第二篇

應用水力學

目　　錄　　　　　　　頁

第一章　基本概念

A　應用水力學之定義……………………………………2— 1
B　元次之單位……………………………………2— 1
C　水之單位重量、密度與壓強……………………………………2— 2
D　水之可壓縮性……………………………………2— 3
E　水之粘性……………………………………2— 3
F　白金漢氏之 π 定理……………………………………2— 4

第二章　水靜力學

A　水壓力……………………………………2— 7
　2•1　靜水壓之壓力分佈……………………………………2— 7
　2•2　水中垂直向上之靜水壓……………………………………2— 8
　2•3　水中斜平面之靜水壓……………………………………2— 9
　2•4　水中曲面之靜水壓……………………………………2— 10
B　浮力及浮體之安定……………………………………2— 14

第三章　孔口流

A　圓形孔口之流量……………………………………2— 18
B　正方形與矩形孔口之流量……………………………………2— 19
C　水中孔口之流量……………………………………2— 20
D　水面孔口之流量……………………………………2— 21
E　短管之流量……………………………………2— 21
F　大孔口之流量……………………………………2— 22
G　水槽孔口之流出時間……………………………………2— 24
H　球底水槽之流出時間……………………………………2— 25

I 漏斗狀水槽之流出時間……2— 26
J 二水槽具有水位差之流出時間……2— 27

第四章 堰頂流

A 矩形缺口之流量……2— 29
B 三角堰之流量……2— 31
C 梯形堰之流量……2— 31
D 不等邊三角堰之流量……2— 32
E 斜底梯形堰之流量……2— 32
F 抛物線形堰之流量……2— 33
G 溢流堰與潛堰之流量……2— 33
H 不同水深潛堰之流量……2— 34
I 寬頂堰之流量……2— 35
J 特殊堰之流量……2— 36
K 多孔溢流堰之流量……2— 36
L 側溢流堰之流量……2— 38
M 溢流堰下護坦之長度……2— 39
N 尾水道之流量……2— 40

第五章 明渠通論

A 渠流之分類……2— 42
B 明渠之性質……2— 45
C 能量原理……2— 48
D 衝量原理……2— 49
E 運動方程式及連續方程式……2— 50
F 定量漸變流……2— 52
5•1 漸變流……2— 52
5•2 水流斷面……2— 54

第六章 渠流公式及計算

A 實用流速公式……2— 57
B 矩形渠之流量……2— 59
C 梯形渠之流量……2— 61

D　弧底梯形渠之流量……2— 62
E　圓角矩形渠之流量……2— 63
F　自然河川之流量……2— 64
G　人工河川之流量……2— 64
H　暗渠與隧道之流量……2— 66
I　廻水影響之計算……2— 66
6•1　茹氏廻水公式……2— 66
6•2　陶氏廻水公式……2— 69
6•3　卜氏廻水公式……2— 71
J　水力雜項問題……2— 73
6•4　橋墩阻碍之影響……2— 73
6•5　攔污柵之水頭損失……2— 74
6•6　河流彎曲段之水位變化……2— 75

第七章　管　流

A　流速流量與管徑之計算……2— 77
B　摩擦損失係數……2— 77
7•1　摩擦水頭損失……2— 78
7•2　進口水頭損失……2— 80
7•3　阻碍水頭損失……2— 80
7•4　彎折水頭損失……2— 83
7•5　管徑水頭損失……2— 84
7•6　結合水頭損失……2— 86
7•7　流出水頭損失……2— 87
C　管路一般計算……2— 87
7•8　一般管路公式……2— 87
7•9　長管水頭損失……2— 88
7•10　長管管徑……2— 88
7•11　短管管徑……2— 89
7•12　異徑曲管……2— 90
7•13　直管之流速……2— 92
7•14　配水管徑……2— 92
7•15　分流管路之管徑……2— 93

7•16 分歧管之流量……2— 95
D 虹吸管之流量……2— 95
7•17 放水用虹吸管……2— 95
7•18 倒虹吸管……2— 96
E 水錘計算……2— 97
7•19 實用近似公式……2— 97
7•20 水錘作用……2— 98

第八章 均匀流

A 概述……2—100
B 古典實驗發展……2—100
C 近世理論發展……2—102
D 結論……2—119
8•1 亂流之對數分佈……2—119
8•2 平均流速在垂線上僅量一點或兩點之流速以求得流量……2—121
8•3 非均質流體……2—121
8•4 柯尼烏利斯加速度……2—122
8•5 渠管之短段……2—122

第九章 邊界層流

A 緒言……2—123
B 基本假定及現象……2—123
C 邊界層厚度之定義……2—124
9•1 根據物理意義而加以定義者……2—124
9•2 根據應用方面而逕予規定者……2—125
D 線流邊界層內速度之變化……2—125
9•3 基本公式之誘導……2—125
9•4 演證結果之比較……2—135
E 亂流邊界層內速度之變化……2—136
9•5 亂流之基本性質……2—136
9•6 亂流邊界層之現象……2—140
9•7 黏性次層……2—145
F 討論……2—147

第十章　河道彎曲

A　概述……2—151
B　河形之數學模型……2—151
C　河流彎道水力方面之特性……2—153
D　河流彎曲段之理論分析……2—154
E　基本方程式內亂流粘性係數之決定……2—159
F　平滑底面之二元亂流在彎道上橫流之分佈……2—161
G　決定寬河道有粗糙河底之彎道之橫向流速……2—169
H　討論與結論……2—174

第十一章　變量流

A　概述……2—176
B　水流微幅波之傳播……2—176
11•1　主要方程式……2—176
11•2　聖文氏積分法……2—177
C　明渠中正負湧升……2—179
11•3　定義……2—179
11•4　近似分析，摩擦力予以忽視……2—179
11•5　波浪傳播……2—182
D　明渠行進波之圖解法……2—189
11•6　二基本浪湧之相遇……2—190
11•7　二浪湧系列之相遇……2—190
11•8　不連續之影響……2—192
11•9　河床坡降之影響……2—194
11•10　摩擦力影響……2—194

第十二章　電子計算機之運算

A　簡介……2—196
12•1　大小……2—196
12•2　速率……2—196
12•3　精確……2—196
12•4　功能……2—197
12•5　運算……2—197

12•6 彈性……2—197
12•7 成本……2—197
B 類比電子計算機……2—197
12•8 計算基件……2—198
12•9 電子計算機在水利之應用……2—202
C 數位電子計算機……2—209
12•10 數位電子計算機之基礎……2—209
D 水力之應用……2—215
12•11 地面水流……2—216
12•12 地下水流……2—217
附 表……2—219

第二篇

應用水力學

編撰人：劉長齡

審查人：王叔厚

第一章　基本概念

A　應用水力學之定義

水力學爲研究水之靜止及運動之科學，該門學科僅限於水之液體狀態（通常水之成爲水氣或冰之狀態並不在內），且有一定之邊界，作力學方面之研究，故與水文學有別，後者必須研究水在自然環境下，無論爲液、氣、固之狀態，主要關心其結果。易言之，水力學爲研究水流運動及靜動力學之原理，水文學爲研究水之活動現象。

但對於水流作力學的研究，誠屬一複雜之問題，因水流之紊亂，邊界之變遷，誠如所謂「水無定質」，當非人類早期歷史時學者所能洞悉者，然由於水利工程之需要，勢必須有具體之結果，例如渠道、孔口所能通過之流量，故水力學（hydraulics）已被視爲經由實驗求得水流各項係數的學問，亦卽傳統水利工程師所研究之範圍，由該種方法雖對於水流運動之內涵不甚瞭解，所得之結果常足以解決較簡單之水利問題。在另一途徑上，應用數學家以簡明的數學模型處理流體問題，對於摩阻所生之影響則全被忽視，故其結果常離事實甚遠，卽視爲近似値亦不可能，對於某種問題如波浪之研究較能貼合。自從德國勃郎特氏（Prandtl）提出邊界層問題，二者乃漸有聯合之趨勢，可是由於亂流、摩阻及邊界之混亂現象，仍非近世流體力學所能解決者，傳統之水力學仍須借重，但須滲以新的理論內容，此卽本篇應用水力學之精神所在。

B　元次之單位

對於一物理現象之研究，有時借重元次分析（dimensional analysis），

可以求出各種物理數量相互之關係。因在一個理論健全之方程式，式之兩端元次必須脗合，可是元次齊次式僅爲理論式之必備條件，並非充份條件，故在物理量衆多時，不宜濫用而遽下結論。

物理量在力學方面之基本元次爲尺度〔L〕、質量〔M〕及時間〔T〕，即〔L〕〔T〕〔M〕制。但由於力爲力學研究之最主要對象，如視爲一基本元次，則對元次分析必有助於簡化，力之元次〔F〕爲

$$[F]=[M]\,[L]/[T]^2 \tag{1•1}$$

以力、尺度及時間分析元次，即稱爲〔L〕〔T〕〔F〕制。

在物理上所用之基本單位，長度爲公分、質量爲公克、時間爲秒，即所謂之 C. G. S. 制，然在工程上，長度必須用公尺、質量必須用公斤，C. G. S. 制之單位殊嫌過小，如此力之單位規定如下：

$$F=ma$$

$$1\ \text{Newton}=1\ \text{kg}\times 1\ \text{m/sec}^2 \tag{1•2}$$

習慣上已將力及質量單位混淆不清，積非成是，但已沿用甚久，宜能及早改正之。

C 水之單位重量、密度與壓强

蒸餾水在攝氏 4°，標準大氣壓力及海平面上，其單位重量爲

$$\gamma=1{,}000\ \text{Newton/m}^3$$

$$\gamma=1\ \text{gm/cm}^3=1\ \text{ton/m}^3$$

惟水之單位重量係隨溫度而略有不同，茲就一般常用範圍內示如表 1•1。

表 1•1 在各種溫度下水之單位量 (gm/cm³)

溫　度	−10°C	0°C	10°C	20°C	50°C	100°C	200°C
水單位重	0.99815	0.99987	0.99973	0.99823	0.98807	0.9584	0.8628

惟海水在地球表面較淡水尤多，海水因含有鹽份及礦物質，均較淡水爲重，在溫度爲 0°C 及含鹽量爲 3.5 % 時，於大西洋或地中海中所測得水之單位重爲 1.028 gm/cm³。

水之密度爲單位體積內水之質量，通常以 ρ 表之。在理論公式中如運動方程式或連續方程式係考慮單位體積內之質量，故可以 ρ 代替之。

壓强 (pressure) 係指單位面積上所受之壓力，其元次爲 $[F]/[L]^2$，水之壓力係垂直於承受之面積，容後詳述之。

D 水之可壓縮性

水亦爲一彈性體，可接受壓縮。若壓强 P 增加之數量爲 dP，則水之體積 V 減小 dV，乃有

$$dP = -E_w \frac{dV}{V} \tag{1•3}$$

其中 E_w 爲水之體積彈性係數

$$E_w = 2.07 \times 10^4 \ kg/cm^2$$

乃知 E_w 與壓强之元次相同。由於水之體積彈性係數甚大，故一般視水爲不可壓縮者，僅在深海海底始予考慮壓縮之影響。

水中之波速傳播，可寫如下式

$$C = \sqrt{\frac{E_w}{\rho}} \tag{1•4}$$

如將 E_w 及 ρ 數值代入上式，則得 C=1,450 m/sec。

E 水之粘性

水之粘性係由於分子結合力所產生，粘性之大小視溫度而異。水溫愈高者則粘性愈小，與氣體之粘性適足相反。法蘭基氏 (Frenkel) 建議水之粘性與溫度及壓力有關，該氏所提之公式結果與實際量測者尙有相差。一般沿用經驗公式，即粘性僅與溫度有關。由牛頓粘性定律得

$$\tau = \mu \frac{\partial V}{\partial Z} \tag{1•5}$$

牛頓氏假定流體間二層之剪應力與垂直方向之速度梯度成正比，該比例常數稱爲粘性係數 (viscosity) 或稱爲動力粘性係數 (dynamic viscosity)。

但爲在物理及工程上應用方便起見

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{1•6}$$

ν 稱爲運動粘性係數 (kinematic viscosity)，因 $\mu = \rho\nu$ 可比擬於 $f = \rho a$，故乃得名。

由波塞尼勒氏 (Poiseuille) 所得之經驗公式

$$\nu = \frac{0.0178}{1 + 0.0337\,t + 0.000221\,t^2} \tag{1•7}$$

其中 t 爲水溫 °C。

其後發現牛頓氏粘性定律僅適合於線流 (lamilar flow)，至於亂流部份則爲渦流所控制，並非僅受分子影響，故前者稱爲分子粘性(molecular viscosity)

，後者依據波西耐西克氏（Boussinesq）比擬牛頓之分子粘性，稱之爲漩渦粘性（eddy viscosity），故有

$$\tau=(\mu+\eta)\ \frac{dV}{dZ} \tag{1•8}$$

但如水流成泥漿狀態，則已爲非牛頓流，其一般式爲

$$\tau=\mu\left(\frac{\partial V}{\partial Z}\right)^n \tag{1•9}$$

甚或

$$\tau=\tau_0+\mu\frac{\partial V}{\partial Z} \tag{1•10}$$

或者爲二者之綜合，通式可寫爲

$$\tau=\tau_0+\mu\left(\frac{\partial V}{\partial Z}\right)^n \tag{1•11}$$

F 白金漢氏（Buckingham）之π定理

設有諸元次之物理量之乘積爲一無元次量，其通式可表如下

$$\pi=A_1^{x_1}\,A_2^{x_2}\,A_3^{x_3}\cdots\cdots A_n^{x_n} \tag{1•12}$$

現以 $n=5$ 爲例，設考慮光滑水管之阻力問題，可能相關之因素爲直徑 D、平均流速 V、密度 ρ、壓强坡降 $\frac{dP}{dx}$ 及粘性係數 μ

$$\pi=D^{x_1}\,V^{x_2}\,\rho^{x_3}\left(\frac{dP}{dx}\right)^{x_4}\mu^{x_5}$$

將〔L〕〔T〕〔M〕元次引入上式，乃有

$$[\pi]=[L^{(x_1+x_2-3x_3-2x_4-x_5)}\,T^{(-x_2-2x_4-x_5)}\,M^{(x_3+x_4+x_5)}]$$

但控制條件爲〔L〕、〔T〕及〔M〕的方次必爲零

$$\begin{aligned}x_1+x_2-3x_3-2x_4-x_5&=0\\ -x_2\qquad\quad -2x_4-x_5&=0\\ x_3+x_4+x_5&=0\end{aligned}$$

現有五個未知數，但僅有三個方程式，則不能求得唯一解。現可指定二個變數爲某定數值，先指定 $x_4=1$，$x_5=0$

$$\left.\begin{aligned}x_1+x_2-3x_3-2&=0\\ -x_2\qquad -2&=0\\ x_3+1&=0\end{aligned}\right\}$$

次指定 $x_4=0$，$x_5=1$

$$\left.\begin{array}{r} x_1+x_2-3x_3-1=0 \\ -x_3 \qquad -1=0 \\ x_3+1=0 \end{array}\right\}$$

解得以上二聯立方程式，可寫如以下形式

	D	V	ρ	$\frac{dP}{dx}$	μ
π_1	1	−2	−1	1	0
π_2	−1	−1	−1	0	1

故得 π_1 及 π_2 如下

$$\pi_1=\frac{D\frac{dP}{dx}}{\rho V^2}$$

$$\pi_2=\frac{\mu}{DV\rho}$$

故白金漢氏定理爲：「若有 n 個量需以解釋物理現象，且若該等量包括 m 個基本元次，則此關係可簡爲 n－r 無元次積，$r\leq m$ 爲 $n\times m$ 元次矩陣之階」。

故若

$$f(A_1,A_2,\cdots\cdots,A_n)=0 \tag{1·13}$$

則有

$$F(\pi_1,\pi_2\cdots\cdots,\pi_{n-r})=0 \tag{1·14}$$

如上例所述，即

$$f\left(D,V,\rho,\frac{dP}{dx},\mu\right)=0$$

亦可寫成

$$f\left(D,V,\rho,\frac{\rho V^2}{D^2}\pi_1,\rho VD\pi_2\right)=0$$

將 D、V、ρ 視爲單位數量

$$f(1,1,1,\pi_1,\pi_2)=0$$

即
$$F(\pi_1,\pi_2)=0$$

例 1. 某特製管流表之率定曲線有此經驗式 $Q=1.15\ h^{0.63}$，討論其中關係從元次及物理觀點檢討。

解：如該儀表之幾何條件一定

$$Q=f(D,\rho,\mu,\Delta P)$$

由白金漢氏定理，變數可組合成

$$F\left(\frac{Q}{D^2\sqrt{\dfrac{\Delta P}{\rho}}},\ \frac{D\sqrt{\rho\Delta P}}{\mu}\right)=0$$

介入 $\Delta P\doteq\gamma h$ 及假定可寫成一指數式

$$Q=C^2\sqrt{g}\ h^{0.5}\left(\frac{D}{\nu}\sqrt{gh}\right)^n$$

率定曲線所得數值 1.15，不僅為水流表之幾何條件之影響，且受 $D^2\sqrt{g}$ 之數量及元次影響。雷諾茲數變化之影響係反應於上式右邊後者，求得 n＝0.06——但僅為流體本身、水流量的大小及流量被試驗的範圍。如果在一有意義的範圍，以上函數可能不再爲一指數函數，已超出吾人所率定之範圍。

第二章　水靜力學

A　水　壓　力

2·1　靜水壓之壓力分佈

水流靜止可視爲水流運動速度爲零之特殊狀況。故如討論水動力學，則水靜力學自亦包含在內。惟在水利工程上，靜水作用於結構物（如壩或岸壁）應用至爲廣泛，因乃特闢一章闡述之。

水流當靜止時，所呈壓力之作用包括重力及表面張力在內，至表面張力之影響多被忽視。靜水中任一點壓力强度在任何方向均相同。設在微小面積上作用之水壓力 dP

$$p=\lim_{dA\to 0}\frac{dP}{dA} \tag{2•1}$$

其單位依 C.G.S. 制爲 g/cm^2。設在水面上之大氣壓爲 p_0，則在水面下 Z 之水壓强爲

$$p=p_0+\gamma Z \tag{2•2}$$

其中 γ 爲水之單位重量，$p-p_0$ 爲水壓表之指示壓力。

例 1.　設在容器有三種密度不同之液體，其深度分別爲 h_1、h_2、h_3，如圖 2•1，試求在側壁壓强之分佈？

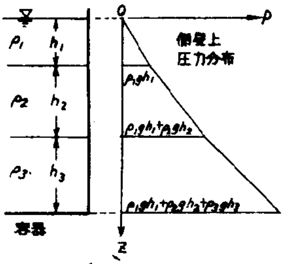

圖 2•1

解：　　$\gamma_1=\rho_1 g$，$\gamma_2=\rho_2 g$，$\gamma_3=\rho_3 g$

故在水面下任一點水深之壓强爲

$Z<h_1$　　　　　$p=\rho_1 gZ$

$h_1<Z<h_1+h_2$　　　　　$p=\rho_1 gh_1+\rho_2 g(Z-h_1)$

$h_1+h_2<Z<h_1+h_2+h_3$　　$p=\rho_1 gh_1+\rho_2 gh_2+\rho_3 g(Z-h_1-h_2)$

在靜水中，密度小之液體勢必浮起在上，故 $\rho_1<\rho_2<\rho_3$，其分佈圖示如圖 2•1。

例 2.　有一 3 公尺深之水槽，其底部連以一細管，水槽內水溫爲 4°C，細管中水溫爲 20°C，試求在細管中所讀水位誤差爲何？

解：　　$p=\rho_1 gh_1=\rho_2 gh_2$

讀數之相對誤差爲

$$\frac{h_2-h_1}{h_1}=\frac{\rho_1}{\rho_2}-1=\frac{1}{0.99823}-1=0.00177$$

$$\Delta h=0.00177\times 3.00\ \text{m}=0.531\ \text{cm}$$

例 3. 設有勃郎特型之壓力計如圖 2•2，試求在 A—A 面時之壓力差？

解：水面位置 BB 之壓强 $P_1=P_2+\gamma(h+h')$

在管 d_1 所降低水位之水量與管 d_2 所上昇之水量相同，故有

$$\frac{\pi}{4}d_1^2h'=\frac{\pi}{4}d_2^2h$$

$$\therefore\quad h'=h_1\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$$

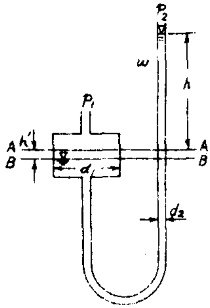

圖 2•2

代入前式，則知 A—A 面之壓力差爲

$$p_1-p_2=\gamma h\left[1+\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2\right]$$

2•2 水中垂直面之靜水壓

如圖 2•3，YZ 面表示水下任意形體之平面，XZ 面表示水面下垂直面之水壓分佈，則全壓力爲

$$P=w\int Zb(Z)dZ=wh_GA \tag{2•3}$$

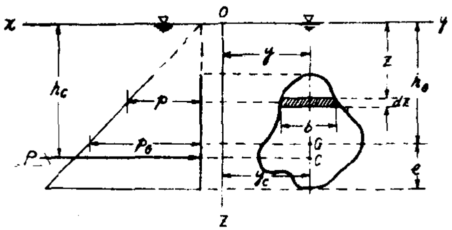

圖 2•3

其中 w 爲水之單位重量

h_G 爲該平面幾何中心之深度

A 爲該平面之面積

又若 p_G 爲幾何中心上之壓强

$$P=p_GA \tag{2•4}$$

P 之作力點爲 C

$$Ph_c = w\int_A bZdZ \times Z = wI$$

設通過該幾何中心對 Y 軸平行線之慣性矩爲 I_0，則 $I = I_0 + h_G^2 A$，乃有

$$h_c = h_G + \frac{I_0}{h_G A} \qquad (2\cdot5)$$

及帶形部份 bdZ 之中心對 OZ 軸之距離爲

$$y_c = \frac{1}{h_G A}\int_A bYZdZ \qquad (2\cdot6)$$

設該平面之幾何中心與最下端之距離爲 e，則如圖 2•4 中各種圖形之 e、I_0 及A 值列如下表

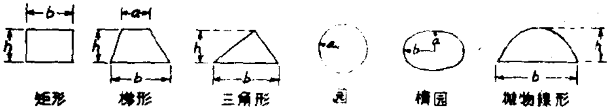

圖 2•4

表 2·1　偏心距離、慣性距及面積

項目	矩形	梯形	三角形	圓	橢圓	拋物線形
e	$\frac{h}{2}$	$\frac{h}{3}\,\frac{2a+b}{a+b}$	$\frac{h}{3}$	a	b	$\frac{2}{5}h$
I_0	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{h^3}{36}\,\frac{a^2+4ab+b^2}{a+b}$	$\frac{bh^3}{36}$	$\frac{\pi a^4}{4}$	$\frac{\pi a^3 b}{4}$	$\frac{8}{175}bh^3$
A	bh	$\frac{h}{2}(a+b)$	$\frac{bh}{2}$	πa^2	πab	$\frac{2}{3}bh$

2·3 水中斜平面之靜水壓

圖 2•5 係表物體在傾斜面上，傾斜角爲 α，則全壓力爲

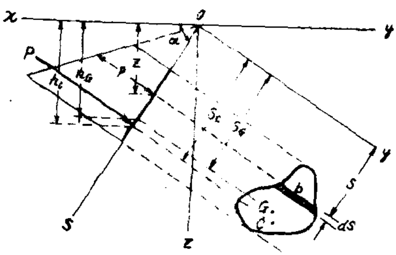

圖 2•5

$$P=w\int_{A} ZbdS=w\sin\alpha\int_{A} SbdS=w\sin\alpha\, S_G A$$

其中 $S_G\sin\alpha=h_G$，且

$$P=wh_G A=p_G A$$

P 在 X 方向之分力爲 P_X

$$P_X=P\sin\alpha=p_G A\sin\alpha=p_G A' \tag{2•7}$$

P_X 卽爲在 A' 上所作用之靜水壓

式中 $A'=A\sin\alpha$ 卽 A 在 YOZ 面之投影面積

又 P 在 Z 方向之分力爲 P_Z

$$P_Z=P\cos\alpha=w\bullet h_G(A\cos\alpha) \tag{2•8}$$

P_Z 卽與在平面上之水重相當

壓力中心 C 對 0 點之距離爲 S_C，與前同理得

$$S_C=S_G+\frac{I_0}{A\,S_G} \tag{2•9}$$

2·4 水中曲面之靜水壓

曲面 A 在 X 軸方向在 XOZ 面上之投影面積爲 A_x，在 Y 軸方向在 XOZ 面上之投影面積爲 A_y，如圖 2•6 所示

A_x：A 之 X 方向之射影面積

A_y：A 之 Y 方向之射影面積

p_x：P_x 之作力點

p_y：P_y 之作力點

$P_x=w\,A_x\times$（A_x 之中心深度）

$P_y=w\,A_y\times$（A_y 之中心深度）

$P_z=$A 之由底至水面之鉛直水柱之水重

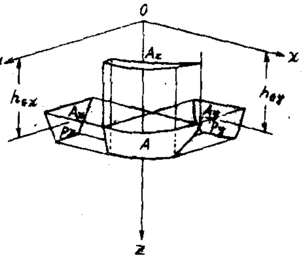

圖 2•6

因 $X=f(Z)$

$$\left.\begin{aligned}
P_x&=2w\sin\theta\int_{A} f(Z)ZdZ\\
P_z&=2w\theta\int Z\,f(Z)'\frac{df}{dZ}\,dZ\\
P_y&=0
\end{aligned}\right\} \tag{2•10}$$