

電子・通信・電気工学基礎講座

3

# 電気回路学

佐藤利三郎  
著

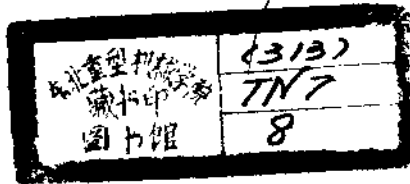
電子・通信・電気工学基礎講座

3

# 電気回路学

佐藤利三郎  
著

TN 7/70



0642819

丸善株式会社

02

a

著者の略歴

現職 東北大学工学部通信工学科教授 工学博士  
昭和19年 東北大学工学部通信工学科卒業

電子・通信・電気工学基礎講座 3  
電 気 回 路 学

¥ 2,200

昭和48年3月5日発行

© 1973

著 者 者 佐 藤 利 三 郎

発 行 者 飯 泉 新 吾

発 行 所 丸 善 株 式 会 社

郵便番号 103 東京都中央区日本橋二丁目3番10号

印刷 中央印刷株式会社・製本 誠光社製本印刷株式会社

・3355-1631-7924

## 序

工学の進歩はまことに早い。なかでも電気工学関係は特に進歩変遷の急激な分野である。大学に学ぶものがいかに先端をゆく斬新な知識を獲得したとしても、卒業して数年後にはもはや古いものとなるかもしれない。本来、大学の教育は10年先、20年先の学問の進展を予見するものでなければならない。そのためには、個々の知識の集積ではなくて、その根底にある基礎原理の洞察が大切である。さらに重要なことは未知の分野を開拓するに当って、これら基礎原理をどのように使いこなすかという能力の涵養である。

産業の発展に伴って、より高度の深い専門知識が要請され、専門分野の細分化が促進される。これと同時に多数の技術者を養成する必要と相まって、工学部には多数の学科が開設されるようになった。しかしながら、産業の大規模化、システム化の進行によって、専門を異にする多数の技術者のチームワークがますます重要になってきた。専門分化がはげしくなればなるほど、工学全般を総合した共通の基盤に立つ基礎教育の充実が必要不可欠になってくる。

電気関係においても、電子工学、通信工学、電気工学など多数の学科に別れているが、これらの諸学科では基礎原理に共通のものが多く、また将来の発展に役立つと思われる理念には共通性が多い。東北大学は電気、通信、電子の3学科をもち、さらに伝統的に協力関係にある本学付置の電気通信研究所よりの併任教官をあわせると、40数講座、教官約80名という大世帯の電気系学科もっているといえる。数年前この電気系3学科のカリキュラムを改訂したが、その趣旨は基礎科目を充実強化することと、基礎科目の内容を3学科共通の立脚点に立つものとしたことである。もちろん3年次以降には選択科目としてもっと専門的なコース別の講義があるが、これは基礎理論を実地に応用する手法の例題と考えている。

## 目 次

基礎科目の講義に毎年学生にノートをとらせるというやり方は、いかにも無駄が多い。よい教科書があれば予習、復習が容易になり、教室における授業の質を高める上でも効果的である。新しいカリキュラムを実施して、講義内容も一応定着したことであり、丸善出版部のたつてのおすすりもあつて、ここに「電子・通信・電気工学基礎講座」を世に出すこととなつた。この講座の内容は学部の2年次から3年次にわたる電気系学科の基礎科目を主体として編集したもので、3年次後半以降のさらに専門的内容の科目は割愛してある。電気関係の工学の基礎はエレクトロニクス、情報伝送ならびにエネルギー変換の三つの柱になるが、本講座はこれらの学術的体系を把握することに重点をおいた。さらにこれらに共通な物理学的ならびに数学的基礎についても前者との体系化を図つた。教科書あるいは参考書として活用して頂ければ幸いである。

「学んで時に之を習う。またよろこばしからずや」ということがある。電気技術者は大学を卒業した後にもたえず勉強を続けることが特に要請される。本講座がその際のおよき伴侶としてお役に立てば二重の幸いである。

この講座を計画するに際して、教科書を活字にすることが教科内容の固定化につながるのではないかという不安があつた。幸い、丸善出版部の理解ある協力が表明されているので、当編集委員会は学術の進歩を判断し、適切な時期には改訂する努力を怠らず up-to-date の品格を保つ所存である。

出版にあたり、各巻相互の内容の検討、あるいは各巻の原稿の査読などのために、自発的な見事なチームワークで多大の御協力を頂いた大勢の教官がたの貢献をここに特記して敬意と謝意を表する。

昭和47年9月

編集委員会代表 菊 池 喜 充  
福 島 弘 毅  
大 泉 充 郎

編集委員会の構成は次の通りである。

編集委員長（兼監修委員） 菊池 喜 充  
 監修委員 福島弘毅\*, 大泉 充 郎  
 幹事委員 佐藤利三郎, 穴山 武, 城戸健一, 柴田幸男,  
 執筆委員 福島弘毅\*, 二村忠元, 虫明康人, 佐藤利三郎,  
 松尾正之, 柴山乾夫, 西沢潤一, 穴山 武,  
 清水 洋, 城戸健一, 岩崎俊一, 柴田幸男,  
 稲場文男, 安達三郎, 木村正行, 野口正一,  
 高橋 理, 奥山大太郎, 池田俊夫, 脇山徳雄,  
 曾根敏夫, 米山 務, 山之内和彦, 池田哲夫。

各委員は、東北大学工学部電気系3学科および電気通信研究所に所属。ただし、\*印は東北大学名誉教授、玉川大学工学部教授。

(昭和48年1月現在)

## 序

現代の電子工学・通信工学・電気工学は誠に輝かしい成果をあげており、その発展もきわめて顕著である。そして、その分野は益々広範となり、また一方専門分化もはげしい。このような時代における大学の専門教育のあり方は個々の知識の集積ではなく、その根底にある基礎の把握に重点を置くことであると考えられる。このたび、電子・通信・電気工学基礎講座の出版計画のあったことは誠に時を得たものと思う。

本書は本講座の一巻として、あらゆる工学の部門にわたっての基礎である電気回路学を大学学部学生をおもな対象とした書物である。電気回路学については古くから幾多の研究がなされて来ており、ことに、この方面には古今内外に数多くの名著があり、教科書として、参考書として、立派な著述が多く、いまさらこれに加うべき何もものないのであるが、回路理論の初歩から一貫して電気回路の基礎を叙述し、さらに高度の分野へ進むための助けとなるような書物として、浅学非才を顧みず、講義の原稿をまとめ、筆をとった。

しかし何分公務の余暇に行なう仕事でもあり、書き終ってみると当初の志とは違い、著者の意に満たぬ点が甚だ多く、残念でもあり、また申しわけなく思う次第である。読者の御叱正を得て加筆訂正を行なえれば幸である。

なお、回路演習および例題については本講座の演習書があるので最小限に止どめた。

本書を草するに当り、多くの書物、文献を参考にさせて頂いた。これらの著者に対し、深甚の敬意と感謝の意を捧げると共に、本書の執筆をする機会を与えられた本講座編集委員会の各位、ならびに著者が多年にわたり御薫陶を受けた諸先生に深く感謝申し上げる次第である。

昭和48年1月 仙台にて

佐藤利三郎

# 目 次

<b>1 電気回路に関する量と単位</b> .....	<b>1</b>
1.1 はじめに .....	1
1.2 電 荷 .....	2
1.3 電界と電位差 .....	4
1.4 電 流 .....	5
1.5 電気抵抗 .....	6
1.6 インダクタンス .....	8
1.7 静電容量 .....	11
1.8 MKS 単位系における電磁気量の次元 .....	13
<b>2 電気回路</b> .....	<b>15</b>
2.1 電気回路素子 .....	15
2.2 回路の構成 (接続法) .....	16
2.3 電 源 .....	18
2.4 キルヒホッフの電圧則・電流則 .....	20
2.5 抵抗回路の解析 .....	21
2.5.1 直列回路 .....	22
2.5.2 並列回路 .....	22
2.5.3 はしご形回路 .....	23
2.5.4 ホイートストン・ブリッジ .....	24
2.5.5 ポテンショメータ .....	26
2.5.6 抵抗回路の熱損失 .....	27
2.6 電源の時間関数 .....	28
2.7 正弦波電圧電流 .....	31
2.8 指数関数波 .....	38
2.9 単純な回路の交流電圧印加による電気現象 .....	34
2.9.1 抵抗回路 .....	35
2.9.2 インダクタンス回路 .....	37



2・9・3	容量回路	39
2・9・4	$RL$ 直列回路	42
2・9・5	$RC$ 直列回路	45
2・10	簡単な回路のインピーダンスとアドミタンス	47
2・10・1	直列 $RLC$ 回路	47
2・10・2	交流ブリッジ回路	49
2・10・3	$RL, RC$ の並列回路	52
2・10・4	駆動点インピーダンス, 駆動点アドミタンス	53
2・11	相互誘導回路, 密結合線輪, 理想変成器	64
3	一般線形回路網	69
3・1	環路法による回路方程式	69
3・2	節点間電圧法による回路方程式	74
3・3	重ねの理	78
3・4	相反定理	82
3・5	補償定理	87
3・6	テブナンの定理とノルトンの定理	89
3・7	駆動点インピーダンス, 伝達インピーダンス, 駆動点アドミタンス, 伝達アドミタンス	92
3・8	双対性	96
4	2端子対回路	101
4・1	2端子対回路の基本方程式	101
4・1・1	アドミタンス行列	102
4・1・2	インピーダンス行列	103
4・1・3	4端子行列	105
4・1・4	その他の行列; $H$ 行列, $G$ 行列	107
4・2	2端子対回路の接続	111
4・2・1	並列接続	111
4・2・2	直列接続	112
4・2・3	縦続接続	113
4・2・4	並直接続, 直並接続	114
4・3	2端子対回路の等価回路	116
4・3・1	逆L形回路	117
4・3・2	T形回路	117
4・3・3	$\pi$ 形回路	118

4・3・4	変成器の組合せ回路	118
4・3・5	並列 T 形回路	120
4・3・6	格子形回路	121
4・4	2 端子対回路のパラメータ	125
4・4・1	映像パラメータ	125
4・4・2	反復パラメータ	160
4・4・3	平衡-不平衡パラメータ	163
4・4・4	動作伝送量	165
5	多相交流	173
5・1	多端子回路の 1 端子対回路への分解	173
5・2	多相交流起電力, 多相交流電源	181
5・3	対称三相交流	184
5・4	非対称三相回路	188
5・4・1	$\Delta$ および Y 結線負荷の等価変換	189
5・4・2	$\Delta$ および Y 結線電圧源相互の等価変換	190
5・4・3	Y 結線された非対称三相回路	191
5・5	三相交流発電機を電圧源とする三相交流回路	194
5・6	多相交流回路の電力	200
5・6・1	対称多相交流回路の電力	200
5・6・2	対称三相交流回路の電力	201
5・6・3	ブロンデルの定理	202
5・6・4	二相三線式の電力	204
6	電源関数	207
6・1	周期関数波	207
6・1・1	周期関数波のフーリエ級数による展開	207
6・1・2	周期関数波の性質	209
6・1・3	複素形のフーリエ級数表示	215
6・2	衝撃波	219
6・3	フーリエ変換	221
6・3・1	フーリエ変換の存在性	222
6・3・2	指数的に減衰する実数関数波のフーリエ変換	223
6・3・3	インパルス関数の実時間関数と周波数スペクトル	227
6・4	たたみこみ	232
6・5	フーリエ変換の特別な性質	236

x 目 次

6.6	単位ステップ関数の変換	240
6.7	その他の関数	245
6.7.1	正弦関数	245
6.7.2	時間関数と正弦波の積	246
6.8	理想低域濾波器	248
6.9	標本化定理	253
7	インピーダンス関数	257
7.1	有限集中定数回路の過渡現象	257
7.2	ラプラス変換	267
7.2.1	ラプラス変換の定義	267
7.2.2	ラプラス変換の特別な性質	268
7.2.3	周波数関数 $F(s)$ より時間関数 $f(t)$ を求める方法	270
7.3	駆動点イミタンス関数	281
7.3.1	駆動点イミタンス関数	281
7.3.2	正実関数	285
7.3.3	リアクタンス関数	289
7.3.4	リアクタンス1端子対回路の合成	292
7.3.5	RL回路, RC回路	298
8	分布定数回路	305
8.1	分布定数回路	305
8.2	分布定数回路の基本式	309
8.3	特性インピーダンスおよび伝搬定数	316
8.3.1	特性インピーダンス	316
8.3.2	伝搬定数	318
8.4	無損失分布定数回路	320
8.5	分布定数線路に沿う電圧・電流分布	329
8.6	進行波理論	334
8.7	分布結合回路	339
8.7.1	平行二本分布結合回路	339
8.7.2	対称四本線路	346
8.8	分布定数線路の過渡現象	349
8.8.1	基本式	349
8.8.2	無限長線路の過渡現象	352

付 録 .....	361
付・1 2端子対行列の相互関係 .....	361
付・2 2端子対回路の接続と行列の関係 .....	362
索 引 .....	363

# 1 電気回路に関する量と単位

---

## 1.1 はじめに

力学・機械学では、長さ、時間、質量、速度、加速度、力、エネルギーなどの量がある。一般に量には単位 (unit) が定められ、名称が決められている。長さの単位はメートル (m, meter) であって、メートルの原器で定められている。しかし長さの単位はメートルだけではなく、インチ、マイル、尺、里なども長さの単位である。

力学の学問体系はこれらの量とその単位を定めて組立てられている。そして、その基本となる量として、長さ (length)、質量 (mass)、時間 (time) を定め、それらの単位として、メートル、キログラム (kg, kilogram)、秒 (s, second) を用いる場合が多い。この基本量と他の量の単位との関連を明らかにすることが重要であり、この関係を表わす式を次元 (dimension) という。

たとえば、力は質量と加速度の積であるから

$$\text{質量 [kg]} \times \text{加速度 [m/s}^2\text{]} = \text{力 [kg} \cdot \text{m/s}^2\text{]} \quad (1.1)$$

となり、力の次元は  $[MLT^{-2}]$  で与えられる。この力の単位をニュートン (N, Newton) という。1N は 1kg の質量が  $1\text{m/s}^2$  の加速度をもつ力の単位である。

同様にして

$$\text{力 [N]} \times \text{長さ [m]} = \text{仕事 [N} \cdot \text{m]} = \text{仕事 [kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2\text{]} \quad (1.2)$$

となり、仕事の次元は  $[ML^2T^{-2}]$  で与えられる。この仕事の単位をジュール (J, joule) という。

また

$$\text{仕事 [J]} \div \text{時間 [s]} = \text{動力 [J/s]} = \text{動力 [kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3\text{]} \quad (1.3)$$

となり、動力の次元は  $[ML^2T^{-2}]$  で与えられる。この動力の単位をワット (W, watt) という。1W は 1s に働いた仕事の量の単位である。このように量を表わすのにその次元を定め単位とし、その名称を定めておくことは力学・機械学のみではなく、すべての自然科学の分野で重要なことである。

電気磁気学・電気回路学でも単位系を定めておくことが便利である。

・電気・磁気現象の源は電荷であるので、力学で用いた三つの基本量に電荷  $Q$  を加え、長さ、質量、時間、電荷の四つを基本量とし、その単位をそれぞれメートル、キログラム、秒およびクーロン (C, coulomb) を用いる。このような単位系を **MKS 単位系** と称する。

単位系には静電単位系 (system of electrostatic unit)、電磁単位系 (system of electromagnetic unit) と MKS 単位系が考えられている。

## 1・2 電 荷

電気・磁気の現象を起こす源は電子 (electron) である。電子は粒子性と波動性の二面の性質をもっていて、静止している状態での質量は  $9.108 \times 10^{-31} \text{ kg}$  の非常に軽いものである。一般の原子や分子は陽子 (質量が電子の 1838 倍)、中性子 (質量が電子の 1839 倍) とからなる原子核とそのまわりを回っている電子とからなり、電気的には中和した状態になっている。電子は負の電気量を持ち、陽子は同量の正の電気量をもっている。これらが自然科学の源である。しかしこれらを直接用いるには、電磁気学・電気回路学としてはあまりに小さすぎ取扱いにくいので、電子の集合したものを考え、数学的には連続した量として取扱えるような電荷を単位として用いる。

電荷 (electric charge) には有名なクーロン (Coulomb) の法則があり、力学と電気の各量との関係を明らかにしている。すなわち “電気量がそれぞれ  $q_1, q_2$  の二つの点電荷 (point electric charge) は、その電気量の相乗積に比例し、その間の距離  $r$  の二乗に逆比例する力を及ぼしあい、その力の方向はそれらを結ぶ直線上にある”。ただし点電荷は、その大きさが距離  $r$  に比べて無視

できるだけ小さい帯電体をいう。

またこの力は周囲の媒質の性質で変化し、真空中では

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1.4)$$

で与えられる。ここに比例係数  $\epsilon_0$  を真空中の電気誘導容量 (inductive capacity in free space), または真空中の誘電率 (dielectric constant) とよぶ。

MKS 単位系では

$$\epsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2} \approx \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \quad (1.5)$$

に定められている。ただし、 $c$  は光速 ( $2.998 \times 10^8$  m/s) である。

真空中でそれぞれ 1C の点電荷が 1m の距離にあるとき互いに及ぼしあう力  $F$  は (1.4), (1.5) より

$$F = \frac{1}{4\pi} 36\pi \times 10^9 = 9 \times 10^9 \text{ N}$$

となる。

(1.4) より誘電率の次元を求めると

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi} \frac{q_1 q_2}{r^2 F} \quad [C^2 \cdot s^2 / m^3 \cdot kg] \quad (1.6)$$

から  $[L^{-3} M^{-1} T^2 Q^2]$  となる。

周囲媒質が真空でない絶縁物のときは

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1.7)$$

で与えられる\*。ここに  $\epsilon$  は絶縁物の電気誘導容量または誘電率とよび

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \quad (1.8)$$

で示される。 $\epsilon$  と  $\epsilon_0$  とは同じ次元をもつ量であるから  $\epsilon_r$  は次元のない定数であり、比誘電率と称し、表 1・1 には誘電体の比誘電率 (dielectric constant) の値を示す。

\* 電気量保存の法則 (law of conservation of electricity) “限られた部分の中の全電気量は系の中に変化があっても系の外との間に電気量の出入りがない限り一定である。” 抜山平一：電磁気学総論, p. 10.

表 1・1 誘電体の比誘電率

ガ ス		固 体	
空気, 0°C	1.00059	アスファルト	2.68
空気, 40 気圧	1.0218	金剛石	16.5
空気, 80 気圧	1.0439	ガラスフリント (密度, 4.5)	9.90
二酸化炭素, 0°C	1.0000985	ガラスフリント (密度, 2.87)	6.61
水素, 0°C	1.000264	大理石	3.3~4.9
水蒸気, 145°C	1.00705	雲 母	5.6~6.0
液 体		紙 (ケーブル絶縁用)	2.0~2.5
アセトン, 0°C	26.6	パラフィン	2.1
空気, -191°C	1.43	陶磁器	5.7
ベンゼン	2.29	ゴ ム	2.3~4.0
グリセリン, 15°C	56.2	水晶 (軸に垂直)	4.69
蒸留水	81.1	水晶 (軸に平行)	5.06
アルコール, アミル	16.0	スレート	6.6~7.4
アルコール, エチル	25.8	イオウ (無定形)	3.98
アルコール, メチル	31.2	イオウ, 新鮮	4.22
ゴキ油	4.67	乾木, 赤ブナ (繊維に垂直)	3.6~7.7
アマニ油	3.35	乾木, 赤ブナ (繊維に平行)	2.5~4.8
石 油	2.13	乾木, カシワ (繊維に垂直)	3.6~6.8
		乾木, カシワ (繊維に平行)	2.5~4.2

クーロンで電子 1 個の電気量を表わすと  $-1.60206 \times 10^{-19} \text{C}$  である。すなわち負の微小な電気量をもつ。

### 1・3 電界と電位差

クーロンの法則に示されるように電荷の存在する空間は電荷のない空間とは異なった性質がある。電荷の存在しない空間に電荷があっても力を受けないが電荷のある空間に他の電荷を置くと力が作用する。このようにクーロンの法則に従う力が作用する空間を電場または電界 (electric field) という。

電界中の任意の点の電界強度を次のように定義している。すなわち 1C の点電荷をその点におくとき、それに作用する力  $E$  をその点の電界強度といい、力の方向を電界の方向という。



したがって、強さ  $E$  の電界中にある点電荷  $q$  のうける力  $F$  は

$$F = qE \quad (1.9)$$

となり、電界強度の次元は  $[LMT^{-2}Q^{-1}]$  であり、単位は  $[N/C]$  である。

電場内で電荷を動かすには仕事が必要となる。1C の正電荷を電界内の点 A から点 B まで運ぶに要する仕事を点 A, B 間の電位差 (electric potential difference) という。したがって、正の電荷  $q$  を電位差  $v$  の二点間を電界に抗して運ぶに要する仕事  $W$  は

$$W = vq \quad (1.10)$$

となり、電位差の次元は  $[L^2MT^{-2}Q^{-1}]$  であり、単位は  $[J/C]$  でボルト (V, volt) という。

## 1.4 電 流

金属導体の中には金属原子の間を自由に移動のできる電子がある。これを自由電子 (free electron) という。金属内の二点間に電位差があると自由電子はその電界の反対方向に移動する。

1s の間に 1C の電荷が移動するとき、この導体には 1 アンペア (A, amper) の電流 (current) が流れると称する。すなわち、電流  $i$  は

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1.11)$$

と定義され、電流の次元は  $[T^{-1}Q]$  であり、単位は  $[C/s]$  である。電流には方向があり、電子の移動する方向と反対の方向を正と選ぶことになっている。電流の値が時間に対して変わらないとき直流電流 (direct current)、そうでないとき交流電流 (alternating current) という (6章参照)。

電圧と電流との積をとると

$$v \times i = p \quad [J/s] \quad (1.12)$$

となり、動力と同じ次元をもつから、単位は  $[W]$  である。これは電気によって生ずる動力であるから、特に動力と区別して電力 (electric power) と称する。