \leq x < 1 \end{cases}$ 的图形.

1.79. 作函数 $y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ 及 $y = x + 1$ 的图形.

1.80. 画出 $y = \frac{x + 1}{x - 1}$ 的图形.

1.81. 在一直线上甲、乙两处相距100cm(如图)，有一质点从乙处开始按规律



$S = 2t^2$ 向箭头方向运动 [S : 距离(厘米), t : 时间(秒)]。若坐标原点取在甲处，运动方向不变，其运动方程如何？并画出这两个方程的图形。

复合函数

1.82. 已知 $y = z^2$, $z = x + 1$, 把 y 表示为 x 的函数

1.83. 已知 $y = z^2$, $z = \sqrt[3]{x+1}$, $x = \sin t$, 把 y 表示为 t 的关系。

1.84. 已知 $y = \sin v$, $v = \log u$, $u = \sqrt{1+x}$, 把 y 表示为 x 的函数。

1.85. 将下列复合函数的复合步骤拆开

(a) $y = \sqrt[3]{1-t^2}$, (b) $y = a^{\sqrt{x^2+1}}$

(c) $y = \lg \lg x$, (d) $y = \lg^2(1-3x)$

(e) $y = (\sin \sqrt{1-2x})^2$, (f) $y = \arctg \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}}$

1.86. 设 $f(x) = x^2$ 及 $\psi(x) = 2^x$ 求 $\psi[\psi(x)]$, $\psi[f(x)]$

1.87. 设 $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 求 $f[f(x)]$, $f[f\{f(x)\}]$ 。

§1.3 极限概念

1.88. 试观察下列函数极限是否存在？若有极限等于什么？

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} x^3$

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} \log x$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} 3^x$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 1} (5x-2)$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 1} \arctg x$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+5}{x^2-3}$$

1.89. 求 $f(x) = \frac{x}{x}$ 及 $g(x) = \frac{|x|}{x}$ 在 $x \rightarrow 0$ 时的左、右极限，并说明它们在 $x \rightarrow 0$ 时的极限是否存在。

1.90.

$$\text{设 } f(x) = \begin{cases} x+1 & x=3 \\ 4-x & x<3 \end{cases} \text{ 试求 } x \rightarrow 3 \text{ 的左、右}$$

极限。

1.91.

$$\text{设 } f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x-1} & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ x & 0 < x < 1 \\ 1 & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

求 $f(x)$ 在 $x \rightarrow 0$ 及 $x \rightarrow 1$ 时的左极限与右极限，并说明在这两点的极限是否存在。

1.92. 从极限的实义来看， $x \rightarrow x_0$ 时， $f(x)$ 的极限 A 和 x_0 点的函数值 $f(x_0)$ 有无关系？

$$1.93 \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \text{ 通常记作 } f(x) \rightarrow A, (x \rightarrow a).$$

问在取极限的过程中， x 能否取得数值 a ？ $f(x)$ 能否取得数值 A ？

§ 1.4 极限定标法则

利用极限定标法则求下列各极限.

$$1.94. \lim_{x \rightarrow 2} (2x^3 - 3x^2 + x - 4)$$

$$1.95. \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 5x + 3)$$

$$1.96. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$$

$$1.97. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 - 1}$$

$$1.98. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$$

$$1.99. \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 8}{x^2 + 1}$$

$$1.100. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}$$

$$1.101. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 + 2x^2 - x}{5x}$$

$$1.102. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4}$$

$$1.103. \lim_{u \rightarrow -2} \frac{u^3 + 4u^2 + 4u}{(u+2)(u+3)}$$

$$1.104. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$$

§ 1.5 无穷大与无穷小

1.105 下列函数在所给自变量变化过程中, 指出哪些是无穷小量, 哪些是无穷大量:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+2x}{x^2}; \quad (b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{x^2-9}; \quad (c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1};$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \pi} \sin x; \quad (e) \lim_{x \rightarrow \pi} (1 + \cos x); \quad (f) \lim_{x \rightarrow 0} \lg x$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-9}$$

$$1.106. \text{求 } \lim_{x \rightarrow 10} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$$

1.107. 设函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在 x 的某个变化过程中, 它们的差 $f(x) - g(x)$ 是无穷小, 如果已知 $g(x)$ 有极限 A , 试证 $f(x)$ 有相同的极限 A .

§1.6 函数的连续性

1.108. 设 $y = x^2$, $x_0 = 1$, 填写下表

Δx	0.1	-0.1	0.01	-0.01	0.001	-0.001
Δy						

观察 Δx 与 Δy 的关系. 如果 x_0 固定, 而 Δx 是变量, Δy 是否是 Δx 的函数?

1.109. Δx 是否一定大于 0? 又 $\Delta x > 0$ 时, 对应的 Δy 是否一定也大于 0? 作图说明之.

1.110. 求函数 $y = -x^2 + \frac{1}{2}x$ 当 $x = 1$, $\Delta x = 0.5$ 时的增量.

1.111. 求函数 $y = \sqrt{1+x}$ 当 $x = 3$, $\Delta x = -0.2$ 时的增量

1.112. 求下列函数的连续区间, 并求极限:

(a) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2-3x+2}}$, 并求 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$;

(b) $f(x) = \lg(2-x)$, 并求 $\lim_{x \rightarrow -8} f(x)$;

(c) $f(x) = \sqrt{x-4} + \sqrt{6-x}$, 并求 $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$;

(d) $f(x) = \ln \arcsin x$, 并求 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$.

1.113. 证明函数 $y = x^3$ 处处连续.

1.114. 求下列函数 $y = f(x)$ 的间断点, 并说明这些间断点是属于哪一类. 如果是可去间断点, 则补充函数的定义使它连续.

(a) $y = \frac{1}{(x+2)^2}$;

(b) $y = \frac{x^2-1}{x^3-1}$;

$$(c) y = \frac{3x^2 - 5x}{2x}, \quad (d) y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(e) y = \sin \frac{1}{x} \quad (\text{这一类间断点称为振荡间断点});$$

$$(f) y = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

$$1.115 \text{ 设 } f(x) = \begin{cases} x-1, & 0 < x \leq 1, \\ 2-x, & 1 < x \leq 3. \end{cases}$$

(a) $f(x)$ 在 $x \rightarrow 1$ 时的左、右极限为何? 当 $x \rightarrow 1$ 时 $f(x)$ 的极限存在吗?

(b) $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续吗?

(c) 求函数的连续区间.

(d) 求 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 及 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$

$$1.116 \text{ 设函数 } f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ x + 3, & x > 1. \end{cases}$$

当 $x = \frac{1}{2}, 1, 2$ 时 $f(x)$ 是否都连续? 指出函数的定义域, 并作出它的图形.

§1.7 自变量趋于无穷大

1.117 下列函数, 当 $x \rightarrow \infty$ 时, 均具有极限, 把它表示为常数 (极限值) 与一当 $x \rightarrow \infty$ 时的无穷小之和的形式.

$$(a) y = \frac{x^3}{x^3 - 1}, \quad (b) y = \frac{x^2}{2x^2 + 1}, \quad (c) y = \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$$

试求下列各极限 (1.118 — 1.143).

$$1.118. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x}{x^4 - 3x^2 + 1}$$

$$1.119. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 5x}{x^2 - 3x + 1}$$

$$1.120. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x - 5}{x + 7}$$

$$1.121. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$$

$$1.122. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x - 3x^3}{1 + x^2 + 3x^3}$$

$$1.123. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 1}{x}$$

$$1.124. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$$

$$1.125. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$$

$$1.126. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{2x - 1} - \frac{x^2}{2x + 1} \right)$$

$$1.127. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{\sqrt[3]{x^3 + 1}}$$

*

*

*

$$1.128. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{2 + x}}$$

$$1.129. \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + \Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x}$$

$$1.130. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x^2 - 1}{x}$$

$$1.131. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x + 1} - 3}{\sqrt{x - 2} - \sqrt{2}}$$

$$1.132. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + p^2} - p}{\sqrt{x^2 + q^2} - q} \quad (p > 0, q > 0).$$

$$1.133. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x} - \sqrt{1+x}}{x^2 - 1}$$

$$1.134. \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$$

$$1.135. \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right]$$

$$1.136. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$1.137. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-5)^{20}(3x+2)^{30}}{(5x+1)^{50}}$$

$$1.138. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{1-x}$$

$$1.139. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x^2}$$

$$1.140. \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x)$$

$$1.141. \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2 - a^2}} \quad (a > 0).$$

$$1.142. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n}{b_0 x^m + b_1 x^{m-1} + \dots + b_{m-1} x + b_m} \quad \text{其中分子分母}$$

都是 x 的多项式, a_0, b_0 不等于零.