

计算机辅助电路系統 理論和方法

(第二分册)

福州大学数学系翻印

一九八四年一月

第四章 元器件模型

在前面几章中，我们已经介绍了一些简单的电子元件模型，本章集中地介绍一些储能元件模型和非线性元器件模型及模型参数的计算方法。

前面介绍的电子元件模型，这些元件的支路特性方程是线性的，所以，通常称为线性元件。仅包含这些元件的电路分析，叫做线性电路分析。

还有一类电子元件，它们的支路特性方程是非线性的，通常称为非线性元件。含有这类元件的电路分析，叫做非线性电路分析。这类电路分析的精度，主要取决于非线性电子元件模型的精度。然而，模型精度越高，它的构造越复杂，需要测量的模型参数也就越多；元器件模型越复杂，计算时间越长，所以，在选择半导体器件模型时，需在精度和复杂程度之间采取适当的折衷。

在这章中，我们介绍一些常用的储能元件和非线性元件模型，及模型参数的计算方法。

4.1 储能元件模型

电感元件，是一种储能元件，它的磁通量为

$$\Psi = LI_L$$

当磁通量 Ψ 发生变化时，感生支路电压 v_L

$$v_L = \frac{d\Psi}{dt} = L \frac{dI_L}{dt}$$

这就是线性电感的支路特性方程， L 通常称为电感。

线性电容是另一种储能元件，它存储的是电荷，电荷量与其两端的电压差成正比。

$$Q = CV_c \quad (4.3)$$

当存储电荷 Q 发生变化时，产生电容电流 I_c

$$\begin{aligned} I_c &= \frac{dQ}{dt} \\ &= C \frac{dV_c}{dt} \end{aligned} \quad (4.4)$$

C 通常称为电容器的电容量。

Pn 结电容，也是一种存储电荷的元件，但是，它的电荷量 Q 与其支路电压 V_c 间的关系，不是线性关系，而是非线性关系。

$$Q_J = C_0 \Phi (m_c - 1)^{-1} \{ (1 - V_c / \Phi)^{1-m_c} - 1 \} \quad (4.5)$$

所以

$$\begin{aligned} I_J &= \frac{dQ_J}{dt} \\ &= C_J(V_c) \frac{dV_c}{dt} \end{aligned} \quad (4.6)$$

于此， $C_J(V_c)$ 为 Pn 结电容

$$C_J(V_c) = \frac{dQ_J}{dV_c}$$

$$= \frac{C_0}{(1 - V_C/\Phi)^{m_c}} \quad (4.7)$$

(4.5)、(4.6)和(4.7)式表明，Pn结电容的电荷量、电容量和电流都是电压的非线性函数。

描述Pn结电容，需要三个模型参数： C_0 、 Φ 和 m_c 。 C_0 是 $V_C = 0$ 时的电容值，可以直接用晶体管小电容测试仪测出， Φ 是自建势，可以根据杂质浓度和梯度由理论计算曲线中查出，一般在0.5到0.9之间。由(4.7)式，当 V_C 趋于 Φ 时， $C_J(V_C)$ 趋于无穷。但是，当 V_C 接近 Φ 时，自建势急剧增加，实际的电容量并不会趋于无穷，因此，当 V_C 趋于 Φ 时，必须采用别的公式计算： $C_J(V_C)$ 。 m_c 是电容指数，对(4.7)两端取对数得

$$\ln C_J(V_C) = \ln C_0 - m_c \ln(1 - V_C/\Phi)$$

这是双对数坐标下的直线方程， m_c 是该直线的斜率，因此，可在两个不同的偏压下，测出Pn结电容值，而后，计算 m_c 值和 C_0 值。

4.2 二极管模型

二极管模型，可分为直流模型和瞬态模型来介绍。

4.2.1 二极管直流模型

二极管的直流电路模型，如图4.1-b所示，其中， R_s 是它的体电阻与接触电阻，其值在零点几欧姆到100欧姆之间； R_C 是它的Pn结漏电阻，通常在 $1M^2$ 以上， I_D 是非线性电流源。

R_S 、 R_C 的处理方法和一般电阻相同，所以，为便于叙述，今后涉及到二极管直流模型时，仅考虑电流源 I_D ，并采用图 4. 1-c 所示电路符号，节点号仍记为 i 、 j 。

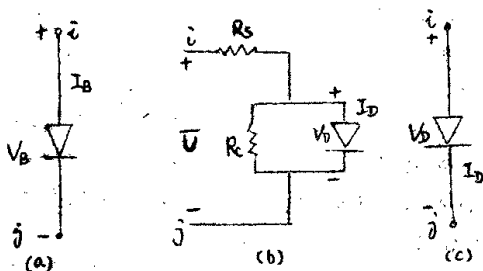


图 4. 1 a. 二极管电路符号
b. 二极管直流电路模型
c. 二极管直流电路符号

电流源 I_D 的支路特性方程是

$$I_D = I_S (e^{\lambda_D V_D} - 1) \quad (4.5)$$

通常称为“二极管方程”。其中， I_S 是二极管的反向饱和电流，对硅二极管， I_S 的数值在 10^{-6} mA 到 10^{-13} mA 之间，对锗二极管， I_S 在 10^{-2} mA 到 10^{-8} mA 之间。

$$\lambda_D = q / n_D K T$$

q 是电子电荷，其值为 1.6×10^{-19} 库仑， n_D 叫发射系数，其值在 1 到 2.5 之间， K 是波尔兹曼常数，其大小为 1.38×10^{-23} 焦耳/

度， T 是绝对温度。

反向饱和电流 I_S 也是温度的函数

$$I_S(T) = I_S(T_0) \left(\frac{T}{T_0} \right)^3 \exp \left(\frac{E_g}{K} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right) \quad (4.9)$$

其中， $I_S(T_0)$ 是在温度 T_0 下测得的反向饱和电流值， E_g 是半导体材料的禁带宽度。(4.9)式是理论公式，根据它算出的 I_S ，往往与实测值相差较大，所以，通常用下述经验公式计算 I_S

$$I_S(T) = I_S(T_0) e^{(T-T_0)/B_D} \quad (4.10)$$

系数 B_D 是单对数坐标下的直线斜率之倒数，如图 4.2 所示，因此，根据两个不同温度下的 I_S 值，便可算出 B_D 值。

对应于方程 (4.8) 的曲线，称为二极管特性曲线，如图 4.3 所示。

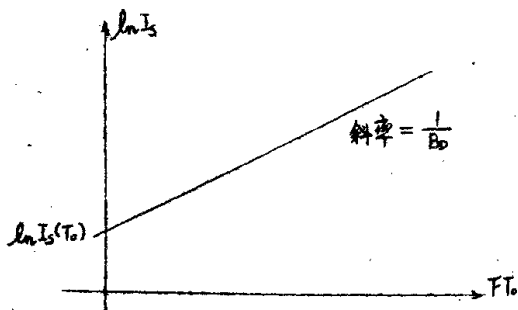


图 4.2 反向饱和电流与温度之间的关系

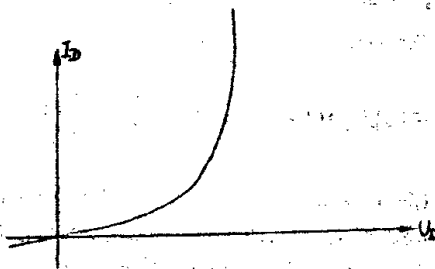


图 4.3 二极管特性曲线

4. 2. 2 二极管瞬态模型

二极管瞬态模型，是在直流模型的基础上，加 Pn 结电容 C_{DJ} 和扩散电容 C_{DD} 而成的，如图 4.4 所示。

二极管的 Pn 结电容 C_{DJ} 的数学模型和模型参数的确定方法，和一般的 Pn 结电容相同。为便于区分，我们将二极管的 Pn 结电容模型表述为

$$Q_{DJ} = C_{D0} \Phi_D (m_D - 1)^{-1} \{ (1 - v_D / \Phi_D)^{1-m_D} - 1 \} \quad (4.11)$$

$$I_{DJ} = \frac{dQ_{DJ}}{dt} \quad (4.12)$$

$$C_{DJ} = C_{D0} (1 - v_D / \Phi_D)^{-m_D} \quad (4.13)$$

扩散电容 C_{DD} 定义为

$$C_{DD} = \frac{dQ_{DD}}{dv_D} \quad (4.14)$$

Q_{DD} 是载流子的电荷量

$$Q_{DD} = \tau_D I_D \quad (4.15)$$

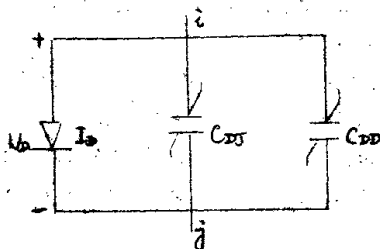


图 4.4 二极管瞬态电路模型

τ_D 为渡越时间, 由 (4.8) 式有

$$Q_{DD} = \tau_D I_s (e^{\lambda_D V_D} - 1) \quad (4.16)$$

因此,

$$C_{DD} = \tau_D I_s \lambda_D e^{\lambda_D V_D} \quad (4.17)$$

所以, 扩散电容也是非线性电容。

综上所述, 二极管的直流模型参数有三个: $I_s(T_0)$ 、 B_D 、 n_D 。瞬态模型参数为 $I_s(T_0)$ 、 B_D 、 n_D 、 τ_D 、 C_{D0} 、 Φ_D 、 m_D 共 7 个。

交流小信号分析的二极管模型, 将在以后介绍。

4.3 晶体三极管模型

早期的 Eber-Moll 模型 (以下简称 EM 模型)、Beanfoy-Sparkes 的电荷控制模型和 Lin-vill 的集总模型,具有相同的精度,都没有包括二级效应。Gummel-Poon 模型 (以下简称 GP 模型)包括了主要的二级效应。Ghosh 模型是二维模型,使用不便,且限制可分析电路的规模。

虽然 EM 模型本身只是大信号直流模型,既没有包括电荷存储效应,也没有模拟二级效应,但是,它是人们熟悉的使用最广泛的模型,又具有简单直观的特点,因此,人们在它的基础上引入一些参数来描述主要的二级效应,加上电容来刻画电荷存储效应,以适应不同的分析要求和不同的精度要求。

在这节中,我们以 n-p-n 晶体管为例,介绍 EM 模型和简化的 GP 模型。

4.3.1 EM 直流模型

在小注入条件下,晶体管的电流-电压特性可由 Eber-Moll 方程来描述,即

$$\begin{cases} I_O = -I_r + d_f I_f \\ I_E = -I_f + d_r I_r \end{cases} \quad (4.18)$$

其中, I_r 、 I_f 叫注入电流, $d_f I_f$ 、 $d_r I_r$ 叫传输电流, d_f 是 BC 结短路时的共基极正向电流增益, d_r 是 BE 结短路时的共基极反向电流增益。

$$\begin{cases} I_r = I_{r0}(e^{\lambda_r V_r} - 1) \\ I_f = I_{f0}(e^{\lambda_f V_f} - 1) \end{cases} \quad (4.19)$$

于以, $V_r = V_B - V_O$, $V_f = V_B - V_E$

$$\lambda_r = q/n_r KT$$

$$\lambda_f = q/n_f KT$$

n_r 、 n_f 是根据 Shockley-Sah 理论引入的发射系数, 其数值在 1 与 2.5 之间。在原来的 EM 模型中, 并没有这两个参数。

(4.18) 式的电路解释, 如图 4.4 所示, 这就是 EM 模型的等效电路, 即发射极电流和集电极电流都是一个二极管电流和一个电压控制电流源的迭加, 而基极电流

$$I_B = (I_O + I_E) = (1 - d_r) I_r + (1 - d_f) I_f \quad (4.20)$$

在上述模型中, 把两个二极管电流当做参考电流, 所以, 这种模型叫注入模型。

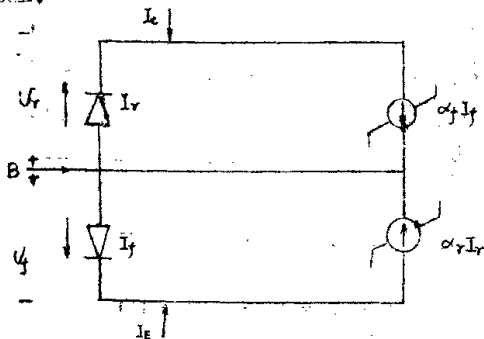


图 4.4. 晶体管注入模型

可以证明

$$d_r I_{r0} = d_f I_{f0} \quad (4.21)$$

这就是所谓的互易定理，记

$$I_s = d_r I_{r0} = d_f I_{f0} \quad (4.22)$$

I_s 是温度的函数，其理论公式就是 (4.9) 式，实践中常用 (4.10) 式。

以 I_{OO} 、 I_{EE} 表示图 4.4 中的传输电流，即

$$\begin{cases} I_{OO} = d_f I_f \\ I_{EE} = d_r I_r \end{cases} \quad (4.23)$$

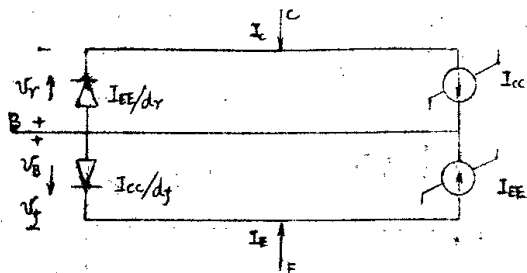


图 4.5 晶体管的传输模型

则

$$\begin{cases} I_{OO} = I_s (e^{\lambda_f V_f} - 1) \\ I_{EE} = I_s (e^{\lambda_r V_r} - 1) \end{cases} \quad (4.24)$$

于是，集电极电流、发射极电流和基极电流可以分别表示为：

$$I_C = -I_{EE}/\alpha_r + I_{CO} \quad (4.25)$$

$$I_E = -I_{CO}/\alpha_f + I_{EE} \quad (4.26)$$

$$I_B = I_{CO}/\beta_f + I_{EE}/\beta_r \quad (4.27)$$

其中， β_f 称为共发射极正向电流增益， β_r 叫做共发射极反向电流增益。

$$\beta_f = \alpha_f / (1 - \alpha_f)$$

$$\beta_r = \alpha_r / (1 - \alpha_r) \quad (4.28)$$

在这个模型中，以传输电流 I_{CO} 和 I_{EE} 作为参考电流，故称为传输模型。

实验表明：在传输模型中，参考电流 I_{EE} 和 I_{CO} 在几个数量级之内，在单对数座标上是重合的直线，如图 4.6 所示。但是，在注入模型中，参考电流 I_r 和 I_f 并不重合，且仅在中电流区呈直线，如图 4.7 所示，这说明在小电流区和大电流区， α_r 和 α_f 都不是常数，因此，要准确地模拟电子线路的电特性，还需对这些参数进行适当的修正。

由 (4.25) 和 (4.26) 描述的晶体管传输模型，还可以导出晶体管的 π 型传输模型，因为

$$\begin{aligned} I_C &= -I_{EE}/\alpha_r + I_{CO} \\ &= -I_{EE}/\alpha_r - I_{EE} + I_{EE} + I_{CO} \\ &= -\left(\frac{1}{\alpha_r} - 1\right) I_{EE} - I_{EE} + I_{CO} \end{aligned}$$

$$= -I_{EE}/\beta_r + I_{OT} \quad (4.29)$$

其中, 电压控制电流源 I_{OT} 为

$$\begin{aligned} I_{OT} &= I_{OO} - I_{EE} \\ &= I_S (e^{\lambda_f V_f} - e^{\lambda_r V_r}) \end{aligned} \quad (4.30)$$

类似地

$$\begin{aligned} I_E &= -I_{OO}/d_f + I_{EE} \\ &= -I_{OO}/d_f - I_{OO} + I_{OO} + I_{EE} \\ &= -(1/d_f - 1)I_{OO} - I_{OO} + I_{EE} \\ &= -I_{OO}/\beta_f - I_{OT} \end{aligned} \quad (4.31)$$

(4.27)、(4.29)和(4.31)的电路解释, 如图4.8所示, 这就是所谓的晶体管的 π 型传输模型。

本节介绍的三种晶体管直流模型, 具有六个基本的模型参数, 它们是: I_{EO} 、 β_r 、 n_r 、 n_f 、 d_r 和 d_f 。

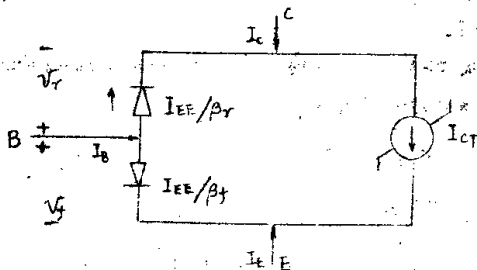


图4.8 晶体管 π 型传输模型

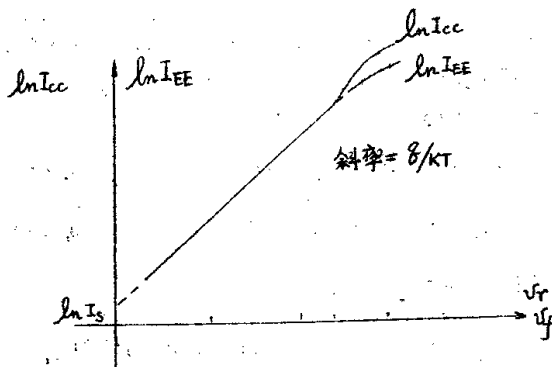


图 4.6 I_{CO} 、 I_{EE} 和电压的关系

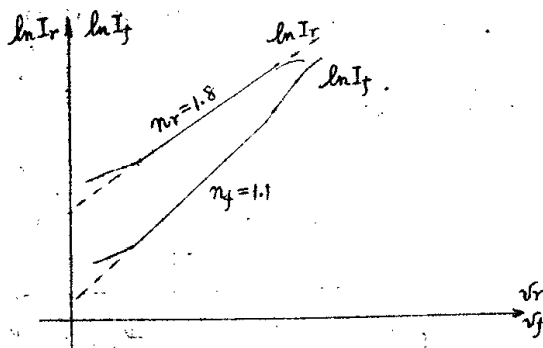


图 4.7 I_r 与 v_r 、 I_f 与 v_f 的关系曲线

4. 3. 2 BM瞬态电路模型

BM瞬态电路模型是在BM直流模型的基础上，加上描述电荷存储效应的元件构成的。如图 4.9 所示。该模型是在直流模型的基础

上, 增加PN结电容 C_{fj} 和 C_{rj} 来模拟PN结空间电荷区电容的影响, 增加扩散电容 C_{fD} 和 C_{rD} 来描述载流子存储效应。

PN结电容 C_{fj} 和 C_{rj} 按下式计算

$$C_{fj} = C_{fo} / (1 - v_f / \Phi_f)^{m_f} \quad (4.32)$$

$$C_{rj} = C_{ro} / (1 - v_r / \Phi_r)^{m_r} \quad (4.33)$$

在它们上面的电荷 Q_{fj} 和 Q_{rj} 为

$$Q_{fj} = C_{fo} \Phi_f (m_f - 1)^{-1} [(1 - v_f / \Phi_f)^{1 - m_f} - 1] \quad (4.34)$$

$$Q_{rj} = C_{ro} \Phi_r (m_r - 1)^{-1} [(1 - v_r / \Phi_r)^{1 - m_r} - 1] \quad (4.35)$$

扩散电容的电荷定义为

$$Q_{rD} = \tau_r I_r \quad (4.36)$$

$$Q_{fD} = \tau_f I_f \quad (4.37)$$

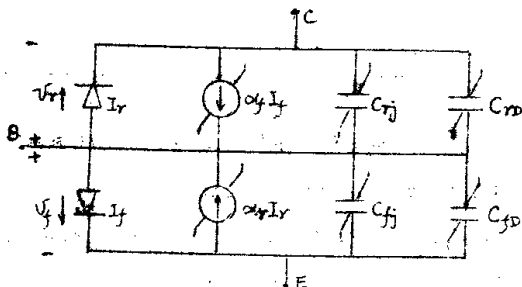


图 4.9 晶体管的瞬态电路模型

其中, τ_r 为反向渡越时间, τ_f 为正向渡越时间, 而扩散电容为

$$C_{rD} = \frac{dQ_{rD}}{dV_r} = \tau_r \lambda_r (I_r + I_{r0}) \quad (4.38)$$

$$C_{fD} = \frac{dQ_{fD}}{dV_f} = \tau_f \lambda_f (I_f + I_{f0}) \quad (4.39)$$

因此, 为了计算扩散电容 C_{rD} 、 C_{fD} , 就要知道正向渡越时间 τ_f 和反向渡越时间 τ_r 。

τ_f 是通过测定共发射极的特征频率 f_T 来确定的, 因为

$$\frac{d_f}{2\pi f_T} = \tau_f + \frac{1 - d_f}{I_f} \lambda_f (C_{rj} + C_{fj}) + R_0 C_{rj} d_f \quad (4.40)$$

这是一条关于 $\frac{1}{f_T}$ 和 $1/I_f$ 的直线, 然而, 实测的结果, 却如图

4.10 所示。将该曲线的直线部分延长与纵轴 $1/f_T$ 相交, 记交点的纵坐标为 $1/f_T'$, 于是, 由 (4.40) 式有

$$\tau_f = \left(\frac{1}{2\pi f_T'} - R_0 C_{rj} \right) d_f \quad (4.41)$$

饱和时间常数 τ_s 定义为基区过剩电荷与过剩基流之商, 而基区过剩电荷等于总存储电荷与临界饱和时的存储电荷之差, 过剩基流等于总基流减去临界饱和时的基流, 故

$$\tau_s = \frac{\tau_f I_f + \tau_r I_r - \tau_f (d_f I_f - I_r) / d_f}{(1 - d_f) I_f + (1 - d_r) I_r - (1 - d_f) (d_f I_f - I_r) / d_f}$$

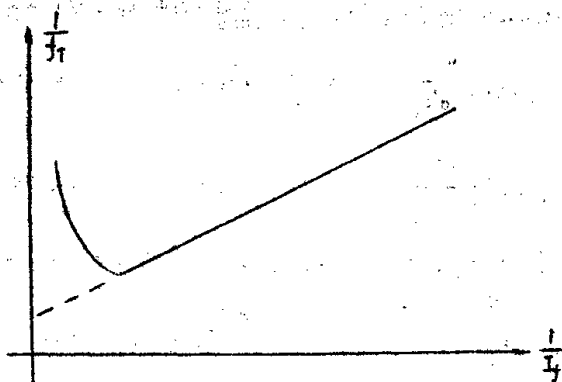


图 4.10 $1/f_T$ 和 $1/I_f$ 的关系曲线

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(\tau_r d_f + \tau_f) I_r / d_f}{(1 + d_f d_r) I_r / d_f} \\
 &= \frac{\tau_r d_f + \tau_f}{1 - d_f d_r} \quad (4.42)
 \end{aligned}$$

所以,

$$\tau_r = ((1 - d_f d_r) \tau_s - \tau_f) / d_f \quad (4.43)$$

因此,要确定反馈渡越时间,只需算出饱和时间常数 τ_s .

τ_s 可按下式计算:

$$\begin{aligned}
 \tau_s = \tau_s \ln(I_{B1} - I_{B2}) / [(1 - d_f)(d_f I_f - I_r) \\
 / d_f - I_{B2}] \quad (4.44)
 \end{aligned}$$