希腊与意大利

数学精英传

数学是美学的一个领域，能为许多醉心其中的人们提供对美感、愉悦和激动的体验。醉心其中的数学家也因而有了一颗美丽的心灵。

SHUXUE JINGYING

经典重读

唐明　等／主编

数学精英

远方出版社

经典重读·数学精英

希腊与意大利
数学精英传

唐明 等/主编

远方出版社

责任编辑：王顺义
封面设计：杨　静

经典重读·数学精英

希腊与意大利数学精英传

主　　编	唐明　等
出　　版	远方出版社
社　　址	呼和浩特市乌兰察布东路 666 号
邮　　编	010010
发　　行	新华书店
印　　刷	北京兴达印刷有限公司
版　　次	2005 年 1 月第 1 版
印　　次	2005 年 1 月第 1 次印刷
开　　本	850×1168　1/32
印　　张	760
字　　数	4980 千
印　　数	5000
标准书号	ISBN 7-80723-005-3/I·3
总 定 价	1680.00元
本册定价	20.00 元

序　言

有人说：数学是一种文化，同时也是一种标志人类文明程度的指标。数学不仅是一项单纯的工具，而且它本身就是极具魅力而又丰富多彩的。

生活在现在的人们应该已经感受到了数学给我们带来的种种惊喜，“数字化时代”也成为了一个妇孺皆知的新兴名词。数学大有为一种文化要素渗透到人们生活各个领域的汹涌势头。但这种意义上的数学，对于大多数人来说也许只是某种追随时代步伐的印证而已。而对于那些深入其中的人来说数学则具有了另外一种意义。

很多时候都是这样的，对于一件事物，由于深入的程度不同，就会有不同的心理体验。

一直以来都是数学的门外汉，眼中的数学是艰深而又枯燥的，毫无乐趣可言。可是自从去年看了那部火了半边天的《美丽心灵》后，竟然对数学和那些深入其中的人产生了极大的兴趣，很想知道这个令很多人都敬而远之的数学究竟是怎样的一种境界，那些深入其中的人对于数学又有着怎样不同的心理体验。

于是，抱着这样一个猎奇心理，翻开了《数学精英》这本书。书中汇集了若干数学精英的生平及其建树与见解。他们不仅是深入数学领域其中的人群，而且是获得了成功的为数不多的人群。他们对于数学的理解是深刻的，他们都拥有一颗数学的心灵。数学心灵究竟是怎样的心呢？

数学心灵是一个自由的心灵，可以抛却现实的束缚，去自由地探索，自由地创造。数学在一定程度上说是人类思维的自由创

造物，是人类意志的表达，反应极的意愿、深思熟虑的推理以及精美而完善的愿望。数学家发明了数学，数学为数学家们提供了一个自由发挥的舞台。著名数学家康托尔曾为数学作出了这样的说明：数学的本质在于它的自由。数学的自由本质又赋予了数学家们自由的心灵，数学家因数学而获得了自由的心灵。

数学家米尔诺在这本书中有这样一句话："对于数学研究，我最爱的东西是它的不受拘束的无政府状态！这里没有数学沙皇的饬令来告诉我们必须按什么方向工作，我们必须做什么。全世界成千上万的数学家们，每个人都沿着他或她自己的方向前进。"也许是这样的自由使得数学家们可以忘却外物的干扰，醉心于数学这个看似枯燥的领域而乐此不疲。

看罢此书，心中所藏的问题已经得到了答案。确实，数学为不同的人群展现出了不同的风采，对于数学家们而言，数学不仅是他们的事业，更是他们心的依托，数学赋予他们的不仅是外在的成功与荣誉，更多的是赋予了他们一颗自由美丽的数学心灵。

《数学精英》正好能从数学英才涌现的史实以及他们对数学诸领域的重要建树两个方面，展现数学发展的众多信息和特点。显然，这些信息及特点既可供数学史专家进行分析和总结，还可提供给数学教育界人士参考和研究，特别是对广大数学工作者将能带来启示和教益。

现今正处于21世纪的开始年代，我诚挚祝愿这部作品，将会为正在逐步走向数学强国的中国的年轻数学工作者们，带来宝贵的智慧和深刻的启示。

文　宇

2005.4.3于北京

目　录

综 述

古希腊的地理范围，除了现在的希腊半岛外，还包括整个爱琴海区域和北面的马其顿和色雷斯、意大利半岛和小亚细亚等地。公元前5、6世纪，特别是希、波战争以后，雅典取得希腊城邦的领导地位，经济生活高度繁荣，生产力显著提高，在这个基础上产生了光辉灿烂的希腊文化，对后世有深远的影响。

希腊数学的发展历史可以分为三个时期。第一期从伊奥尼亚学派到柏拉图学派为止，约为公元前七世纪中叶到公元前三世纪；第二期是亚历山大前期，从欧几里得起到公元前146年，希腊陷于罗马为止；第三期是亚历山大后期，是罗马人统治下的时期，结束于641年亚历山大被阿拉伯人占领。

从古代埃及、巴比伦的衰亡，到希腊文化的昌盛，这过渡时期留下来的数学史料很少。不过希腊数学的兴起和希腊商人通过旅行交往接触到古代东方的文化有密切关系。

伊奥尼亚位于小亚细亚西岸，它比希腊其他地区更容易吸收巴比伦、埃及等古国积累下来的经验和文化。在伊奥尼亚，氏族贵族政治为商人的统治所代替，商人具

有强烈的活动性，有利于思想自由而大胆地发展。城邦内部的斗争，帮助摆脱传统信念在希腊没有特殊的祭司阶层，也没有必须遵守的教条，因此有相当程度的思想自由。这大大有助于科学和哲学从宗教分离开来。

米利都是伊奥尼亚的最大城市，也是泰勒斯的故乡，泰勒斯是公认的希腊哲学鼻祖。早年是一个商人，曾游访巴比伦、埃及等地，很快就学会古代流传下来的知识，并加以发扬。以后创立伊奥尼亚哲学学派，摆脱宗教，从自然现象中去寻找真理，以水为万物的根源。

当时天文、数学和哲学是不可分的，泰勒斯同时也研究天文和数学。他曾预测一次日食，促使米太（在今黑海、里海之南）、吕底亚（今土耳其西部）两国停止战争，多数学者认为该次日食发生在公元前 585 年 5 月 28 日。他在埃及时曾利用日影及比例关系算出金字塔的高，使法老大为惊讶。

泰勒斯在数学方面的贡献是开始了命题的证明，它标志着人们对客观事物的认识从感性上升到理性，这在数学史上是一个不寻常的飞跃。伊奥尼亚学派的著名学者还有阿纳克西曼德和阿纳克西米尼等。他们对后来的毕达哥拉斯有很大的影响。

毕达哥拉斯公元前 580 年左右生于萨摩斯，为了摆脱暴政，移居意大利半岛南部的克罗顿。在那里组织一个政治、宗教、哲学、数学合一的秘密团体。后来在政治斗争中遭到破坏，毕达哥拉斯被杀害，但他的学派还继续存在两个世纪之久。

毕达哥拉斯学派企图用数来解释一切，不仅仅认为

万物都包含数，而且说万物都是数。他们以发现勾股定理（西方叫做毕达哥拉斯定理）闻名于世，又由此导致不可通约量的发现。

这个学派还有一个特点，就是将算术和几何紧密联系起来。他们找到用三个正整数表示直角三角形三边长的一种公式，又注意到从 1 起连续的奇数和必为平方数等等，这既是算术问题，又和几何有关，他们还发现五种正多面体。

伊奥尼亚学派和毕达哥拉斯学派有显著的不同。前者研习数学并不单纯为了哲学的兴趣，同时也为了实用。而后者却不注重实际应用，将数学和宗教联系起来，想通过数学去探索永恒的真理。

公元前五世纪，雅典成为人文荟萃的中心，人们崇尚公开的精神。在公开的讨论或辩论中，必须具有雄辩、修辞、哲学及数学等知识，于是"智人学派"应运而生。他们以教授文法、逻辑、数学、天文、修辞、雄辩等科目为业。

在数学上，他们提出"三大问题"：三等分任意角；倍立方，求作一立方体，使其体积是已知立方体的二倍；化圆为方，求作一正方形，使其面积等于一已知圆。这些问题的难处，是作图只许用直尺（没有刻度的尺）和圆规。

希腊人的兴趣并不在于图形的实际作出，而是在尺规的限制下从理论上去解决这些问题，这是几何学从实际应用向系统理论过渡所迈出的重要的一步。

这个学派的安提丰提出用"穷竭法"去解决化圆为方问题，这是近代极限理论的雏形。先作圆内接正方形，以后每次边数加倍，得 8、16、32、…边形。安提丰深信"最

后”的多边形与圆的“差”必会“穷竭”。这提供了求圆面积的近似方法，和中国的刘徽的割圆术思想不谋而合。

公元前三世纪，柏拉图在雅典建立学派，创办学园。他非常重视数学，但片面强调数学在训练智力方面的作用，而忽视其实用价值。他主张通过几何的学习培养逻辑思维能力，因为几何能给人以强烈的直观印象，将抽象的逻辑规律体现在具体的图形之中。

这个学派培养出不少数学家，如欧多克索斯就曾就学于柏拉图，他创立了比例论，是欧几里得的前驱。柏拉图的学生亚里士多德也是古代的大哲学家，是形式逻辑的奠基者。他的逻辑思想为日后将几何学整理在严密的逻辑体系之中开辟了道路。

这个时期的希腊数学中心还有以芝诺为代表的埃利亚学派，他提出四个悖论，给学术界以极大的震动。这四个悖论是：

二分说，一物从甲地到乙地，永远不能到达。因为想从甲到乙，首先要通过道路的一半，但要通过这一半，必须先通过一半的一半，这样分下去，永无止境。结论是此物的运动被道路的无限分割阻碍着，根本不能前进一步；阿基琉斯(善跑英雄)追龟说，阿基琉斯追乌龟，永远追不上。因为当他追到乌龟的出发点时，龟已向前爬行了一段，他再追完这一段，龟又向前爬了一小段。这样永远重复下去，总也追不上；飞箭静止说，每一瞬间箭总在一个确定的位置上，因此它是不动的；运动场问题，芝诺论证了时间和它的一半相等。

以德谟克利特为代表的原子论学派，认为线段、面积

和立体，是由许多不可再分的原子所构成。计算面积和体积，等于将这些原子集合起来。这种不甚严格的推理方法却是古代数学家发现新结果的重要线索。

公元前四世纪以后的希腊数学，逐渐脱离哲学和天文学，成为独立的学科。数学的历史于是进入一个新阶段——初等数学时期。

这个时期的特点是，数学（主要是几何学）已建立起自己的理论体系，从以实验和观察为依据的经验科学过渡到演绎的科学。由少数几个原始命题（公理）出发，通过逻辑推理得到一系列的定理。这是希腊数学的基本精神。

在这一时期里，初等几何、算术初等代数大体已成为独立的科目。和17世纪出现的解析几何学、微积分学相比，这一个时期的研究内容可以用“初等数学”来概括，因此叫做初等数学时期。

埃及的亚历山大城，是东西海陆交通的枢纽，又经过托勒密王的加意经营，逐渐成为新的希腊文化中心，希腊本土这时已经退居次要地位。几何学最初萌芽于埃及，以后移植于伊奥尼亚，其次繁盛于意大利和雅典，最后又回到发源地。经过这一番培植，已达到丰茂成林的境地。

从公元前四世纪到公元前146年古希腊灭亡，罗马成为地中海区域的统治者为止，希腊数学以亚历山大为中心，达到它的全盛时期。这里有巨大的图书馆和浓厚的学术空气，各地学者云集在此进行教学和研究。其中成就最大的是亚历山大前期三大数学家欧几里得、阿基米德和阿波罗尼奥斯。

欧几里得的《几何原本》是一部划时代的著作。其伟大

的历史意义在于它是用公理法建立起演绎体系的最早典范。过去所积累下来的数学知识，是零碎的、片断的，可以比作砖瓦木石；只有借助于逻辑方法，把这些知识组织起来，加以分类、比较，揭露彼此间的内在联系，整理在一个严密的系统之中，才能建成宏伟的大厦。《几何原本》体现了这种精神，它对整个数学的发展产生深远的影响。

阿基米德是物理学家兼数学家，他善于将抽象的理论和工程技术的具体应用结合起来，又在实践中洞察事物的本质，通过严格的论证，使经验事实上升为理论。他根据力学原理去探求解决面积和体积问题，已经包含积分学的初步思想。阿波罗尼奥斯的主要贡献是对圆锥曲线的深入研究。

除了三大数学家以外，埃拉托斯特尼的大地测量和以他为名的“素数筛子”也很出名。天文学家喜帕恰斯制作“弦表”，是三角学的先导。

公元前 146 年以后，在罗马统治下的亚历山大学者仍能继承前人的工作，不断有所发明。海伦（约公元 62）、门纳劳斯（约公元 100）、帕普斯等人都有重要贡献。天文学家托勒密将喜帕恰斯的工作加以整理发挥，奠定了三角学的基础。

晚期的希腊学者在算术和代数方面也颇有建树，代表人物有尼科马霍斯（约公元 100）和丢番图（约 250）前者是杰拉什（今约旦北部）地方的人。著有《算术入门》，后者的《算术》是讲数的理论的，而大部分内容可以归入代数的范围。它完全脱离了几何的形式，在希腊数学中独树一帜，对后世影响之大，仅次于《几何原本》。

数学精英

公元 325 年，罗马帝国的君士坦丁大帝开始利用宗教作为统治的工具，把一切学术都置于基督教神学的控制之下。

公元 529 年，东罗马帝国皇帝查士·丁尼下令关闭雅典的柏拉图学园以及其他学校，严禁传授数学。许多希腊学者逃到叙利亚和波斯等地。数学研究受到沉重的打击。641 年，亚历山大被阿拉伯人占领，图书馆再次被毁，希腊数学至此告一段落。

欧几里得

欧几里得(Euclid,拉丁文为 Euclides 或 Eucleides)公元前 300 年前后活跃于古希腊文化中心亚历山大。数学家。

欧几里得以其所著的《几何原本》(Elements,以下简称《原本》)闻名于世,他的名字在 20 世纪以前一直是几何学的同义词,而对于他的生平,现在知道的却很少。他生活的年代,是根据下列的记载来确定的。雅典柏拉图学园晚期的导师普罗克洛斯(Proclus,约公元 412—485 年)在 450 年左右给欧几里得《原本》卷 1 作注,写了一个《几何学发展概要》,常称为《普罗克洛斯概要》(Proclus's summary),简称《概要》,是研究希腊几何学史的两大重要原始参考资料之一。另一种资料是帕波斯(Pappus)的《数学汇编》(Mathematical collection),下面简称《汇编》。《概要》中指出,欧几里得是托勒密一世(Ptolemy Soter,约公元前 367—前 282 年,前 323—前 285 年在位,托勒密王朝的建立者)时代的人,早年求学于雅典,深知柏拉图的学说。他著《原本》时引用许多柏拉图学派人物如欧多克索斯(Eudoxus)、泰特托斯(Theaetetus,约公元前 417—前 369 年)的成果,可能他也是这个学派的成

员。《概要》又说阿基米德(Archimedes)的书引用过《原本》的命题,可见他早于阿基米德。也早于埃拉托塞尼(Eratosthenes)。

通过亚里士多德(Aristotle)的著作,也可以核对欧几里得的年代。《原本》中建立公设、公理,显然受到亚里士多德逻辑思想的影响。亚里士多德在《分析前篇》(Prior analytics)中给出"等腰三角形两底角相等"的"证明",和《原本》卷Ⅰ命题5完全不同,也没有提到欧几里得。可见《原本》的证明是欧几里得后来完成的,他的活动年代应在亚里士多德之后。

另一方面,欧几里得的天文著作《观测天文学》(Phaenomena)曾引用奥托利科斯(Autolycus of Pitane,约公元前300年)《运行的天体》(On moving sphere)的命题。而奥托利科斯是阿塞西劳斯(Arcesilaus,约公元前315—前241年,曾是柏拉图学园的导师)的老师。

此外,帕波斯在《汇编》(卷7)中提到阿波罗尼奥斯(Apollo-nius)长期住在亚历山大,和欧几里得的学生在一起。这说明欧几里得在亚历山大教过学。

综上所述,欧几里得活跃时期应该是公元前300—前295年前后。

《概要》还记述了这样一则轶事:托勒密王问欧几里得,除了他的《原本》之外,有没有其他学习几何的捷径。欧几里得回答道:

"几何无王者之道"(μ η ε i ι ν α ι β α б ι λ ι κ η ν α ι ρ α π ο ν ε π γ ι ε ω μ ε _ τ ρ ι α ν)意思是在几何学里,没有专门为国王铺设的大路(见[6],p. 155)

这句话后来推广为“求知无坦途”，成为传诵千古的箴言。斯托比亚斯(Stobaeus，约公元 500 年)的记载略有差异，他认为是门奈赫莫斯(Menaechmus)对亚历山大王说的话：“在国家里有老百姓走的小路，也有为国王铺设的大道，但在几何里，道路只有一条！”现多数学者取前说。理由是在门奈赫莫斯的时代，几何学尚未形成严整的独立学科。

斯托比亚斯还记载另一则故事，说一个学生才开始学习第一个命题，就问学了几何学之后将得到些什么。欧几里得说：“给他三个钱币，因为他想在学习中获取实利”。由此可知欧几里得主张学习必须循序渐进、刻苦钻研，不赞成投机取巧的作风，也反对狭隘实用观点。帕波斯特别赞赏欧几里得的谦逊，他从不掠人之美，也没有声称过哪些是自己的独创。而阿波罗尼奥斯则不然，他过分突出自己，明明是欧几里得研究过的工作，他在《圆锥曲线论》中也没有提到欧几里得。

除《原本》之外，欧几里得还有不少著作，可惜大都失传。几何著作保存下来的有《已知数》(The data)、《图形的分割》(Ondivisions of figures)，此外还有光学、天文学和力学等，多已散失。

《原本》产生的历史背景

欧几里得《原本》是一部划时代的著作。其伟大的历史

意义在于它是用公理方法建立起演绎体系的最早典范。过去所积累下来的数学知识，是零碎的、片断的，可以比作木石、砖瓦。只有借助于逻辑方法，把这些知识组织起来，加以分类、比较，揭露彼此间的内在联系，整理在一个严密的系统之中，才能建成巍峨的大厦。《原本》完成了这一艰巨的任务，对整个数学的发展产生了深远的影响。

《原本》的出现不是偶然的，在它之前，已有许多希腊学者做了大量的前驱工作。从泰勒斯算起，已有 300 多年的历史（见[11]）。泰勒斯是希腊第一个哲学学派——伊奥尼亚学派的创建者。他力图摆脱宗教，从自然现象中去寻找真理，对一切科学问题不仅回答“怎么样”？还要回答“为什么这样”？他对数学的最大贡献是开始了命题的证明，为建立几何的演绎体系迈出了可贵的第一步。

接着是毕达哥拉斯学派，用数来解释一切，将数学从具体的事物中抽象出来，建立自己的理论体系。他们发现了勾股定理，不可通约量，并知道五种正多面体的存在，这些后来都成为《原本》的重要内容。这个学派的另一特点是将算术和几何紧密联系起来，为《原本》算术的几何化提供了线索。

希波战争以后，雅典成为人文荟萃的中心。雅典的智人（sophist）学派提出几何作图的三大问题：(1)三等分任意角；(2)倍立方——求作一立方体，使其体积等于已知立方体的两倍；(3)化圆为方——求作一正方形，使其面积等于一已知圆。问题的难处，是作图只许用直尺（没有刻度，只能划直线的尺）和圆规。希腊人的兴趣并不在于图形的实际作出，而是在尺规的限制下从理论上去解