大學叢書

圖解法

麥開 著
鄒尚熊 譯

商務印書館發行

大學叢書

圖解法

麥開 著

鄒尚熊 譯

商務印書館發行

譯者序

李書田先生論土木工程的研究方法,除列舉論理的,數學的,實驗的,統計的四種方法外,並提出圖解的方法,以茅以昇博士第二應力的研究為例.李先生講的是土木工程,所以就土木工程立論,其實圖解法對於無論何種工程,都是有力的工具;譬如,機械工程用的蒸汽圖,化學工程用的溼度表,全是應用圖解法的.工程書上,圖表到處可見;但要應用更加便捷,貴能推陳出新.當函數與變數的關係僅具數據而乏算式時,有造一經驗公式以就數據的必要.造公式的方法多端,而利用圖解法以定公式的性質則是不可少的步驟.我國專講圖解法的書,關於純粹數學的,除了朱師貢三的圖解代數一書,可說絕無僅有.關於工程的,商務印書館有呂謙譯圖解力學(J. T. Wight: Elementary Graphic Statics),克勞斯原著李協講授李蠹儀筆述的諾模術(F. Klaus: Die Nomographie oder Fluchlinienkunst)和吳蔭圃呂大元譯量度之精密及圖解法概論(H. M. Goodwin: Elements of the Precision of Measurements and Graphical Methods)三書.但前一種限於力學方面,不能應用於其他問題;後二種因主題的關係,一限於諾模或列線圖部分,一限於

二變量的經驗方程式作圖精密部分.一本取材廣博,適用於多方面的圖解法書,當然是我們所需要的.

有一天在商務印書館新到西書中,偶見美國康奈耳大學麥開教授所著此書,出版於一九三六年,內容新穎完備,於固定的鄰接尺,滑動尺,網絡圖,列線圖和經驗方程式等,莫不參合各家學說,臚舉實例,作詳明的闡述.關於特製算尺各節,爲本書所獨有.而且習題甚多,便於自修,便於教學,誠不愧爲該校講授此科多年的結晶.又自包含二變量以至六變量以上的問題,都可用本書所講原理求解;故本書不但是工程師的必要工具,對於專攻理科的,也是不可不知的利器.因於公餘之暇,費了二月功夫,把牠譯出,或許可以有些用處吧!

本書譯筆,以忠實爲主,不尚典雅.所有譯名,另編英漢名詞對照表,附入書後,以供參考.凡已經公布的,如物理和化學名詞,必以部定者爲準.沒有部定名詞的,則依中國工程師學會的機械工程名詞,國立編譯館出版各書及商務印書館的大學叢書爲準.如再沒有,則用通俗的或酌量創譯;關於這類名詞,譯者得周頌久,譚勤餘兩先生助力不少,謹誌於此,聊表謝忱.

本書排成後,復承國立浙江大學數學系錢寶琮教授審閱指正,尤深感謝.

一九三七年五月

原著者序

每一工程師應當受些圖解和機械解法的訓練.一個必需解許多回數的方程式,用圖或機械方法來代表是適宜的;因為解方程式的錯誤機會可以減少,而且解答起來,既快捷,又容易.本書第一章到第四章包括固定的鄰接尺,滑動尺,網絡圖,列線圖和這些解法的運用方法.

把方程式配合到實驗數據上去,是工程師常碰到的另一重要工作,所以本書第五章專論非週期方程式內諸常數值的各種決定方法.

本書是康奈耳大學機械工程學院(School of Mechanical Engineering at Cornell University)多年所授課程的結果.以前教這門功課的伊文思先生(Mr. Frederic C. Evans)和吳特教授(Professor Karl D. Wood),對於本題的講授以及本書內所見的有些材料,給我助力不少,這是非常感謝的.現在這門功課是大學三,四年級的選修科目,每星期授課兩次,共十五星期然而較長的課程,本書所供材料,仍足敷用.

本書不是圖算的專論,我沒有作讀盡或全摘關於本題一切著作的嘗試.但是我相信本書所含的材料於匀稱配合的課程已經足夠了.討論的是基本原理,所用算學也很簡單.大

半的例題祇要有了對數,代數和少數平面幾何定理的應用知識,就好對付了.倘若拿用微積分的幾個習題删去,這門功課給大學一年級生讀,亦未嘗不可.

除了特製算尺的討論之外,本書內許多材料,一部分在獨開尼 (d'Oeagne), 李潑卡 (Lipka), 許士 (Hewes), 西華特 (Seward), 配特而 (Peddle) 和其他諸人的著作中都有論到.著者自信各個題目篇幅的分配和他對於工程學生及工程師的重要程度差不多成比例.書中材料,於經驗上認爲易教的,採用特多.

已故的李潑卡教授 (Professor Joseph Lipka) 製有對數尺圖,原載於其所著圖解和機械算法 (Graphical and Mechanical Computation) 書中,玆承李潑卡夫人允許轉載,附入本書,謹此誌謝.

麥開 (C. Osborn Mackey) 識於紐約綺色佳城 (Ithaca, New York).

本書插圖所用比例尺都是原圖的一半,各圖所註的是原圖的大小,或書中各圖量得尺寸的一倍.

目　次

圖解法

第一章

固定的鄰接尺

1. (*a*) 在說明不拘那個圖解法前,有許多常見的名詞必得解釋一下.

圖尺 (graphical scale) 是一條線,曲的或直的,上面標有短畫,以與一組依數量級 (order of magnitude) 排列的數相對應.假使一變量 u 的各值,常能確定這變量的某函數 $f(u)$ 的一單值,這函數可用圖尺來代表.倘若各短畫間的距離,代表變量的相等增量的,一一相等,尺是均等的;要是不等,尺是不均等的.

(*b*) **尺係數** (scale modulus)[1], m, 是尺的某段的直線長和這距離所表變量的函數的範圍的比.

均等的尺代表函數 $f(u)=cu$, c 爲任意常數.工程師算尺的 L 尺,在25釐米間表示 L 從0到10的範圍的,代表 $f(L)=\frac{L}{10}$, 尺係數是25釐米.不均等的尺,最普通的,要算代表 $f(u)=u^n$ (n 等於

---

1. 有人喜歡叫牠函數係數 (functional modulus).

1除外)的冪尺 (power scale), 和代表 $f(u)=\log u$ 的對數尺 (logarithmic scales) 了. 算尺上的 C 尺和 D 尺,是尺係數爲25釐米的對數尺 $\left(m=\dfrac{25\text{ cm}}{\log 10-\log 1}\right)$. 這裏要注意,雖然圖尺上所標的是變量 u 的各前進值 (progressive value), 尺係數卻是尺長和所表變量的函數 $f(u)$ 的範圍的比,不是尺長和所表變量 u 的範圍的比.

(c) 假使 x 代表沿了圖尺從某參考點 (reference point) 或原點 (origin) 量起的任何直線距離,那麼,照尺係數的定義, $x=mf(u)$,這方程式叫做尺方程式 (equation of the scale). 注意,在尺的原點, $x=0, f(u)=0$, 但 u 在此點不必爲零;例如,若尺方程式是 $x=m\log u$, u 值在尺的原點所代表的,是 $u=1.0$.

2. (a) 二變量 u 和 v 的關係,有 $f_1(u)=f_2(v)$ 的形式的,可在固定的鄰接尺上圖解式的表示出來;那就是說,在同軸的兩側從同一原點用同一尺係數畫兩個分度尺.

在圖1, $x=m_1f_1(u)$, $y=m_2f_2(v)$, 若 $m_1=m_2$, 那麼, $f_1(u)=f_2(v)$.

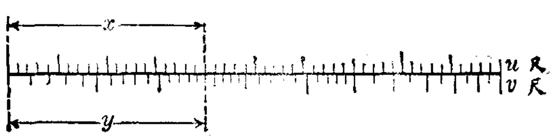

圖1. 固定的鄰接尺

(b) 固定鄰接尺的一個主要用途是從一制度到另一制度的單位變換,這種尺在工程書裏常有見到. 現在舉幾個例來說明平行鄰接尺的作法和用處:

(1) 下列經驗方程式示飽和蒸汽或過熱蒸汽在每方吋5磅的絕對壓力下,溫度到華氏500度的含熱量.這和啓南氏(J. H. Keenan)的蒸汽表相較,誤差不到百分之一中的四分之一:

$$h=1050.2+0.45t.$$

這裏, h=含熱量,以每磅英國熱單位計,

t=溫度,以華氏度數計.

假使溫度從$-20°F$到$100°F$,要在圖上表示,$f(t)$或h的範圍是$(1104.2-1050.2)$,或等於54.用0.1吋做尺係數m,這範圍應以尺長5.4吋表示.上尺的方程式是$x=0.1h$,下尺的方程式是$y=105.92+0.045t$.這兩個尺都是均等的,h的增量每磅1英國熱單位把0.1吋的距離來代表;t的增量呢,每華氏1度用0.045吋的距離表示牠.h尺從h值1050和其對應值$x=105$吋做起點;在t尺上指定一值,那尺的其餘各點便確定了,所以若$t=0$, $y=105.92$吋,這個t值在代表$h=1050$那點的右面0.92吋處.畫成的圖式如圖2所示.

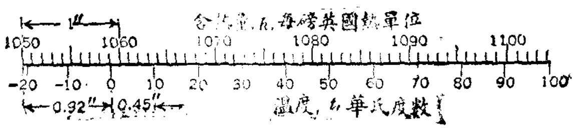

圖2. 蒸汽在低壓時的含熱量

($h=1050.2+0.45t$)

(2) 速頭(velocity head)的方程式用速度表示是

$$H=\frac{v^2}{2g}=\frac{v^2}{64.4}.$$

這裏，　H=流體速頭，以呎數計，

v=速度，以每秒呎計.

假使速度從0到12，要在圖上表示，$f(v)$的範圍或H是從0到2.236；用2吋做尺係數m，這範圍應當拿4.47吋長的尺來代表.上尺的方程式是$x=2H$，下尺的方程式是$y=\frac{2v^2}{64.4}=\frac{v^2}{32.2}$.上尺是均等的尺，把2吋的距離代表$H$每呎的增量；下尺是不均等的，$v$的各值在尺上的位置可從尺方程式計算而得，如下表.畫成的圖式如圖3所示；這裏加了一個輔尺(auxiliary scale)以應v有較大值時的需要.

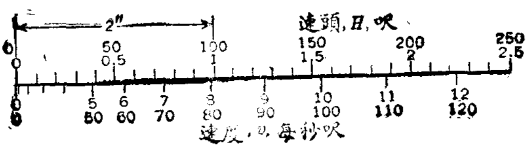

圖3. 速度變換成速頭

$$\left(H=\frac{v^2}{64.4}\right)$$

注意要是v把10來乘，H就放大100倍.

v	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$y=\frac{v^2}{32.2}$	0	0.03	0.12	0.28	0.50	0.78	1.12	1.52	1.99	2.52	3.11	3.76	4.47

(*c*)　上面兩個圖要是把方程式變換一下，在兩邊各取對數，例如，$\log h=\log(1059.2+0.45t)$，也可用對數尺表示.均等的尺，讀起小數點後的數字來，可得均等的準確；譬如，1.41在均

等的尺上讀,可和10.41或10,000.41同樣準確.對數尺呢,讀起有效數字來,可得均等的準確;那就是說,讀1.41和讀14.1或14,100準確度是一樣的.工程問題,往往需要讀有效數字的均等準確,故通常喜歡用對數尺.但是在另一方面,對數尺也有不利的地方,那因爲變量的零值在對數尺上是始終不表現出來的,而且要準確地內插其他各值,也比較均等的尺困難.

對數尺的應用,可以舉一個例,下面的經驗方程式,是凝水管水的一面傳熱的薄膜係數的經驗方程式,把圖表示:

$$h=240\left(\frac{v}{\mu}\right)^{0.8}.$$

這裏,h=傳熱的薄膜係數,以每方呎每華氏一度每小時英國熱單位計,

v=水的速度,以每秒呎計,

μ=水在薄膜溫度的絕對黏滯性,以釐泊(centipoise)計.

這方程式,寫成對數的形式,是

$$\log h=\log 240+0.8\log\left(\frac{v}{\mu}\right).$$

假使要表示h從100到1000,$f(h)$的範圍是$(3-2)$或1;用5吋做尺係數,代表這範圍的尺長當然是5吋了.上尺的方程式是$x=5\log h$,畫起圖來,應當用尺底(scale base)5吋的對數尺.下尺的方程式是$y=5\log 240+4\log\frac{v}{\mu}$;在這個尺上,對數的

一全週(one complete cycle of logarithms),從 $\frac{v}{\mu}=0.5$ 到 $\frac{v}{\mu}=5$,是把4吋的距離來表示的;所以 $\frac{v}{\mu}$ 的尺一定要用尺底4吋的對數尺.在和 h 尺相對的適當地位指定 $\left(\frac{v}{\mu}\right)$ 的一值是必要的;$\left(\frac{v}{\mu}\right)=1.0$, $y=11.9$ 吋,代表 $h=1000$ 的點,在離原點10吋的地方;故代表 $\left(\frac{v}{\mu}\right)$ 值等於1的點必在代表 $h=100$ 這點的右面1.90吋處.畫成的圖式如圖4所示.注意,雖然 $\frac{v}{\mu}$ 尺的係數是5吋,表示對數的一週的距離,或尺度,是4吋.

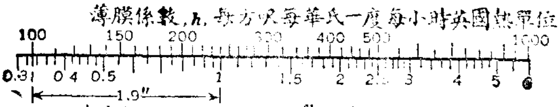

圖4. 凝水管水的一面傳熱的薄膜係數

$$h=240\left(\frac{v}{\mu}\right)^{0.8}$$

3. 在這裏,提出幾點關於繪製任何圖尺的意見,對於初學的人,也許有些幫助.尺用手來描繪時,相鄰的各短畫間的距離不應少於0.05吋,也不宜多於大約0.4吋的模樣.各單位間的間隔,普通應分作5格或10格.各畫宜短;短畫的長應當約爲0.1吋,較長的畫大約0.15吋就够了.尺上所標相鄰的數目字中間,留的地位不宜比0.2吋再小許多.小數點總應該標明.這些規則完全是假設的,大多數不能沒有例外,但是倘若能够緊緊地跟着做,那麼,於尺的美觀和功用方面,必定可

以增進一些。

4. 習題 (各題的圖尺長不宜超過10吋)

(1) 作一圖,用鄰接的均等尺解蒸汽潛熱的經驗方程式, $r=1091.2-0.55t$. 表出 t 的範圍從 $-20°F$ 到 $100°F$.

(2) 作一圖,用鄰接尺,解壓縮率的方程式 $r=\frac{1+c}{c}$. 表出餘隙 c 的範圍從 0.035 到 0.11.

(3) 作一圖,用鄰接的對數尺把壓力從每方吋多少磅的單位變換成在華氏32度時水銀柱多少吋.表出從每方吋1磅到15磅的範圍.

(4) 作一圖,用鄰接的均等尺把溫度從華氏度數變換成攝氏度數.表出從 $-20°F$ 到 $100°F$ 的範圍.

(5) 作一圖,用鄰接的對數尺解光滑管的摩擦因數的方程式, $f=\frac{0.049}{(Re)^{0.2}}$. 表出雷諾爾氏數 (Reynold's number), Re, 的範圍從 [illegible],000 到 200,000.

(6) 作一圖,用鄰接尺,示1到10的數的對數(以10為底).

(7) 作一圖,用鄰接尺,示1至90度的角的正弦.

(8) 作一圖,用鄰接尺,示6至45度的角的正切.

(9) 作一圖用鄰接的對數尺,示直徑從1到10吋的圓面積.

(10) 作一圖,用鄰接尺,示一流體在管嘴裏絕熱膨脹所達到的理想速度;速度以每秒呎為單位, $v=223.7\sqrt{\Delta h}$, 這裏 Δh=以每磅英國熱單位做單位的含熱量降落(100至400).

第二章

滑動尺

5. (*a*) **滑動尺** (sliding scales) 可用以解許多工程上的重要方程式.工程師的算尺是用來乘,除,乘方,開方和找出對數及三角函數的.假使有一個方程式要解許多變數,那麽,一枝特製的算尺,或者專解這方程式的算尺,也許是需要的.圓的,旋形的和圓筒狀的算尺雖然都有製出,本書所講,祇以平行直尺的算尺爲限.

(*b*) 在講任何特種算尺以前,先把可用一固定尺和一滑動尺解的方程式的通式推演出來.圖 5 所示的算尺,固定部分載有變量 u 的某函數的圖尺,滑動部分載有變量 v 的某函數的圖尺.照圖上所示的佈局,這些圖尺的原點移動了任

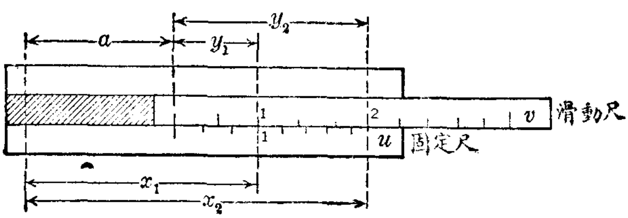

圖 5. 一滑動尺和一固定尺合成的算尺

何距離a时.固定尺的方程式,假定尺係數爲m_1时,是$x=m_1f_1(u)$;同樣,滑動尺的方程式是$y=m_2f_2(v)$.在這些尺上任擇二參考截面,如1和2;把這些截面的u值和v值標以相當的足號,那麼,

$$x_1-y_1=x_2-y_2=a.$$

但

$$x_1=m_1f_1(u_1),$$

$$x_2=m_1f_1(u_2),$$

$$y_1=m_2f_2(v_1),$$

$$y_2=m_2f_2(v_2).$$

所以　$$m_1f_1(u_1)-m_2f_2(v_1)=m_1f_1(u_2)-m_2f_2(v_2).$$

倘二尺的係數相等,就是說,若$m_1=m_2$,

那麼,　$$f_1(u_1)-f_2(v_1)=f_1(u_2)-f_2(v_2)\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

這表變量u和v的關係的最後方程式的形式是可用一固定尺和一滑動尺解的.

(c)　在這種算尺上,有許多不同式的圖尺可用,這裏所講的祇是幾種重要的或者有趣的配合.

假使$f_1(u)=u$, $f_2(v)=v$,兩尺都是均等的,如圖6所示的算尺.在這算尺的原點取截面1而將其他任何截面用2代表,那麼,從(1)式,

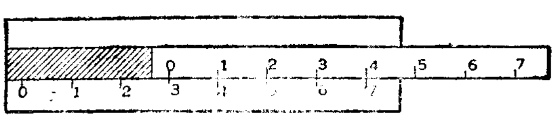

圖 6.　二均等尺合成的算尺

$$u_1 = u_2 - v_2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2a)$$

或

$$u_2 = u_1 + v_2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2b)$$

照此看來,二均等尺合成的算尺可用以加減了,但牠在合理的長度內不能給我們以滿意的準確度,所以在應用方面,用處顯然是有限的。

(*d*)　假使$f_1(u)=\dfrac{1}{u}$, $f_2(v)=\dfrac{1}{v}$,算尺上載有倒數尺(reciprocal scales),如圖7所示。在v尺的原點($v=\infty$),取截面1,而把2

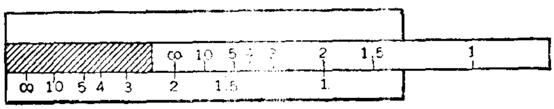

圖7　二倒數尺合成的算尺

代表任何其他截面。從(1)式,

$$\frac{1}{u_1}-\frac{1}{\infty}=\frac{1}{u_2}-\frac{1}{v_2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3a)$$

或

$$\frac{1}{u_2}=\frac{1}{u_1}+\frac{1}{v_2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3b)$$

這種算尺可用以求並聯的兩個電阻的和$\left(\dfrac{1}{R}=\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)$或以解普通的透鏡方程式$\left(\dfrac{1}{f}=\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}\right)$。用連續抽算的方法,同樣的算尺也可以尋出以各異的薄膜係數和導熱係數表示的總包傳熱係數。

$$\frac{1}{U}=\frac{1}{h_1}+\frac{L}{k}+\frac{1}{h_2}.$$

(*e*)　假使$f_1(u)=u^2$, $f_2(v)=v^2$,算尺上載有平方數尺,如圖8所示。在v尺的原點取截面1、把2代表任何其他截面,從