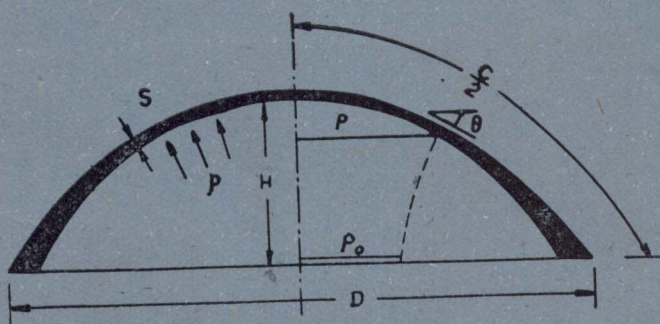


超塑性力学

〔美〕 S. TANG 著

张德荣 译 理有亲 校



沈阳航空工业学院

序 言

在一定的条件下，某些合金能够具有高达百分之几百或者更大的均匀延伸率而不断裂。这种现象称为超塑性。早在1934年，皮尔逊 (C.E. Pearson) 就研究过这种现象。那时曾把它看作实验室无法理解的异常现象。然而，在六十年代，材料科学工作者重新对这个课题产生了兴趣，并着手研究用以成形难加工合金的工艺方法。两家英国公司，即英国勒兰德汽车公司 (The British Leyland Motor Corporation) 和里奥廷托锌公司 (The Rio Tinto Zinc Company)，已经发展了一种商业上叫做普雷斯脱 (Prestal) 的超塑性锌—铝合金，利用通常成形塑料的工艺，能够成形汽车车身外壳。

美国航空与航天工业的几个发展计划已经表明，超塑性成形与扩散连接工艺相结合，能制造复杂的钛合金零件，这些零件需作很大的延伸，因此不能用常规的工艺方法成形。这些计划还表明，与普通钛合金结构相比，可节约成本50%，减轻重量30%。

已经提出了几种关于超塑性合金的双相显微组织理论，但还没有一种得到公认。因此，本书要介绍的只是这个课题的唯象学研究。对此课题的物理基础感兴趣的读者，可参考现有文献。

与超塑性的金属物理学并行，超塑性的连续介质力学的研究也有很多进展。应用力学的这个分支的任务，就是对超塑性金属成形方法的各个方面，为工程师提供一些进行估算的手段。本专著试图介绍这个课题领域内的最新发展。

第一章介绍超塑性的简史，并说明恒温超塑性的条件和超塑性状态下合金的力学特征。第二章介绍单向应力下超塑性的幂定律 (the power law)、阿费里—贝可芬定律 (the Avery—Backofen law)、帕克—谢尔拜定律 (the Packer—Sherby law) 和帕顿定律 (the Paton law) 的本构方程，还介绍帕克—谢尔拜定律的力学模型和实验数据。对于实际应用而言，重要的是能够用一维或三维的参数来分析成形过程。因此，本章根据工程上的一些假设，利用幂定律和帕克—谢尔拜定律，以方程式表达出一种超塑性的三维理论。当然，也能对其他定律同样加以组合。

对于制造工程师来说，非常希望知道材料的可成形性极限。为此，在第三章应用霍夫 (N.J. Hoff) 的粘性蠕变断裂理论来确定：

- (1) 恒定拉伸载荷作用下圆棒的断裂时间；
- (2) 受恒定内压力作用的长管的断裂时间；
- (3) 受恒定内压力作用的球壳的断裂时间；
- (4) 受单面均匀压力作用的圆平板的断裂时间。

对于情形 (4)，还提供了验证理论分析的实验数据。

确定超塑性合金的可成形性极限以后，下一步自然要研究自由成形的过程。因此，超塑性板材用单面压力的吹塑成形 (有的译为“撑压内形法”或“胀形”——译注) 就成为第四章的主题。这一章介绍了贾凡 (F. Jovane) 和霍尔特 (D.L. Holt) 的工作，

不但包括实验数据，还包括理论分析。

在超塑性状态下，金属的各种成形方法，例如拉拔、挤压、锻压和轧制等等都具有明显的优点。它可使成形力降低，工件的精度提高，破裂减少。因此，在第五、六、七章中，分别介绍了超塑性挤压（包括稳态正挤压和非稳态的反挤压）、拉拔和锻压方法。非稳态反挤压的理论结果与实验数据非常符合。

采用超塑性成形与扩散连接组合工艺（SPF/DB）将钛板材料制成结构件，在美国工业中，是一项热门的研究和开发课题。第八章的内容就涉及到这个专题的理论分析和实验证明。

S. Tang

目 录

第一章	绪论	1
第二章	本构方程	3
第三章	拉伸断裂	6
	3.1. 圆棒	6
	3.2. 薄壁管	10
	3.3. 薄壁球	11
	3.4. 圆薄板	12
	(A) 分析法	12
	(B) 试验	16
第四章	板材的单面压力吹塑	19
	4.1. 均匀厚度	19
	第一种情况: 恒定压力	20
	第二种情况: 恒定应变速率	22
	第三种情况: 分段加载过程	24
	4.2. 不均匀厚度	29
	4.3. 薄板在 90° V型槽内的吹塑	32
第五章	正挤压与反挤压	36
	5.1. 通过模孔的稳态挤压	36
	(A) 矩形孔	36
	(B) 圆孔	37
	5.2. 非稳态反挤压	39
	(A) 分析法	39
	(B) 与实验结果比较	39
第六章	有干摩擦的拉拔	43
	6.1. 圆柱体	47
	(A) 有摩擦的拉拔和挤压	47
	(B) 拉拔和挤压应力	48
	(C) 拉拔和挤压时间	50
	(D) 容积流动速率	51
	(E) 数字实例	53
	6.2. 通过楔形模的板坯	57

	(A) 有摩擦的拉拔和挤压.....	58
	(B) 应力和模具压力的分布.....	60
	(C) 材料流动速率.....	61
	(D) 数字实例.....	62
第七章	圆板的锻压.....	65
7.1.	无侧胀的实心圆板——等摩擦.....	65
	(A) 平衡法.....	66
	(B) 功率法.....	67
7.2.	无侧胀的实心圆板——干摩擦.....	69
7.3.	有侧胀的实心圆板.....	72
	(A) 分析法.....	72
	(B) 数字实例与结论.....	75
7.4.	无侧胀的空心圆板.....	78
	(A) 分析法.....	78
	(B) 数字实例.....	81
第八章	钛板的超塑性成形与扩散连接.....	86
8.1.	钛合金的机械性能.....	87
8.2.	环形截面梁组合体的分析法.....	88
8.3.	与实验数据比较.....	90
附录一	钛板超塑性成形为浅帽形截面加强条的分析.....	92
附录二	深帽形截面加强条超塑性吹塑成形的力学分析.....	98
附录三	拉伸试验的理论.....	110
附录四	金属流变力学的状态方程及其参数的数学理论.....	118

第一章 绪 论

超塑性合金能达到百分之几百甚至几千的均匀延伸率而不破断。尽管还不完全了解这种特性的缘由,但是许多合金的这种力学性质,以及超塑性发生的条件,则是人们所熟知的。

合金超塑性变形的最早发现者之一是皮尔逊。1934年,当他研究铅-锡合金和铋-锡合金的某些力学性质时,发现有些试样的相对均匀延伸率竟高达2000%。1945年,包契瓦尔(А.А.Бочвар)和斯维德尔斯卡娅(З.А.Свидерская)引入一个术语,并为其其他一些苏联学者所沿用,通常把它译为“超塑性”。现在这个术语在冶金学词汇中似乎已得到确认,特别是温德伍特(E.E.Underwood, 1962)和达维斯(G.J.Davies, 1970)等对这个问题作了详细的述评以后。

超塑性用在工业技术上有几种可能⁽⁵⁾:

(1) 当材料处于超塑性状态时,它易于成形,例如,塑料工业中的真空成形法也可用于金属工业;

(2) 当超塑性加工得到用于低温的高强度、高韧性材料时,便可研制一些精巧的结构;

(3) 用于高温蠕变工作状态,此时,就象在辐射条件下一样,晶界的脆性断裂很重要。

有两种不同类型的超塑性⁽⁴⁾。一种称为相变超塑性,即对材料施加应力,同时温度在材料的相变点温度上下循环变化。这种超塑性还没有立即在工业上应用。另一种称为恒温超塑性(或微晶超塑性),它在金属成形工业中的实际应用,有着巨大的潜力。本书要讨论的,正是这一种。

合金的恒温超塑性条件包括⁽⁴⁻⁷⁾:

(1) 几微米大小的极细晶粒;

(2) 温度高于二分之一熔点温度(按绝对温度计算);

(3) 最适宜的应变速率范围;

(4) 主要合金成分的强度相近,同样,各组成物的熔点也需相近。

恒温超塑性的力学性质具有如下的特点⁽⁸⁾:

(1) 有应变速率敏感性;

(2) 无屈服应力;

(3) 无应变硬化。

而这本身就意味着巨大的均匀延伸率。所有这些性质与“传统的”金属塑性是完全不同的。

实现超塑性成形之后,问题就成为在材料承受设计载荷时,如何改变这些超塑性状态下的性质。有两种办法可以实现这个目标⁽⁸⁾。首先,选择出现超塑性的温度比其正常工作温度高得多的材料。在这种情况下,材料经过变形,其温度降到正常的工作温度以

后, 超塑性消失, 材料性能与常规合金一样, 它恢复了正常的强度和刚度。另一种办法是在材料经过超塑性变形之后, 改变它极细的晶粒度。运用这些思路, 就能生产出象玻璃或塑料那样成形起来既方便又便宜的金属。

参 考 文 献

1. Pearsou, C.E., "The Viscous Properties of Lead-Tin and Bismuth-Tic", *Journal of Institute of Metals*, Vol. 54, 1934, p.111.
2. Bochvar, A.A. and Sviderskaia, Z.A., "Superplasticity Phenomena in Zinc-Aluminum Alloys", *Izv Akad Nank, SSSR, Otdel Telch Nank*, Vol. 9, 1945, P. 821.
3. Underwood, E. E., "Review of Superplasticity", *Journal of Metals*, Vol. 14, 1962, p.914.
4. Hayden, H.W., Gibson, R.C. and Brophy, J.H., "Superplasticity Metals", *Scientific Americans*, March, 1969.
5. Sherby, O.D., "Strenth, Deformation and Fracture", *Lecture Notes*, Stanford University, Autumn, 1969.
6. Backofen, W.A., Turner, I.R. and Avery, D.H., "Superplasticity in an Al-Zn Alloy", *ASM Trans Quarterly*, Vol.57, 1964, p.980.
7. Avery, D.H. and Backofen, W.A., "A Structural Basis for Superplasticity", *ASM Trans Quarterly*, Vol. 58, 1965, P. 551.
8. Chaudhari, P., "Superplasticity", *Science & Technology* Sept. 1968, P. 42.
9. Davies, G.J., Edington, J.W., Cutler, C.P. and Padmanabhan, K.A., "Superplasticity: A Review", *J. of Mat.Sci.*, Vol.5, 1970, p.1091.

第二章 本 构 方 程

为了描述恒温超塑性的力学特征，文献中引用了实验的单向应力-应变速率关系式

$$\sigma = K \dot{\epsilon}^m \quad (2.1)$$

式中， σ 为真实应力， $\dot{\epsilon}$ 为实际应变速率， K 是常数，而 m 是应变速率敏感指数（等于 $\sigma - \dot{\epsilon}$ 对数曲线的斜率）。

关于颈缩抵抗力与应变速率敏感性的关系的唯象学解释，已由贝可芬及其同事给出⁽¹⁻²⁾。利用真实应力的定义

$$\sigma = P/A \quad (2.2)$$

（式中， P 为拉伸载荷， A 为圆柱体的真实横截面面积），和不可压缩材料实际应变速率的定义

$$\dot{\epsilon} = dl/l dt = -dA/A dt, \quad (2.3)$$

（式中， l 为圆柱体的真实长度），再联立方程（2.1）、（2.2）和（2.3），可得到

$$\frac{dA}{dt} = -\left(\frac{P}{K}\right)^{1/m} \cdot A^{(m-1)/m} \quad (2.4)$$

显然，当 $m=1$ 时，即为牛顿粘性流动， dA/dt 与 A 无关，而细颈的发展极小。通常，对低应力和低应变速率而言，许多超塑性合金的 m 值在0.4到0.8之间变化；而对于高应力和高应变速率而言， m 值在0.2到0.25之间变化。某些超塑性合金的 m 值示于表2—1。

阿费里与贝可芬⁽²⁾利用两个竞争过程来解释超塑性，其中每一过程都对总变形独立地作出贡献。一是位错通过晶粒的攀移运动，即方程（2.5）中的第一项。另一过程是一种引起粘性流动的晶内空位迁移，即方程（2.5）中的第二项。

$$\dot{\epsilon} = A \sinh(B\sigma) + C\sigma \quad (2.5)$$

帕克和谢尔拜也采用了这种方法^(3,4)。根据韦特曼（J. Weertman）的推证^(5,6)，帕克和谢尔拜提出了一个普遍的一维方程，来描述在一个大的应变速率范围内超塑性金属的力学特征。

$$\dot{\epsilon} = \frac{A'\sigma^2}{L^3} + B'\sigma^2 \sinh(\beta'\sigma^{2/5}) \quad (2.6)$$

这里， A' 、 B' 和 β' 是材料常数， L 是晶粒尺寸， σ 和 $\dot{\epsilon}$ 是真实应力和实际应变速率。方程（2.6）右边第一项考虑了再结晶或晶界迁移过程，该项在低应力和低应变速率下是重要的；第二项涉及位错攀移控制的蠕变过程，该项在高应力和高应变速率下是重要的。为了在物理上更形象化，方程（2.6）可用一个力学模型来代表，该模型包括两个不同的、串联在一起的非线性阻尼器（图2—1）。

由阿费里与贝可芬以及克莱因（H. E. Cline）与阿尔登（T. H. Alden）在实验中

观察到的铅-锡共晶合金的应变速率 $\dot{\epsilon}$ 和应力 σ 之间的关系，复制于图2—2上。帕克和谢尔拜的方程 (2.6) 与这些数据吻合⁽⁴⁾ (图2—2中的实线)，材料常数在表2—2中给出。

这里，必须指出，帕克-谢尔拜定律，即方程 (2.6)，尚未被公认。

阿西拜 (M.F.Ashby) 与维洛 (R.A.Verrall) 发表了一篇文章⁽⁸⁾，在这篇论文中，他们导出了一个扩散调节 (diffusion accommodated) 流动方程。所用模型建立在低应变速率下的晶粒转向机制与高应变速率下的幂定律蠕变 (位错蠕变) 模型相结合的基础之上。他们导出的方程十分复杂，由帕顿 (N.Paton)

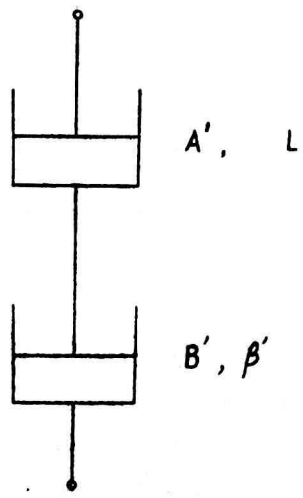


图2—1 方程 (2.6) 的力学模型

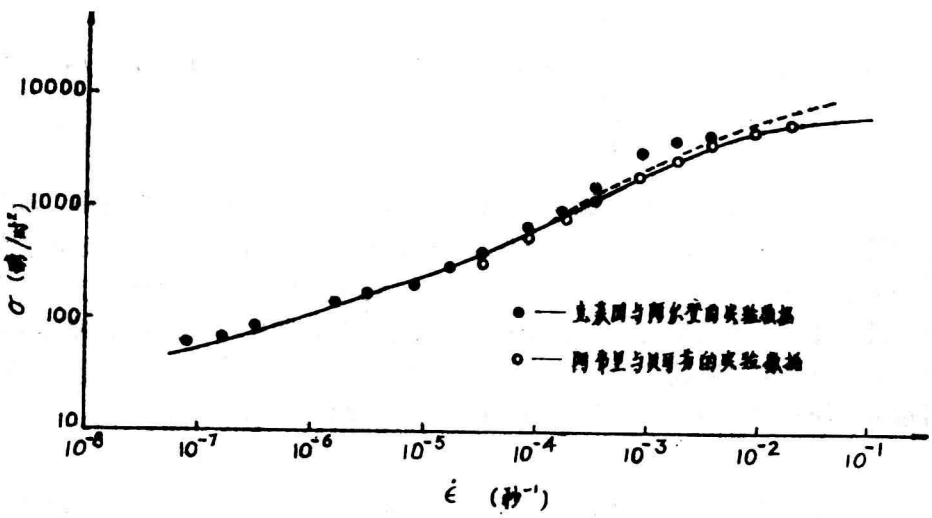


图2—2 室温下铅-锡共晶合金的应力与应变速率的关系曲线

简化为如下的形式⁽⁹⁾：

$$\dot{\epsilon} = K_1 (\sigma - \sigma_0) + K_2 \sigma^N \tag{2.7}$$

式中， K_1 、 σ_0 、 K_2 和 N 都是常数。帕顿将这种形式的方程用于金属的高温流动，发现由此得出的本构方程对于解决金属和合金在成形和锻造中的许多问题是有用的。

到目前为止，还没有一个对超塑性状态下所有合金都适用的简单方程。在超塑性状态下，一些典型的应力与应变速率关系曲线示于图2—3。基本的幂定律方程 (2.1) 对于分析 m 近似为常数的、小的应变速率范围内的成形过程，仍然是一个非常有用的工具。

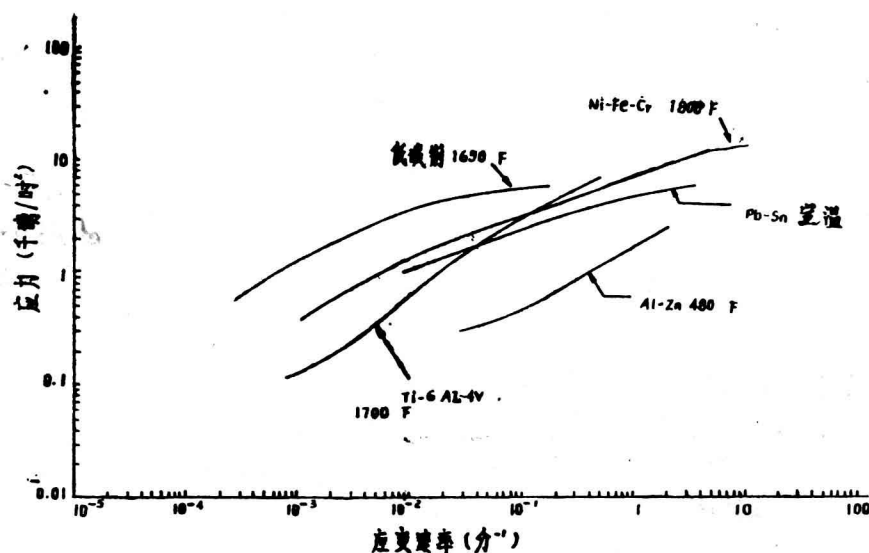


图2—3 在超塑性状态下金属的典型的应力—应变速率曲线

表2—1 超 塑 性 合 金*

材料 (%重量)	m	温度 (° C)
铝 - 铜 (67 - 33)	0.7	500
铝 - 硅 (88.3 - 11.7)	0.5	550
铝 - 锌 (几种成分)	0.5~0.8	250及以上
铋 - 锡 (几种成分)	0.5~0.7	30
铁 - 锰 - 碳 (97.68 - 1.9 - 0.42)	0.5~0.6	750
几种不同成分的钢	0.35	800~900
镍 - 铬 - 铁 - 钛 - 铝 (48.25 - 39 - 10 - 1.75 - 1)	0.5	900
铅 - 镉 (82.6 - 17.4)	0.5~0.5	100
铅 - 锡 (几种成分)	0.5~0.6	30
钛 - 铝 - 钒 (90 - 6 - 4)	0.6~0.7	950
钛 - 铝 - 钒 (90 - 6 - 4)	0.4~0.5	1000
锆合金 - 4	0.4~0.5	900

* P Chaudhari. "Superplasticity", Science & Technology, page 49, Sept. 1968.

表2-2 铅-锡共晶合金在室温下的材料常数

A'	1.8×10^{-22}	时 ⁷ /磅 ² -秒
B'	1.9×10^{-11}	时 ⁴ /磅-秒
L	1.0×10^{-4}	时
β'	1.1×1.0^{-9}	时 ⁵ /磅 ² ·s
K	1.0×10^4	磅/时 ² -秒

对工程应用而言,重要的是将这种分析法推广到三维应力状态。仿效奥德奎斯特 (F.K.G.Odqvist)⁽⁹⁾,可对超塑性材料作如下假设:

- (1) 材料在超塑性变形时,是不可压缩的(即体积不变——译注);
- (2) 应变速率与附加的流体静压力无关;
- (3) 存在着一种流动势;
- (4) 材料是各向同性的;
- (5) 方程(2.1)适用于单向应力的特殊情况。

根据上述假设,方程(2.1)可以推广为下面的三维形式^{(9)*}:

$$S_{ij} = \frac{2}{3} K (\dot{\epsilon}_e)^{(1-n)/n} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (2.8)$$

而相应的应变速率与应力的关系为

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{3}{2} \left(\frac{\sigma_e}{K} \right)^{n-1} \frac{S_{ij}}{K} \quad (2.9)$$

式中, S_{ij} 是偏应力张量

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{kk} \delta_{ij} / 3; \quad (2.10)$$

σ_e 是有效应力

$$\begin{aligned} \sigma_e &= [3S_{ij}S_{ij}/2]^{1/2} \\ &= [\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{22}\sigma_{33} - \\ &\quad \sigma_{33}\sigma_{11} + 3(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)]^{1/2}; \end{aligned} \quad (2.11)$$

$\dot{\epsilon}_e$ 是有效应变速率

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_e &= [2 \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} / 3]^{1/2} = \\ &= (2/3)^{1/2} [\dot{\epsilon}_{11}^2 + \dot{\epsilon}_{22}^2 + \dot{\epsilon}_{33}^2 + 2(\dot{\epsilon}_{12}^2 + \dot{\epsilon}_{23}^2 + \dot{\epsilon}_{31}^2)]^{1/2}; \end{aligned} \quad (2.12)$$

δ_{ij} 是克隆尼克 (Kroneker) 记号 ($i=j$ 时, $\delta_{ij}=1$; $i \neq j$ 时, $\delta_{ij}=0$ ——译注); n 与 m 的关系为

$$n = 1/m; \quad (2.13)$$

K 是材料常数; 而 $\dot{\epsilon}_{ij}$ 为应变速率张量。根据不可压缩的假设(1), 应变速率张量 $\dot{\epsilon}_{ij}$

*似应为 [10]

必须满足下面的条件

$$\dot{\epsilon}_{kk} = 0. \quad (2.14)$$

按照同样的方法,也可将一维的帕克-谢尔拜定律推广为三维的关系式^{(10)*}

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{3}{2} \left[\frac{A'}{L^3} \sigma_e + B' \sigma_e \sinh(\beta' \sigma_e^{2.5}) \right] S_{ij}. \quad (2.15)$$

实际伸长应变或对数伸长应变与对数剪切应变的定义为^{(11)**}

$$\epsilon_i = l_n(1 + e_i), \quad \gamma_{ij} = l_n(1 + \gamma_{ij}) \quad (2.16)$$

式中, e_i 与 γ_{ij} 是按经典定义的应变

$$\left. \begin{aligned} e_i &= u_{i, i} \\ \gamma_{ij} &= u_{i, j} + u_{j, i} \end{aligned} \right\} \text{对 } i \text{ 不求和} \quad (2.17)$$

此处, u_i 是位移分量。

应当指出,有时以物体尺寸的变化代替位移作为因变量会更方便一些。

就稳态过程而言,与变形状态有关的应力平衡方程可以写成

$$S_{ij, j} + \delta_{ij} \sigma_{kk, j} / 3 + F_i = 0 \quad (2.18)$$

将方程(2.17)代入方程(2.16),就得到六个应变-位移关系式,加上六个(原文误为三个——译注)本构方程(2.9)或(2.15)与三个平衡方程(2.18),就对应于 σ_{ij} 、 $\dot{\epsilon}_i$ 、 $\dot{\gamma}_{ij}$ 、 u_i 这十五个未知量的十五个方程。这十五个方程再加上适当的初始条件和边界条件,就可以成为描述一种超塑性的三维理论。

参 考 文 献

1. Backofen, W. A., Turner, I. R. and Avery, D. H., "Superplasticity in Al-Zn Alloy", ASM Trans: Quart., Vol. 57, 1964, p 980
2. Avery, D. H. and Backofen, W. A., "A Structural Basis for Superplasticity", ASM Trans: Quart., Vol 58, 1965. p. 551.
3. Packer, C. M. and Sherby, C. D., "An Interpretation of the Superplasticity Phenomenon in Two-Phase Alloy", Trans. ASM., Vol. 60, 1967, p.21.
4. Packer, C.M., "Superplasticity in Metals", Ph.D. Dissertation Stanford University, Dec. 1967.
5. Weertman, J., "Theory of Steady-State Creep Based on Dislocation Climb", J. Appl. Phys., Vol, 26, 1955, p.1213.
6. Weertman, J., "Steady-State Creep Through Dislocation

*似应为⁽¹¹⁾——译注

**似应为⁽¹²⁾——译注

Climb", J. Appl. Phys., Vol. 28, 1957, p. 362.

7. Cline, H. E. and Alden, T. H., "Superplasticity in Lead-Tin Alloy", Trans. AIME, Vol. 239, 1967, p. 710.

8. Ashby, M. F. and Verrall, R. A., "Diffusion Accommodated Flow and Superplasticity", Acta Met., Vol. 21, 1973, p. 149.

9. Paton, N., "A Constitutive Equation For High Temperature Flow", J. of Eng. Materials & Tech., Trans. ASME, Series H, Oct. 1975, p. 212.

10. Odqvist, F. K. G., "Mathematical Theory of Creep and Creep Rupture", Oxford University Press, 1966.

11. Tang, S., "Steady Extrusion of Superplastic Metallic Alloy", J. of Basic Eng., Dec. 1971, p. 657.

12. Hoffman, O. and Sach, G., "Introduction to the Theory of Plasticity for Engineers", McGraw-Hill, 1953, p.30.

13. Hayden, H.W., Gibbison, R.C., Merrick, H.F. and Brophy, J.H., "Superplasticity in the Ni-Fe-Cr System", Trans. ASM, Vol. 60, 1967, p.3

14. Morrison, W.B., "Superplasticity for Low-Alloy Steels", Trans. ASM, Vol. 61, 1968, p. 423.

第三章 拉伸断裂

在金属的超塑性成形过程中,能够获得的变形量要受到超塑性状态上金属粘结强度的限制。知道金属能以多快的速度和多大的程度来变形,对于工程师是很有用的。因此,对这个问题的详尽分析具有重要的实际意义。

由于超塑性金属在断裂以前可以达到异常大的延伸率,因而这里可用霍夫(N.J.Hoff)的粘性蠕变断裂理论⁽¹⁾来阐明这些问题。

对于这类问题,从加载的开始阶段,涉及到一个很大的应变速率范围,因此,应该用帕克-谢尔拜定律或与之相当的方程。

3.1节将讨论具有等截面的超塑性圆棒承受恒定载荷时的拉伸断裂问题。双向应力问题,如薄壁圆管在恒定内压力作用下的拉伸断裂,薄壁球形件在恒定内力作用上的拉伸断裂,以及用恒定内压力将圆薄板吹塑成鼓包的拉伸断裂,将分别在3.2节、3.3节和3.4节中介绍。在分析这些问题时,要用到帕克-谢尔拜定律。

3.1 圆棒

设一等截面圆棒受恒定拉伸载荷 P 的作用,由于材料的不可压缩性,圆柱体积保持不变,

即

$$Al = C = \text{常数} \quad (3.1a)$$

$$\dot{\epsilon} = \frac{al}{lat} = -\frac{CdA}{lA^2dt} = -\frac{Al dA}{lA^2dt} = -\frac{dA}{A dt} \quad (3.1b)$$

式中, A 和 l 是在拉伸载荷作用下的圆柱体的真实截面积和真实长度。

考虑到方程(3.1b),方程(2.6)〔原文误为(2.5)——译注〕可写成如上的形式

$$-\frac{dA}{A dt} = \frac{A'}{L^3} \left(\frac{P}{A}\right)^2 + B' \left(\frac{P}{A}\right)^2 \sinh \left[B' \left(\frac{P}{A}\right)^{2.5} \right] \quad (3.2)$$

若 A_0 为圆棒的初始应力可定义为

$$\sigma_0 = P/A_0, \quad (3.3)$$

而瞬时截面积与初始截面积,则圆棒的初始截面积之比也可以定义为

$$X = A/A_0, \quad 0 \leq X \leq 1, \quad (3.4)$$

将 σ_0 与 X 代入方程(3.2),并注意到变量是可分离的,则方程(3.2)可写成一种积分的形式

$$\int_{t=0}^t dt = \int_x^{x=1} \Phi(\theta) d\theta \quad (3.5)$$

其中

$$\Phi(\theta) = \theta/\sigma_0^2 \left\{ \left(A'/L^3 \right) + B' \sinh \left[B' \left(\sigma_0/\theta \right)^{2.5} \right] \right\}^{-1} \quad (3.6)$$

这里 θ 是积分的哑变量。设在 $t=0$ 时,施加拉伸载荷。那么,截面积比 X 从1减到小

于1的某一 x 值所需的时间可从积分式(3.5)得到。

根据霍夫的理论,受恒定拉伸载荷 P 作用的超塑性圆棒的断裂时间,可令方程(3.5)中的下限 $X \rightarrow 0$ 而得到。因此,断裂时间 t_r 可以表示为

$$t_r = \int_{x \rightarrow 0}^1 \Phi(\theta) d\theta \quad (3.7)$$

方程(3.5)和(3.7)右边的积分不能用解析法积分出来,对于已知 A' 、 B' 、 β' 、 L 和初始应力 σ_0 诸值的材料,这些方程可用数值法积分。

在文献〔2〕中,导出一个近似公式。然而,不难发现,虽然该近似公式在低应力和低应变速率范围内是正确的,但从实用的观点来看,并不是很有用的。

恒定拉伸载荷作用下共晶铅锡圆棒断裂时间理论值的一个数字实例已用方程(3.7)求出,并用曲线示于图3—1。

3.2 薄壁管

设一半径为 a 、厚度为 h 的薄壁圆管受恒定内压力 P 的作用。周向主应力 σ_1 、轴向主应力 σ_2 、径向主应力 σ_3 由平衡条件给出(忽略体积力)

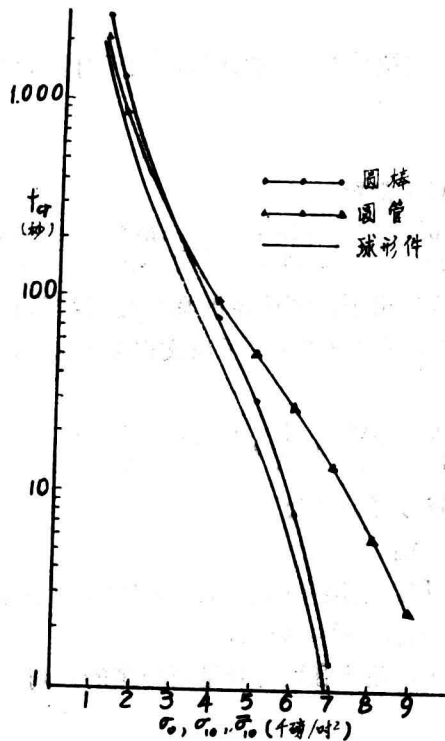


图3—1共晶铅—锡合金的理论断裂时间

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= Pa/h \\ \sigma_2 &= Pa/2h = \sigma_1/2 \\ \sigma_3 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

有效应力与偏应力由下式给出

$$\left. \begin{aligned} 6\epsilon &= \sqrt{3}\sigma_1/2, \\ S_{11} &= \sigma_1/2, S_{22}=0, S_{33}=-\sigma_1/2 \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

根据方程(2.15)〔原文误为(2.13)——译注〕, 相应的蠕变速率可表示为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_1 &= \frac{3}{4} \left\{ \frac{A'}{L^3} \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_1^2 + B' \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_1^2 \sinh \left[\beta' \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_1 \right) \right]^{2.5} \right\} \\ \dot{\epsilon}_2 &= 0 \\ \dot{\epsilon}_3 &= -\dot{\epsilon}_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

由不可压缩性条件, 要求

$$a_h = a_0 h_0 = \text{常数} \quad (3.11)$$

这里, a_0 与 h_0 为 $t=0$ 时与 h 的初始值, σ_1 可写成

$$\sigma_1 = \sigma_{10}/X^2 \quad (3.12a)$$

其中

$$\sigma_{10} = P a_0 / h_0 \quad (3.12b)$$

$$X = h/h_0 \quad (3.12c)$$

将方程(3.12)代入方程组(3.10)中的第一个方程, 并利用不可压缩性条件(3.11), 得出

$$-\frac{dX}{dt} = \frac{3\sqrt{3}}{8} \left\{ \frac{A'}{L^3} \frac{\sigma_{10}^2}{X^3} + \frac{B' \sigma_{10}^2}{X^3} \sinh \left[\beta' \left(\frac{\sqrt{3} \sigma_{10}}{2X^2} \right) \right]^{2.5} \right\} \quad (3.13)$$

厚度比从初始值 $X=1$ 减到 $X<1$ 的任意值所需的时间, 由下列积分给出

$$t = \int_X^1 \frac{8}{3\sqrt{3}} f(\theta) d\theta \quad (3.14)$$

这里 θ 是积分的哑变量。根据霍夫理论, 恒定内压力作用下的超塑性薄壁管断裂时间的理论值, 可令积分(3.14)的下限趋近于零而得到

$$t^* = \int_{X \rightarrow 0}^1 \frac{8}{3\sqrt{3}} f(\theta) d\theta \quad (3.16)$$

积分式(3.14)或(3.16)必须用数值积分法计算。作为恒定内压力作用下共晶铅锡圆管断裂时间理论值的一个数字实例, 已由方程(3.16)求出, 并用曲线示于图3—1。

3.3 薄壁球

设一半径为 a 、厚度为 h 的薄壁球形件, 受恒定内压力 P 的作用。径向主应力 σ_3 由平衡条件给出(忽略体积力)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_2 = Pa/2h \\ \sigma_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

有效应力与偏应力是

$$\left. \begin{aligned} \sigma_e &= pa/2h = \sigma_1 \\ S_{11} &= S_{22} = \sigma_1/3, S_{33} = -2\sigma_1/3 \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

根据方程(2.15)〔原文误为(2.13)——译注〕,在上述情况下,相应的应变速率由下式给出

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_1 &= \dot{\epsilon}_2 = \frac{1}{2} \left[\frac{A' \sigma_1^2}{L^3} + B' \sigma_1^2 \sinh(\beta' \sigma_1^{2.5}) \right] \\ \dot{\epsilon}_3 &= -2 \dot{\epsilon}_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

利用不可压缩性条件

$$a^2 h = a_0^2 h = \text{常数} \quad (3.20)$$

σ_1 可写成

$$\sigma_1 = \sigma_{10}/x^{3/2} \quad (3.21a)$$

其中

$$\sigma_{10} = pa_0/2h_0 \quad (3.21b)$$

$$x = h/h_0 \quad (3.21c)$$

将方程(3.21)代入方程组(3.19)中的第一个方程,得到

$$-\frac{dx}{dt} = \frac{A' \sigma_{10}^2}{L^3 x^2} = \frac{B' \sigma_{10}^2}{x} \sinh \left[\beta' \left(\frac{\sigma_{10}}{x^{1.5}} \right)^{2.5} \right] \quad (3.22)$$

同样,厚度比从初始值 $x=1$ 减至 $x<1$ 的任一值所需的时间由下列积分给出

$$t = \int_x^1 g(\theta) d\theta \quad (3.23)$$

此处

$$g(\theta) = \theta^2 / \left[\frac{A' \sigma_{10}^2}{L^3} + B' \sigma_{10}^2 \sinh \left(\frac{\beta' \sigma_{10}^{2.5}}{\theta^{3.75}} \right) \right] \quad (3.24)$$

理论断裂时间可令积分式(3.23)的下限趋近于零而获得。

$$t^*_s = \int_{x \rightarrow 0}^1 g(\theta) d\theta \quad (3.25)$$

同样,恒定内压力作用下共晶铅-锡球形件理论断裂时间的一个数字实例,已经求出,并示于图3—1。

3.4 圆薄板

(A) 分析法

现设变形板由于恒定内压力而胀形成薄壳(图3—2)。在由 Φ 角确定的模具圆形开口上面的那一部分壳体,其力的平衡由下面方程表示:

$$2\pi a N_\Phi \sin \Phi + R = 0 \quad (3.26)$$

作用于该部分薄壳全部载荷的合力 R 为