《倾斜动线形成犁体曲面的研究报告》

附录和资料

《倾斜动线形成犁体曲面的研究》课题组

一九七七·九

[附录]

一、土垡运动过程的初步分析

二、犁铧曲面二次锥面逼近的另外三个方案

三、犁铧参数的选择

四、犁胸单叶双曲面的几何性质

五、犁胸曲面的理论胫刃线采用安适螺线及犁胸直纹面的设计

六、通用（A）型犁体样板曲线及测地线计算程序

七、组合曲面的光滑性验算

八、螺旋面上几个几何关系的推导

九、通－20A土迹线的具体计算

十、犁胸犁翼曲面上任一点的曲率计算（略）

十一、倾斜动线形成犁体曲面参数化问题

十二、A型犁体的试制与试验情况汇总和土迹线测定结果

十三、将计算物理学用于犁体曲面设计

[资料]

Ⅰ. 国内外犁面研究简述

Ⅱ. 倾斜动线形成犁体曲面的参数资料

Ⅲ. 有关土壤物理力学性质的资料

[附录一] 土垡运动过程的初步分析

§1. 土垡运动过程

通用(A)型犁体，是在滚—20、25—68和通—20、25—74犁体基础上发展起来的。这类犁体是综合了“原地滚翻”的翻垡型犁体和具有一定“窜垡”能力的窜垡型犁体的优点，并保持“凸胸、扭翼和后掠”的特点设计而成，使断条、架空性能与翻垡复盖性能和减轻阻力五个方面均得到兼顾，并能水旱通用。

试验表明：通用(A)型犁体的土垡运动有二种工况：一是滚窜结合，以滚为主的“滚窜过程”。一是只滚不窜的“纯滚过程”。前者出现的机率较多，是A型犁体的典型工况，下面将作重点分析。“纯滚过程”和传统的土垡翻转过程完全相同，土垡在运动过程中总有一条棱边不离沟底，这是人所共知，故不赘述。

A型犁体耕作时，是否有窜垡出现，土垡是否有离开沟底的阶段，什么时候开始离开，通常在田间是难以直接观察到的，只有借助犁体表面的土迹线，在分析抽象的基础上，提出A型犁体土垡假想运动过程。

我们先后进行过三次土迹线的测定工作；现选取其中的一次，是1976年11月在江苏丹徒县通—20A犁体秋耕时的测定值([附录十二]表11，土跡线Ⅰ)。测定时平均耕深为15.5厘米，为了作为典型工况分析，以16厘米×20厘米表征土垡断面(高度×宽度)。试验地为粘性水稻土，湿度较高，耕速4.5公里/小时。犁体表面涂上白漆，耕60～70米后即有土粒刮痕可见，这些刮痕是带有统计性的。土壤与涂漆犁面间摩擦系数和未涂漆的大致相等，或稍高([附录十二]表6)。土粒进入犁铧和铧刃的夹角为37°～40°。

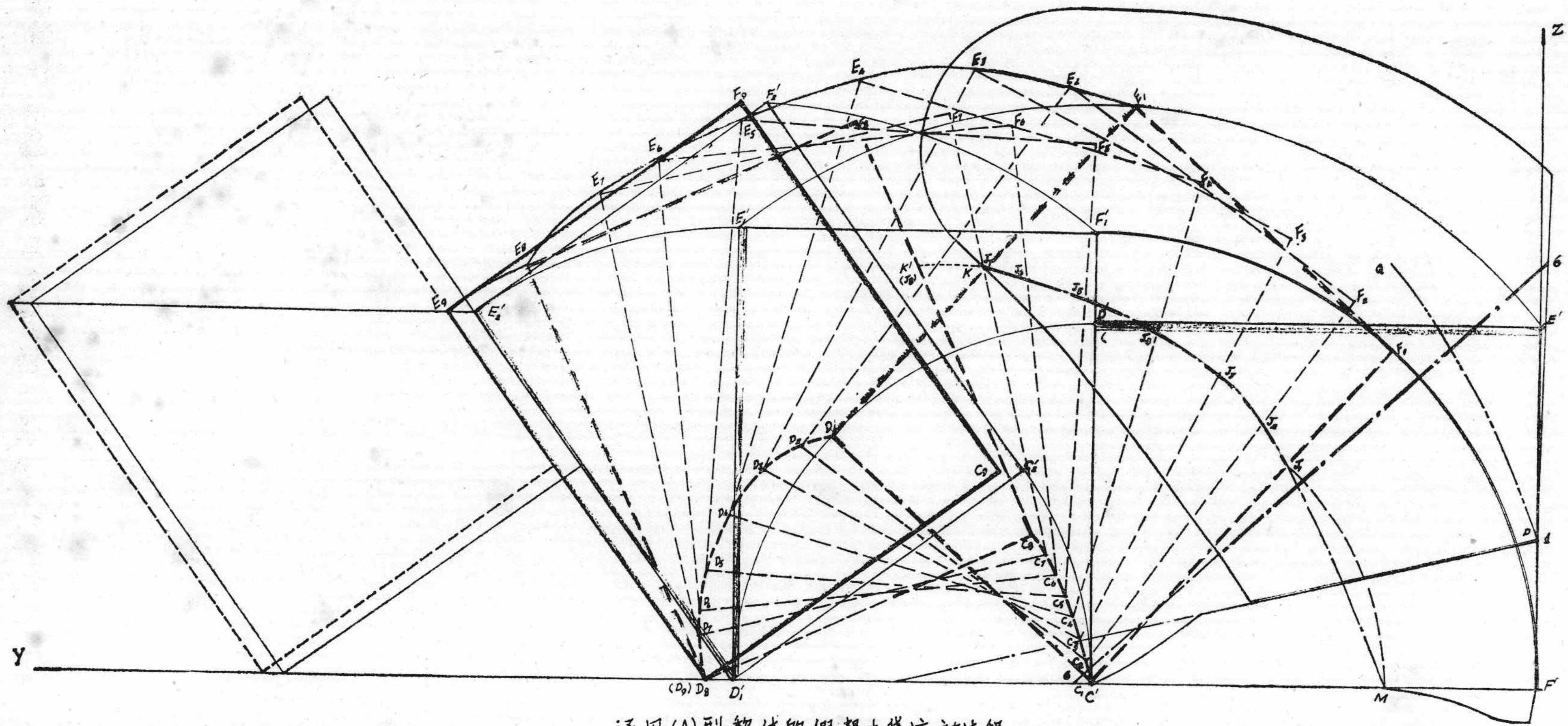

图　通用(A】型犁体的假想土垡的运动过程(通—20A—76)

假想土垡（$A \times B = 160 \times 200$）的矩形断面为$C'D'E'F'$，底边$C'F'$上有一点M，即为土迹线的正投影$\overset{\frown}{MK}$的起点。当铧尖开始切土，直到铧刃翼端，犁的前进距离为X，可以近似地按下式计算：

$$X = B \cdot ctg\lambda = B \cdot ctg 41^\circ 17' = 1.139B$$

则土垡沿理论胫刃线（$Y = 0$）上升到Z处，可按理论胫刃线公式*估算得 $Z = 0.7485B$，

此刻约在$n = 4.89$号元线上，此时元线投影角分别为：

$$\varphi = 56^\circ 15', \quad \delta = 33^\circ 30', \quad \lambda = 66^\circ 8'。$$

因为土垡未完全切离沟底时，$C'D'E'F'$仍绕C'轴转动。当铧刃将土垡全部切出后，理论胫刃处的土粒在$n = 4.89$号元线上，即土垡已经犁铧曲面而进入犁胸曲面。土垡继续绕C'转动，直至M点达土迹$\overset{\frown}{MK}$上的J_1点，土垡$C_1D_1E_1F_1$开始离开沟底，对于此土垡来说，即出现"上窜"现象。M点沿土迹J_1 J_2，……J_8（即$\overset{\frown}{J_1K}$）运动，C_1、D_1、E_1、F_1各沿$\overset{\frown}{C_1C_8}$、$\overset{\frown}{D_1D_8}$、$\overset{\frown}{E_1E_8}$、$\overset{\frown}{F_1F_8}$运动，从C_1开始$\overset{\frown}{C_1C_8}$不再是一点，而是离开沟底的一条空间曲线，在这一阶段中，土垡都有"上窜"伴有"侧移"和"翻垡"运动，也就是"窜滚结合"的复合运动。待M点到达J_8（即K时），犁翼部分的控制作用消失，土垡在惯性作用下，M点沿某一空间曲线KK'继续抛射，直到D_7点沿$\overset{\frown}{D_7D_8}$运动，待D_8落到沟底，在惯性的继续作用下，土垡由$C_8D_8E_8F_8$绕棱边D_8转到靠住前一行程土垡的$C_9D_9E_9F_9$为止。这就是"滚窜过程"的全部经过。

---

* $(X-1.64B)^2-2.434(X-1.64B)Z \quad 1.5533BZ +$
$+1.4913B(X-1.64B)=0$ $n=1\sim6$的犁胸理论胫刃线。

§2. 滚窜过程的特点

1. 假想土垡的运动过程可归结为：切土成垡、窜升滚翻和抛射断条三个阶段。这三个阶段的运动是连续的。

a）切土成垡阶段　从犁铧铧尖切土到土垡大致升到 $n=4.89$ 即为 $n=4\sim5$ 元线附近结束，此时土垡仍绕 C' 棱边转动。这一阶段主要受犁铧和犁胸曲面的约束。

b）窜升滚翻阶段　从 $n=4.89$ 一直到 $n=15$ 开始时，受犁胸以后主要受犁翼的约束。当M到达 J_1 点后，土垡开始离开沟底，即表现出土垡窜升的特点。J_1 点大约在 $n=6\sim7$ 元线处。土垡离开沟底的距离在各种情况下是不同的，我们测得的是15～35毫米之间。这一阶段是A型犁体所特有的工况。

c）抛射断条阶段　当土垡离开犁体，继续作惯性运动，这是任何一类机力犁上都会出现的工况。只是由于有第二阶段存在，土垡出现窜升而离地，则抛射的起始高度较"纯滚"要高一点，同样条件下会抛得远一点，所以 D_8 点较 D_1' 点为远。这样就使土垡在犁面上承受扭转、弯曲、拉伸等复合作用产生断条，不致出现长垅。再加上土垡经过犁体曲面的凸胸区（均为双曲点），曲面的法矢互不平行，法向力可导致土粒间的扭转，土垡上层受到拉应力，下层受到压应力，这样也有助于破坏土粒间的粘结力，以提高其碎土性能。这些所受的作用力在抛射断条阶段集中地表现出来，使之有较好的断条性能。又因为有扭翼存在，土垡在第二阶段时便产生翻转情况，在第三阶段的抛射过程中不但出现断条，而且还在继续翻转，以提高复盖翻垡能力。

2. 土垡如存在"窜升"现象，则 $\overset{\frown}{E'E_1E_8}$ 曲线（即土垡上 E' 点的运动轨迹投影）应高于纯滚时 $\overset{\frown}{E'E_1E_1'}$ 曲线，其相差高度约等于土垡的离地高度。也可以由此来判断，是否有"上窜"存在，是否是滚窜工况。

3. $\widehat{C_1C_8}$、$\widehat{D_1D_8}$的曲线形状，受耕速、曲面、土壤状况等因素影响。图中所示的为一种假想状况，如何确定这类曲线，有待进一步研究。

4. 上述分析，初步验证了六六年的设计原则：

“为克服现有凸胸曲面的缺点，在塑造新犁体曲面时曾作了一些分析与估计：

“首先，要提高耕深适应性，必须彻底改变‘原地滚翻’的翻垡过程，而使土垡在翻转之前首先升离沟底，即须有窜垡的特性。

“在提高复盖方面，我们认为当垡片升起后应对土垡有良好的导向作用，令其翻转，不使其乱窜。……

“……

“使土垡断条，不宜使土垡受过大的挤压，而应使土垡在单位长度中有较大的弯曲与扭转作用，同时力求使土垡彼此之间有较大的拉应力存在。”*

因此这个过程可归结为：“滚窜结合，以滚为主。”

5. 从上述分析中可以看到：“窜垡”的特征是必须出现土垡离开沟底的工况，而“滚翻”则土垡不离开沟底。也可以认为：以升垡为主的运动（即沿Z轴运动）是“窜”，绕平行于X的轴转动称为“翻”。目前南方应用最广泛的是滚窜结合的通用型犁体（通—20，25）和以翻垡为主翻垡型犁体（翻—20，25）。对这二种犁体的主要参数和土垡运动之间有什么关系，还需作系统的研究。

---

* 南方水田地区拖拉机配套整地机具系列设计委员会
东方红悬挂水田犁（系列设计说明书，第二稿）
1968年 广州印

[附录二]

犁铧曲面二次锥面逼近的另外三个方案

§1. 第一方案

设计给定：犁铧直母线族方程及数据。

$$\frac{x-X_n}{1}=\frac{y-Y_n}{tg\lambda_n}=\frac{-Z}{tg\varphi_n}$$

$(X_n, Y_n, 0)$ 为诸直线与水平面之交点，称水平迹点。

$X_n=1.64B$，$Y_n=1.04B+0.08B(6-1)=1.44B$

λ_n，φ_n 用下列数据给出：

直母线号	n	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
	φ_n	0	4.1°	8.2°	12.3°	16.4°	20.5°
	λ_n	$41^\circ 17'$	56.3°	50.4°	54°	56.3°	58.3°

要求：1. 用二次锥面逼近（元线投影角允许相对偏差为1%以下）。

2. $tg\varphi_n$，$tg\lambda_n$ 之近似解析公式。

1. 包含两给定直母线的二次锥面族

$n=1$ 之直线为犁铧与犁胸的分界线：

$$\begin{cases}(x-1.64B)tg\lambda_1-(y-1.44B)=0 \cdots\cdots (P_1)\\ (x-1.64B)tg\varphi_1+Z=0 \cdots\cdots (P_2)\end{cases}$$

$n=0$ 之直母线为铧刃线：

$$\begin{cases}(x-1.64B)tg\lambda_0-(y-1.44B)=0 \cdots\cdots (P_3)\\ Z=0 \cdots\cdots (P_4)\end{cases}$$

显然下列二次直纹面可包含此二直线：

$$\sigma[(x-1.64B)tg\lambda_1-(y-1.44B)]Z+[(x-1.64B)\ tg\varphi_1+Z]\cdot$$
$$\cdot[(x-1.64B)tg\lambda_0-(y-1.44B)]=0$$

即

$$\operatorname{tg}\varphi_1 \operatorname{tg}\lambda_0 (x-1.64B)^2 - \operatorname{tg}\varphi_1 (x-1.64B)(y-1.44B) + $$
$$+(\sigma \operatorname{tg}\lambda_1 + \operatorname{tg}\lambda_0)(x-1.64B)z -$$
$$-(\sigma+1)(y-1.44B)z = 0 \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

以 $X = x-1.64B$，$Y = y-1.44B$，$Z = z$ 作代换得：

$$\operatorname{tg}\varphi_1 \operatorname{tg}\lambda_0 X^2 - \operatorname{tg}\varphi_1 XY + (\sigma \operatorname{tg}\lambda_1 + \operatorname{tg}\lambda_0) XZ -$$
$$-(\sigma+1) YZ = 0 \quad \cdots\cdots\cdots (1A)$$

可见为二次齐次式，只需要在原设计之直母线族中选线代入求得能逼近于原曲面之σ值，即可决定此锥面。由(1A)式得：

$$\sigma = \frac{(X\operatorname{tg}\varphi_1 + Z)(X\operatorname{tg}\lambda_0 - Y)}{(X\operatorname{tg}\lambda_1 - Y)Z}$$

2. 求犁铧锥面参数σ及直母线之λ_n、φ_n的关系

以 $\begin{cases} x-1.64B = q \\ y-1.44B = q\operatorname{tg}\lambda_n \\ z = -q\operatorname{tg}\varphi_n \end{cases}$ 或 $\begin{cases} X = q \\ Y = q\operatorname{tg}\lambda_n \\ Z = -q\operatorname{tg}\varphi_n \end{cases}$

代入(1A)得：

$$[\operatorname{tg}\varphi_1 \operatorname{tg}\lambda_0 - \operatorname{tg}\varphi_1 \operatorname{tg}\lambda_n - (\sigma \operatorname{tg}\lambda_1 + \operatorname{tg}\lambda_0)\operatorname{tg}\varphi_n +$$
$$+(\sigma+1)\operatorname{tg}\lambda_n \operatorname{tg}\varphi_n] q^2 \equiv 0$$

此式对q之任意值均应满足，从而得：

$$\sigma = -\frac{(\operatorname{tg}\lambda_n - \operatorname{tg}\lambda_0)(\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_n)}{\operatorname{tg}\varphi_n(\operatorname{tg}\lambda_1 - \operatorname{tg}\lambda_n)} \quad \cdots\cdots\cdots (A)$$

即 $$\operatorname{tg}\lambda_n = \frac{(\sigma\operatorname{tg}\lambda_1 + \operatorname{tg}\lambda_0)\operatorname{tg}\varphi_n - \operatorname{tg}\varphi_1 \operatorname{tg}\lambda_0}{(\sigma+1)\operatorname{tg}\varphi_n - \operatorname{tg}\varphi_1} \quad \cdots\cdots\cdots (B)$$

φ_n与n的函数关系可由设计者决定，为简便计保持原设计之线性关系：

$$\varphi_n = 20.5^\circ n \quad (n = 0, 0.2, 0.4, \cdots\cdots 1)$$

为了探求σ值之选取范围，我们将$n=0.2\sim0.8$四条母线之原设计参数代入(A)，试看σ值之范围，如表1。

表1

n	φ_n	λ_n	σ
0.8	16.4°	56.3°	−1.4063
0.6	12.3°	54°	−1.4688
0.4	8.2°	50.4°	−1.3259
0.2	4.1°	46.3°	−1.2384
		平均值	−1.3599

再以$\sigma=-1.36\sim-1.38$诸值代入(B)，求λ_n与原设计之（绝对）偏差如表2。

表2

σ \ n	0.2	0.4	0.6	0.8
−1.36	+21′	+7′	−15′	−3′
−1.37	+22′	+9′	−14′	−2′
−1.38	+24′	+11′	−12′	−2′

选取$\sigma=-1.37$代入(B)，并将计算值与原设计对比如表3。

表3

n	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0
λ_n（计算值）	58°18′	56°16′	53°46′	50°33′	46°40′	41°17′
λ_n（75年原设计）	58°18′	56°18′	54°	50°24′	46°18′	41°17′

可见最大偏离（在$\lambda_{0.2}$处）为22′，相对偏差<0.8%，精度符合要求，而且与犁胫片连接的光滑性也符合要求。

3. 通用A型犁铧锥面方程

参数方程为

$$\begin{cases} x = 1.64B + q \\ y = 1.44B + q\,tg\lambda n \\ z = -q\,tg\varphi n \end{cases}$$

式中 $\varphi n = 20.5^\circ n$，或 $\varphi n = 0.3567n$（弧度）。

$$tg\lambda n = \frac{1.34\,tg\varphi n + 0.3284}{0.37\,tg\varphi n + 0.3739} \quad (n、q \text{为参数}, 0 \leq n \leq 1)$$

若令 $y=0$，即得理论胫刃线方程

$$\begin{cases} x = 1.64B - 1.44B\,ctg\lambda n \\ z = 1.44B\,ctg\lambda n\,tg\varphi n \end{cases}$$

犁铧锥面隐式方程为

$$0.3283(x-1.64B)^2 + 0.3739(x-1.64B)(y-1.44B) -$$
$$-1.3402(x-1.64B)z + 0.37(y-1.44B)z = 0$$

4. 犁铧理论胫刃线

各元线之胫刃点：

以 $n = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ 代入

$$\begin{cases} x = B(1.64 - 1.44\,ctg\lambda n) \\ z = 1.44B\,ctg\lambda n\,tg\varphi n \end{cases}$$

求得胫刃点如表4。

表4

n	通—20A		通—25A		切线斜率	倾角
	x	z	x	z	$\frac{dz}{dx}$	
1	150.1	66.5	187.7	83.1	0.7458	36°43′
0.8	135.6	56.6	169.5	70.8		
0.6	117.0	46.0	146.3	57.5		
0.4	91.0	33.5	113.7	41.9	0.4429	23°52′
0.2	56.2	19.5	70.3	24.35	0.3759	20°36′

从理论胫刃线来看，在与犁胸交界点（$n=1$）之切线倾角为$36°43'$，而犁胸胫刃在该点之切线倾角为$34°14'$，二者交角为$2°29'$，说明连接之光滑性符合要求。

理论胫刃线 $n=0.2$ 以下部分，设计时用直线与理论铧尖点（O点）连接，其倾角（与x轴之夹角）称为入土角，按通用A型犁体设计为$20°30'$，从上表可见$n=0.2$处的切线倾角为$20°36'$，光滑连接应无问题。

§2. 第二方案

1. 这两个方案的逼近是基于

a. 过一号元线的胫刃点

$x=1.64B-1.44B\,tg\,\delta_1\,ctg\,\varphi_1$；

$z=1.44B\,tg\,\delta_1$。

b. 过上述胫刃点的切线倾角斜率 $\frac{dz}{dx}=0.6804$。（光滑性要求）

c. 过铧尖点 $x=0,\ y=0,\ z=0$。

d. 于铧尖点的切线倾角斜率 $\frac{dz}{dx}=0.3929$。（设计要求）

2. 解法

a. 设犁铧胫刃线为 $z^2+2E_1xz+E_2x^2+2E_3x+2E_4z=0$
它显然已过铧尖点，按a.得：

$$0.1105248642B+0.499225502BE_1+0.5637332868BE_2+1.501643482E_3+0.6649056E_4=0 \qquad (2)$$

b. 对胫刃线求 $\frac{dz}{dx}$ 得：

$$z\frac{dz}{dx}+E_1x\frac{dz}{dx}+E_1z+E_2x+E_3+E_4\frac{dz}{dx}=0$$

引入条件b.得：

$$0.2262008851B+0.8433119126BE_1+0.750821741BE_2$$
$$+E_3+0.6804E_4=0 \quad \cdots\cdots\cdots(3)$$

c. 引入条件d.得:

$$E_3=-0.3929E_4 \quad \cdots\cdots\cdots(4)$$

视E_4为参量，B待定而解(2),(3),(4)得:

$$E_1=-0.44278525-1.05225804\frac{E_4}{B}$$

$$E_2=0.19605879+0.79896693\frac{E_4}{B}$$

d. 取 $\frac{E_4}{B}=0.1$ 并且使用有效数字五位，代入脸刃线方程得:

$$z^2-1.09602xz+0.27595x^2-0.7858E_4x+2E_4z=0$$
$$\cdots\cdots\cdots(5)$$

e. 设锥面方程(参数方程)为

$$x=1.64B-v\,ctg\,\varphi_n$$
$$y=1.44B-v\,ctg\,\delta_n$$
$$z=v$$

此时它应与(5)相交，故由$y=0$得$v=1.44B\,tg\,\delta_n$，从而

$$x=1.64B-1.44B\,tg\,\delta_n\,ctg\,\varphi_n$$
$$z=1.44B\,tg\,\delta_n$$

代入(5)得:

$$B^2(1.44\,tg\,\delta_n)^2-1.09602(1.64-1.44\,tg\,\delta_n\,ctg\,\varphi_n)\cdot$$
$$\cdot1.44\,tg\,\delta_n\cdot B^2+0.27595(1.64-1.44\,tg\,\delta_n\,ctg\,\varphi_n)^2B^2$$
$$-0.7858(1.64-1.44\,tg\,\delta_n\,ctg\,\varphi_n)BE_4$$
$$+2E_4\times1.44\,tg\,\delta_n\cdot B=0$$

令$X=1.44\,tg\,\delta_n$，两边用B^2遍除且注意$\frac{E_4}{B}=0.1$有

$$X^2-1.09602(1.64-ctg\varphi_n X)X+0.27595(1.64-ctg\varphi_n X)^2$$
$$-0.07858(1.64-ctg\varphi_n X)+0.2X=0$$

经过整理得：

$$(1+1.0966\,ctg\varphi_n+0.27595\,ctg^2\varphi_n)X^2$$
$$-(1.5975+0.82654\,ctg\varphi_n)X+0.61333=0$$

这就是 δ_n 与 φ_n 间的关系，* 其中根号前面应取正号。

f. 验算见下表：

n	δ_n计算值	δ_n原设计值
0.8	11°3′	11°6′
0.6	9°2′	9°
0.4	6°51′	6°48′
0.2	3°56′	3°54′

可见最大偏高 3′，最小偏低 3′，相对误差 < 0.8%。

§3. 第三方案

今改用方程

$$X=1.64B+9$$
$$Y=1.44B+9\,tg\lambda_n$$
$$Z=-9\,tg\varphi_n$$

而取 $\frac{E_4}{B}=0.09$，它相当于 0.6 号元线几乎重合，令 $Y=0$ 得

$$X=1.64B-1.44B\,ctg\lambda_n$$
$$Z=1.44B\,ctg\lambda_n\,tg\varphi_n$$

代入胫刃线方程（5），并令 $X=1.44\,ctg\lambda_n$，且注意 $\frac{E_4}{B}=0.09$

整理得：

---

* 此方案已在1976年样机上采用。

$$(1 + 1.07498\,\mathrm{ctg}\,\varphi_n + 0.26797\,\mathrm{ctg}^2\varphi_n)X$$
$$-(1.58297\,\mathrm{ctg}\,\varphi_n + 0.80822\,\mathrm{ctg}^2\varphi_n)X$$
$$+0.60482\,\mathrm{ctg}^2\varphi_n = 0$$

验算见下表：

n	λ_n计算值	λ_n原设计值
0.8	56°23′	56°18′
0.4	50°16′	50°24′
0.2	46°11′	46°18′

可见最大偏高5′，最小偏低8′，相对误差＜0.3%。