

算

廸

二





迪

算

(一)

何夢瑤撰

算迪卷三上

割員

⊙一法以員容六邊形起算。

如圖以員半徑^{丙戌}。丙即爲所容六邊形之一邊。如^{戊乙}。蓋
 平行。而^{戊丙}又與^{乙癸}平行。則^{戊乙}必等^{丙癸}半徑。即等^{戊丙}半徑矣。
 又凡三角形。合三角共一百八十度。今^{戊丙乙}三角形。丙角既得六
 十度。則^{戊乙}二角應共得一百二十度。平分之。亦各得六
 十度。是三角度等也。三角度既等。則三邊亦必等矣。

又以半徑^{丙戌}爲弦一邊折半^{戊丁}爲股求得句^{丙丁}轉減

半徑^{丙戌}餘^{丁庚}又爲句以半邊^{戊丁}爲股句股又求得弦

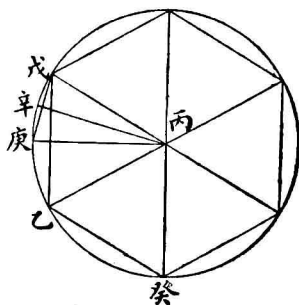
^{戊庚}是爲割六邊爲十二邊如是者累析爲二十四邊四十

八邊九十六邊至五百一十五億三千九百六十萬七千五

百五十二邊定爲員徑一兆得周三兆一千四百一十五萬

九千二百六十五有餘。

⊙一法以員容四邊形起算。



如圖甲丙丁句股形以半徑甲丙爲股丙丁爲句句股求得甲丁弦即容方邊又甲己戊句股形以半邊甲己爲股以己丙^{等甲}與半徑丙戊相減餘己戊爲句句股求得甲戊弦是爲割四邊爲八邊如是屢析爲十六邊三十二邊以至億萬邊亦得徑一周三二四一五九二六五有餘

③一法以六邊形容員起算

如圖以員全徑戊庚移作甲丁爲弦^{詳三角容員條}以半徑乙丁爲句求得甲乙股取其三分之一^{甲至乙分三分取甲午二分與午未等蓋}

角形亦必等邊矣而午未固六邊形之一邊也爲六邊形之一邊乃半之以爲乙己句以

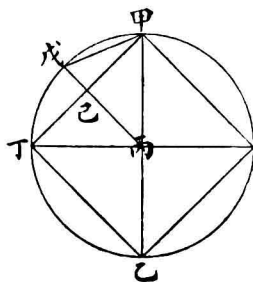
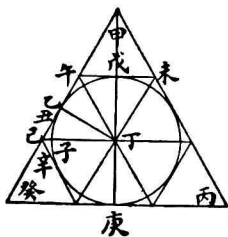
半徑丁乙爲股即用六邊形之一邊午己移作己丁爲弦^{午己丁與甲午未}

皆等邊三^{角形也}與丁子半徑相減餘己子爲句用三率比例法求得丑子

股^{丑己子小句股形與丁乙己大句股形相似法}倍之成丑辛爲十二

邊之一邊是爲割六邊爲十二邊也如是者亦屢析至億萬邊所得周徑率亦同

④一法以方容員起算



如圖以員徑甲己爲股己酉爲句求得辰己弦與員徑相減餘辰子爲乙己合之成丑丙爲員外八邊形之每邊乙己等乙丑辰子等子庚即等乙丙也半之爲乙丑句半徑乙癸爲股求得癸丑弦與半徑辛癸相減餘丑辛又爲句用三率比例法求出辛未股法爲大句丑乙比大股乙癸若小句丑辛比小股辛未也倍之得午未爲十六邊形之每一邊是爲

割八邊作十六邊也如是者亦屢析至億萬邊所得周徑率亦同

割員八線

說詳三角法

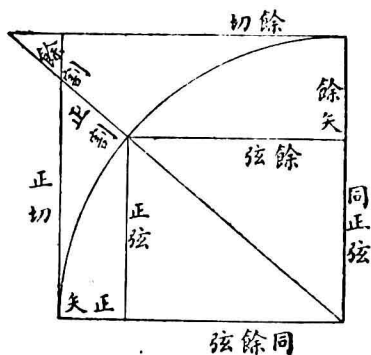
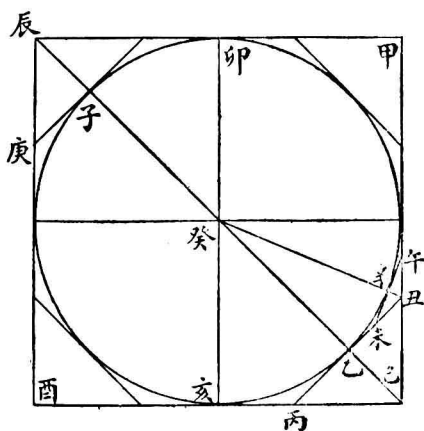
作八線表各法

表見數理精蘊

西術割員用八線

而其所作八線表

則用六宗三要二



簡之法詳下。

六宗法

①一卽上文員容六邊形起算之法。以六邊之一邊。卽爲六十度之通弦。半之卽爲三十度之正弦也。

②一以員容三邊起算。

法以員徑乙丁爲弦。半徑丁丙爲句。丁丙與甲己平行。丁平與甲己平行。故丁丙卽甲也。句弦

求得乙丙股爲所容三邊形之每邊。卽爲一百二十度之通弦。折半

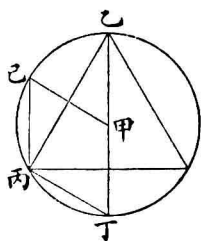
爲六十度之正弦。

③一卽上文員容四邊形起算之法。以容方之每邊。卽爲九十度之通

弦。折半爲四十五度之正弦。

④一以員容十邊形起算。

此法須先明理分中末線之法。何謂理分中末線。蓋連比例三率。有合中率末率之數。與首率數同者。欲於首率數內。分出中率若干。末率若干。如於首率十尺內。分出中率六尺一寸八分零三毫。末率三尺八寸一分九釐七毫。是也。其法以首率甲乙十尺自乘。本爲甲己正方積。今移作丁己長方。卽以首率十尺。乙己爲長。丁庚闊。丙乙之較。用帶縱較數開方法算之。得丙乙闊。爲相連比例之中率。與首率

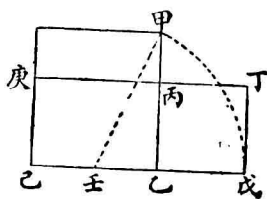


甲乙相減。餘甲丙。爲相連比例之末率。是從甲乙首率。分出丙乙甲丙中末率也。此法蓋因首率自乘之甲己。正。兼有首率乘末率甲庚。長方在內。而三率之法。首末率相乘。與中率自乘同積。則甲庚之合丙己。成甲己。猶中率自乘之丁乙方。合丙己。成丁己也。故以首率自乘爲長方積。仍以首率爲長闊之較。而用帶縱法也。

又法以首率甲乙爲股。首率乙己折半得乙壬爲句。求得甲壬弦。爲甲戊弧之半徑。與戊壬等。於戊壬內減乙壬句。餘戊乙。卽丙乙。爲中率。以中率丙乙。

與首率相減。餘甲丙。爲末率。此法既明。而員容十邊形之每邊可求矣。如員徑二百尺。求容十邊形之每邊。法取甲乙半徑一百尺爲首率。自乘得一萬尺。爲丁己長方積。卽以甲乙半徑一百尺爲長丁庚闊。丁丙之較。用帶縱開方法算之。得丙乙六十一尺八寸零三釐。爲連比例之中率。卽員內所容十邊形之一邊甲己也。試作己戊線。截甲乙首率於丙。成甲己丙小三角形。與甲乙己大三角形同式。蓋二形同用一甲角。又小形之己角。與大形之乙角等。己角所對甲戊弧。爲乙角所對甲己弧之倍。凡界角對弧。大於心角對弧一倍者。界角與心角必等。詳三角法第四條。可相比例。

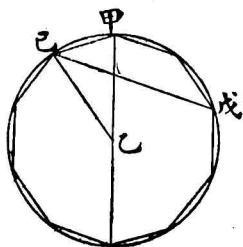
法爲甲乙首率比己甲中率。若己甲中率與甲丙末率。爲連比例三率也。小形己角。既與大形乙角等。



則乙己丙形之己角亦必與乙角等。何則。凡三角形合三角得一百八十度。今甲乙己三角形之乙角所對甲己弧爲三十六度。則甲己二角必各得七十二度。是己角倍於乙角。今甲己丙形之己角既等乙角三十六度。則乙己丙形之己角亦必等乙角三十六度也。乙己丙形乙己兩角既等。則兩邊乙己丙丙亦必等。而甲己丙形兩邊甲己乙己亦必等。○甲乙己形之乙甲乙己同爲半徑而等。則相似之甲己丙形其甲己丙己二邊亦必等也。爲丙乙等己丙。又等甲己。故求得丙乙中率。卽爲員容十邊形之一邊甲己也。或依法求之。

⑤ 一以員容五邊形起算。

法以十邊形一邊乙丁_率。卽中與半徑甲丁_率。卽首相減。餘己丁_{末率}。折半得丁戊爲勾。乙丁爲弦。求得乙戊股。倍之得乙丙。卽五邊形之一邊。又法以半徑甲丁爲底。以半徑甲乙爲大腰。以所容十邊形之一邊乙丁爲小腰。用三角求中垂線法。求得中垂線乙戊。倍之得乙丙。爲所容五邊形之一邊。卽七十二度弧之通弦。又法半徑甲丁自乘爲甲辛方。十邊形一邊乙丁卽乙己自乘爲乙癸方。以兩方積相併開方。卽得五邊形一邊乙丙。如圖。甲乙丁三角形依乙丁度作乙己成乙丁己三角形。與甲乙丁同式。



設見上條。蓋此條之甲乙丁。即上條之乙甲己。此條之乙丁己。即上條之己甲丙也。法以甲乙爲首率。乙

丁爲中率。己丁爲末率。甲己亦等。乙丁爲中率。而末率己丁

平分於戊。又成乙戊丁句股形。乙戊爲股。丁戊爲句。試依甲

丁半徑度。作甲辛方。又依乙己即乙丁度。作乙癸方。其甲辛

方內甲丑方。爲乙丁弦。乙丁即乙己。又即甲己。自乘方。己辛長方。亦與乙

丁弦自乘方等。丁辛原與甲丁等。同爲首率。以首率與己丁末率相乘。必與甲己即乙丁中率自乘方等。庚卯

長方。亦與乙丁弦自乘方等。因丑辛一截。己爲己辛長方所

用。止存庚丑一截。爲乙丁弦自乘方內。少戊丁句自乘方四

丑辛藏句自乘方四。是甲辛方內。有乙丁弦自乘之三正方。而少戊丁

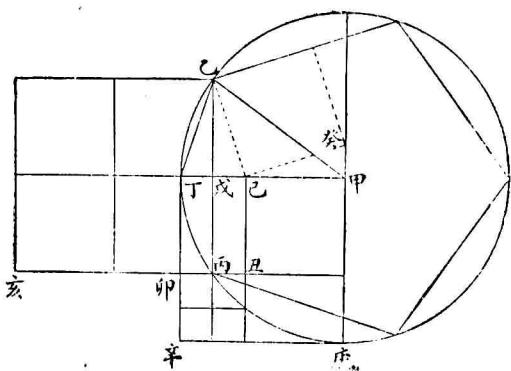
句自乘之四正方。再加乙丁即乙己自乘之乙癸方。共得乙

丁弦自乘之四正方。而少戊丁句自乘之四正方。凡弦自乘

方內。原兼有句股各自乘方一。今弦自乘四方內。少句自乘

四方。是止有股自乘四方耳。而乙丙自乘之乙亥方。實爲乙戊股自乘之四正方。故知半徑甲於自乘

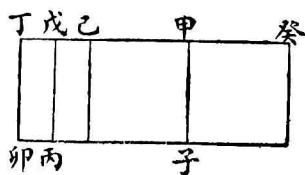
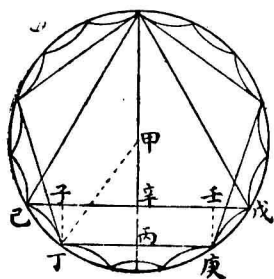
方。與十邊形一邊乙丁自乘方。併積。同於五邊形一邊乙丙自乘乙亥方積。而開方得乙丙也。又法。用



理分中末線法。以半徑甲丁自乘爲長方。其長爲兩甲已中率二已丁末率。仍以半徑爲長闊之較。依帶縱較數開方法算之。得長折半。是止長一甲已中率半已丁末率也。得甲戌爲股。以半徑甲乙爲弦。股弦求得乙戊句。倍之得乙丙。卽所容五邊形之一邊也。如圖甲丁自乘爲癸卯長方。丁己末率也。己甲中率也。甲癸亦中率也。折半則止得一甲己中率。己戊半末率。

⑥ 一以容員十五邊形起算。

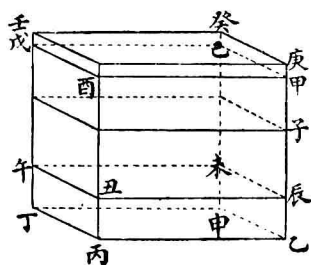
法以半徑甲丁爲弦。以員容五邊形一邊之半丁丙爲句。求得甲丙股。內減半徑之半甲辛。詳三角求外切員徑條。餘辛丙。卽壬庚。又爲股。以壬戌爲句。求得戊庚弦。卽所容十五邊形之一邊也。如圖作員容三邊形。又作員容五邊形。以三邊形一邊之弧分五分。或以五邊形一邊之弧分三分。卽得十五弧。其一弧之通弦。卽十五邊形之一邊也。如戊庚。故取戊庚。問壬戌之度何以取之。曰。以三邊形之戊己邊。與五邊形之丁庚邊相減。餘壬戌子己。折半得壬戌。右西法六宗也。



新增四宗

⊙一以員容十八邊形起算。

此須先明按分作相連比例法。如以十尺爲首率。作相連比例四率。使一率四率相併。與二率三倍等。問各率若干。法以首率甲乙十尺。自乘得一百尺。再乘得一千尺。成立方積。爲實。又以一率十尺自乘得一百尺。成立方積。三因之。得三百尺。成立方積。爲法。法除實得三尺。且分九百尺。餘一百尺留下。爲次率初位數。作圖明之。如圖。甲乙首率也。庚甲四率也。庚乙首率四率相併也。庚子子辰辰乙皆次率也。所謂首率四率相併。即三個次率也。若知首率四率之數。則相併而三歸之。得次率矣。因止知首率。故用首率甲乙自乘再乘爲甲乙丙丁戊己立方體。較之三倍次率之庚乙。乘首率乙丙。同甲。冪所成之庚乙丙丁壬癸長立方。少一庚甲壬戌扁立方。此扁立方。乃首率自乘。又乘四率所成。依四率例。即與次率自乘再乘之積等。如首率二。次率四。三率八。四率十六。得六十四。即與第二率四自乘再乘等積也。若於首率自乘再乘數。加入次率自乘再乘數。即如加此扁立方。而成庚乙丙丁壬癸長立方。於是以首率自乘之乙丁方面爲法除之。必得乙庚。爲三個次率之數。若三因方面爲法以除之。三因首率自乘一百尺是也。必得一個次



率如乙辰矣。然不知次率之數。則不能加。於是用益實歸除之法以求之。以次率初位數三尺。自乘再乘得二十七尺。加入原積一千尺。共一千零二十七尺。爲共實。上文云。若於首率自乘再乘數內。加次率自乘再乘數。即如加扁方成庚乙丙丁壬癸長立方。故以次率初數自乘再乘加原積。按除法。以所得次率三尺。乘法三百尺。得九百尺。上文雖以三百尺除實一千尺。然止得三十尺。是止去實九百尺也。與共數相減。餘一百二十七尺。積九百尺得次率三尺。尙有餘積一百二十七尺。則次率不止三尺矣。爲第二位實。九百尺爲第一位三尺之實。一百二十七尺。則爲第二位四寸之實也。乃以三百尺除之。得次率第二位數四寸。合之首位所得三尺。共得次率三尺四寸。餘實未盡。尙須再求。以次率三尺四寸。自乘再乘得三十九尺三百零四寸。仍以益原實一千尺。得一千零三十九尺三百零四寸。爲共實。按除法。減首位所得三尺。與法三百尺相因之九百尺。又減次位所得四寸。與法三百尺相因之一百二十尺。餘十九尺三百零四寸。爲第三位實。以法三百尺除之。得六分。所餘太多。因益積。故取略大之數爲七分。合前兩位所得三尺四寸。共三尺四寸七分。又自乘再乘得四十一尺七百八十一寸九百二十三分。仍以益原實一千尺。得一千零四十一尺七百八十一寸九百二十三分。爲共實。按除法。減首位所得三尺。與法三百尺相因之九百尺。又減次位所得四寸。與法三百尺相因之一百二十尺。又減三位所得七分。與法三百尺相因之二十一尺。餘七百八十一寸九百二十三分。爲第四位實。以法三百尺除之。得二釐。合前三位所得三尺四寸七分。爲三尺四寸七分二釐。自乘再乘得四十一尺八百五十四寸二百一十分四十八釐。仍以益原實一千。得一千零四十一尺八

百五十四寸二百一十分四十八釐爲共實。按除法減首位所得三尺與法三百尺相因之九百尺。又減次位所得四寸與法三百尺相因之一百二十尺。又減第三位所得七分與法三百尺相因之二十一尺。又減第四位所得二釐與法三百尺相因之六寸。餘二百五十四寸二百一十分四十八釐爲末位實。以法三百尺除之得八毫。所餘亦太多。因益積。仍取略大之數爲九毫。合前四位所得三尺四寸七分二釐共三尺四寸七分二釐九毫。又自乘再乘得四十一尺八百八十六寸七百六十六分四百零二釐四百八十九毫。仍以益原積一千尺得一千零四十一尺八百八十六寸七百六十六分四百零二釐四百八十九毫爲共實。按除法減首位所得三尺與法相因之九百尺。又減次位所得四寸與法相因之一百二十尺。又減第三位所得七分與法相因之二十一尺。又減第四位所得二釐與法相因之六寸。又減第五位所得九毫與法相因之二寸七分。仍餘一十六寸七百六十六分四百零二釐四百八十九毫爲數無多。不必再求。計共除得三尺四寸七分二釐九毫爲相連比例之第二率實數也。以之自乘得一十二尺零六寸一十分三十四釐四十一毫。以首率之十尺除之得一尺二寸零六釐一毫爲三率。以二率而三因之得一十尺四寸一分八釐七毫。內減首率十尺餘四寸一分八釐七毫爲四率。如以三率自乘以二率除之亦得四率也。明此而員容十八邊形之每邊可求矣。如員徑二十尺求內容十八邊形之每邊若干。法以員徑半之得十尺爲首率。自乘再乘得一千尺爲實。又以半

徑十尺自乘三因之得三百尺爲法。按上益實歸除法算之。得次率三尺四寸七分二釐九毫。卽所容

十八邊形之一邊也。爲十二度弧之通弦。如圖。甲戊丙三角形。戊丙乙三角形。丙丁乙三角形。按丙乙度

與甲辛半徑平行。皆同式。蓋戊丙乙形之戊角。當庚丙弧。爲戊丙弧之倍。

則戊丙乙形之戊角。必等甲戊丙形之甲角。又同用丙角。則兩形

必等。詳上員容十邊條。又丙丁乙形之丁丙線。與甲辛半徑平行。則丙丁乙

之丙角。與甲丙辛形之甲角。爲相對錯角。亦必等。甲丙辛甲角。卽甲戊丙甲角。

又與戊丙乙形同用乙角。是此三形之各角互相等。故爲同式也。

則可相爲比例。故甲戊與戊丙之比。同於戊丙與丙乙之比。戊丙

與丙乙之比。又同於丙乙與乙丁之比。爲相連比例四率。而甲戊

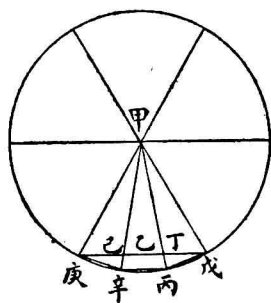
爲首率。戊丙爲次率。丙乙爲三率。乙丁爲四率也。又戊庚爲六十

度之通弦。與甲戊首率等。而戊乙丁己庚三段皆與戊丙次率

等。是戊庚首率中有戊丙二率之三倍。而少一丁乙四率也。必以

戊庚首率與丁乙四率相併。方與戊丙二率之三倍等。故用連比

例四率。有首率求次率法算之。得次率戊丙。爲十八邊形之一邊也。

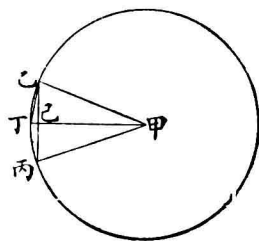
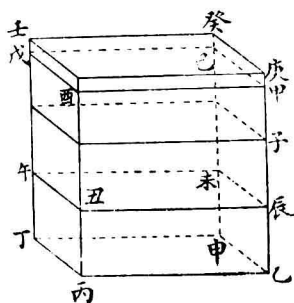


①一以員容九邊形起算。

法以半徑甲丁爲底。以半徑甲乙與所容十八邊形之一邊乙丁。爲兩腰。用三角形求中垂線法。求得中垂線乙己。倍之得乙丙。卽所容九邊形之一邊。

②一以員容十四邊形起算。

此須明按分作相連比例四率又法。如以十尺爲首率。作連比例四率。欲使首率四率相加。與兩個次率一個三率數等。問各率數。法以一率十尺自乘再乘得一千尺爲實。又以一率十尺自乘得一百尺。二因之得二百尺爲法。以除實得次率泛數五尺。因減實大於益實。故取略小之數四尺爲次率初位數。如圖甲乙首率也。庚子子辰皆次率也。辰乙三率也。庚甲四率也。庚乙爲一率四率之共數。亦爲二個次率一個三率之共數也。甲乙丙丁戊己。首率自乘再乘正立方體也。庚乙丙丁壬癸。兩個次率加一個三率。與首率面積相乘長立方體也。正立方體。比長立方體。少一庚甲酉戌壬癸扁方。乃首率自乘乘四率之



體積與次率自乘再乘之積等。又首率所成正方體。比兩個次率乘首率面積之甲辰丑午戊己之扁方體。多一辰乙丙丁午未扁方體。乃首率自乘乘三率之體積。與次率自乘。乘首率之積等。如首率二。三率八。末率十六。以首率二自乘得四。以乘三率。得三十二。與次率四自乘得十六。以乘首率二得三十二。等也。然則於首率自乘再乘之正方體。加入次率自乘再乘之數。而減去次率自乘乘首率之數。即如於甲乙丙丁戊己正方體。如庚甲酉戊壬癸扁方體。而減辰乙丙丁午未扁方體。成一庚辰丑午壬癸扁方體。而以首率自乘面積爲法除之。必得庚辰爲兩個次率共數。若二因其法以除之。必得子辰。爲一個次率之數矣。今不知加減。止二因其法。以除原積。則所得四尺。乃次率之泛數。而非定數可知。故用益積減積之法。以次率泛數四尺自乘再乘得六十四尺。以益原實一千尺。共一千零六十四尺。爲益實。復以次率四尺。自乘得十六尺。與首率十尺相乘。得一百六十尺。於益實內減之。餘九百零四尺。爲正實。按除法。以所得四尺。與法二百尺相因。得八百尺。本以法二百除一千。得五百尺。而止取四尺。是止分去八百尺也。與正實相減。餘一百零四尺。爲第二位實。以法之二百尺除之。得五寸。仍取略小之數爲四寸。合之首位所得四尺。共得四尺四寸。自乘再乘得八十五尺一百八十四寸。以益原實一千尺。得一千零八十五尺一百八十四寸。爲益實。復以所得四尺四寸。自乘得一十九尺三十六寸。以乘首率十尺。得一百九十三尺六百寸。於益實內減之。餘八百九十一尺五百八十四寸。爲正實。按除法。減首位所得四尺。與法相因之八百尺。又減次位所得四寸。與法二百尺相因之八十

尺。餘一十一尺五百八十四寸。爲第三位實。以法二百尺除之。得五分。合前兩位所得。共四尺四寸五分。自乘再乘。得八十八尺一二一二五。以益原實一千尺。得一千零八十八尺一二一二五。爲益實。復以所得四尺四寸五分。自乘得一十九尺八十寸零二五。以乘首率十尺。得一百九十八尺零二五。於益實內減之。餘八百九十尺零九六一二五。爲正實。按除法。減首位所得四尺與法相因之八百尺。又減次位所得四寸與法相因之八十尺。又減第三位所得五分與法二百尺相因之十尺。餘九十六寸一二五。爲第四位正實。以法二百尺除之。實不足法。知第四位爲空位。而第五位得四。合前四位所得。共四尺四寸五分零四毫。自乘再乘。得八十八尺一四四八九零一三六零六四。爲益實。復以所得四尺四寸五分零四毫。自乘得一千零八十八尺一四四八九零一三六零六四。爲益實。復以所得四尺四寸五分零四毫。自乘得一十九尺八十寸零六零六零一六。以乘首率十尺。得一百九十八尺零六零六零一六。於益實內減之。餘八百九十尺零零八四二八八五三六零六四。爲正實。按除法以五次所得之數。與法相因之數。遞減之。仍餘四寸二八八五三六零六四。不盡。所餘無多。可不再求。計共除得四尺四寸五分零四毫。爲次率定數也。以次率定數自乘。而以首率除之。卽得三率一尺九寸八分零六毫。以次率二因之。

