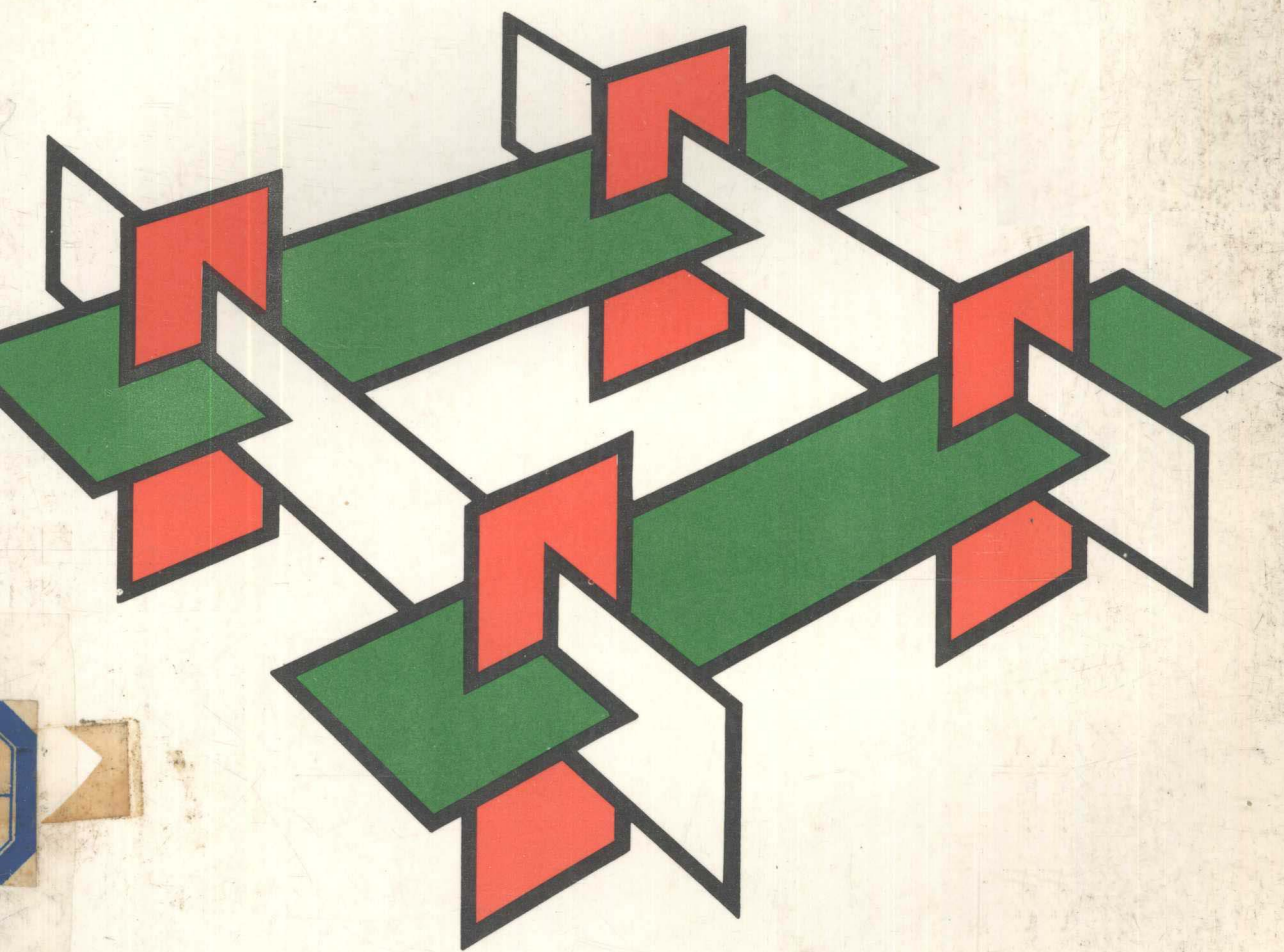


63

# 現代數學習題集



1-

# 現代數學 習題集

現代數學習題集

定價：100 元

---

發行人：曾 蘭 英  
發行所：凡 異 出 版 社  
登 記：局版台業字1596號  
總經銷：學英文化事業有限公司  
經 銷：六 藝 圖 書 中 心  
地 址：新竹市光復路980號  
電 話：035-716753  
郵 撥：0114221-5

---

中華民國75年10月 一版

# 目 錄

|                  |    |
|------------------|----|
| 第 一 章 集 .....    | 1  |
| 第 二 章 邏輯 .....   | 8  |
| 第 三 章 數的擴展 ..... | 22 |
| 第 四 章 矩陣 .....   | 29 |
| 第 五 章 矢量 .....   | 37 |
| 第 六 章 網絡 .....   | 40 |
| 第 七 章 關係 .....   | 44 |
| 第 八 章 幾何變換 ..... | 65 |
| 第 九 章 數學結構 ..... | 72 |
| 第 十 章 綫性規劃 ..... | 83 |
| 第十一章 機率 .....    | 91 |

# 1 集

1.1 若  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{b, e, f\}$ , 在下列虛線上填上  $\in$  或  $\notin$ 。

$a \dots A$ ,  $a \dots B$ ,  $b \dots A$ ,  $b \dots B$ ,  $c \dots B$   
 $d \dots A$ ,  $d \dots B$ ,  $e \dots A$ ,  $f \dots B$ ,  $f \dots A$

1.2 若  $Z$  為全體整數集, 試在虛線上填上  $\in$  或  $\notin$ 。

$4 \dots Z$ ,  $2.5 \dots Z$ ,  $-196 \dots Z$ ,  $\pi \dots Z$ ,  $\pm\sqrt{169} \dots Z$

1.3 以下列的元最少包含一元, 可作出多少個不同的集?

$x, y, z, w$

1.4 找出下列相同的集。

$\{a, a\}$ ,  $\{2a\}$ ,  $\{a^2\}$ ,  $\{a^2, a^2\}$ ,  $\{a, b\}$ ,  $\{b, a\}$   
 $\{a, b, a, b\}$ ,  $\{2a^2\}$ ,  $\{2a, 2b\}$ ,  $\{a\}$ ,  $\{a, a, a\}$

1.5 寫出構成 inconsistent 一字的字母集。

1.6 用表列式寫出下列各集。

$A = \{x \mid (x-1)(x-4) = 0\}$

$B = \{x \mid x(x-3) = 0\}$

$C = \{x \mid x \text{ 為不大於 } 10 \text{ 的質數}\}$

1.7 以構造式寫出下列各集。

$E = \{1, 2\}$ ,  $F = \{1, 4, 9, 16\}$

$G = \{2, 8, 26, 80, 242\}$

$H = \{2, 6, 12, 20, 30, 42\}$

1.8 區分下列各集為有限集與無限集。

P 集含有全世界的動物在內。

Q 集只含有 19781979 的倍數。

R 集只含有與  $\frac{27}{36}$  相等的分數。

S 集含有全世界的氫原子在內。

1.9 若  $A = \{a, b, c, d\}$ ，作出所有 A 的子集。又找出含有 a 元的子集有多少？

1.10 若  $B = \{\{s\}, \{t, r\}, \{m, n\}\}$ ，作出所有含有二元的 B 的子集。

1.11 寫出  $C = \{p, q, r\}$  的勢集。

1.12 作出溫氏圖代表集  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $B = \{3, 4, 6, 7\}$  及

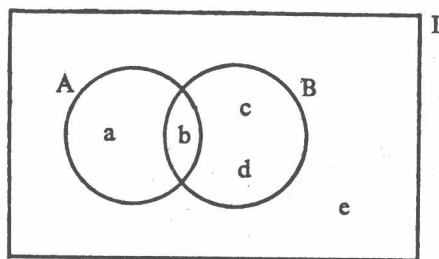
$C = \{4, 5, 7, 8, 9\}$ ，並由圖寫出下列各集的元。

$A \cup B$ ， $A \cap B$ ， $A \cap B \cap C$ ， $(A \cap B) \cup C$

1.13 右圖 I 為字集，寫出集  $A' \cap B'$ ， $A' \cap B$ ，

$(A \cup B)'$ ， $(A \cap B)'$  及  $A' \cup B'$ 。

這些集中有何者相同？



1.14 若字集  $I = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ， $H = \{2, 3, 4, 5\}$ ，

$K = \{3, 4, 6, 7\}$ ， $G = \{4, 5, 6, 8, 9\}$

a) 求  $H \cap G$ ， $H \cup K$ ， $(H \cap K) \cup G$ ， $(H \cup G) \cap (K \cup G)$ ，及指出何者相同。

b) 求  $H'$ ， $K'$ ， $(H \cup G)'$

c) 求  $H \setminus K$ ， $K \setminus G$ ， $H \cap K'$ ， $K \cap G'$ ，及指出何者相同。

1.15 若字集  $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ， $A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ，

$B = \{4, 6, 8\}$ ， $C = \{2, 3, 4\}$ ，求

a)  $A \setminus B$ ， $B \setminus A$

b)  $A \setminus C$ ， $(A \cap B) \cup B'$ ， $A' \setminus B$

1.16 已知集  $A = \{1, 2, 3\}$ ， $B = \{2, 3, 4\}$ ，C 為一未知集。

若  $A \setminus C = A \cap B$ ，且  $C \setminus A = \emptyset$ ，求集 C。

1.17 已知集  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ， $B = \{2, 3, 5, 6\}$ ，C 為一未知集。

若  $A \setminus C = \{1\}$ ， $B \setminus C = \{6\}$ ，且  $C \setminus (A \cup B) = \emptyset$ ，求集 C。

1.18 化簡  $[A \cup (A \cap B)] \cup A'$

1.19 化簡  $[(A \cap B) \cap A'] \cup [(A \cap B) \cap B']$

1.20 化簡  $A \cap [(A \cap B) \cup (A \cap B')]$

1.21 證明  $[(A \cup C)' \cup (B \cap C')]' = C \cup (A \cap B')$

1.22 證明  $A \cup [B \cup (A' \cap B')] = I$

1.23 證明  $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = A \triangle B$

1.24 證明  $[(A \cup B) \cap C] \cup (A \cap C) \subset (A \cup B) \cup (B \cap C)$

1.25 集  $E = \{a, b, c, d, e, f\}$ ,  $F = \{b, c, g, h, l\}$

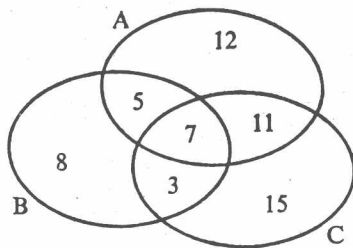
$G = \{b, d, f, l, k\}$ , 求  $n(E \cup F \cup G)$ 。

並以基數檢驗

$$\begin{aligned} n(E \cup F \cup G) &= n(E) + n(F) + n(G) - n(E \cap F) - n(F \cap G) \\ &\quad - n(G \cap E) + n(E \cap F \cap G) \end{aligned}$$

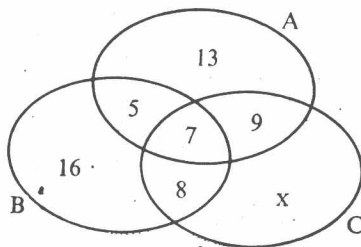
1.26 若下列溫氏圖中的數字各代表集中每一部份的元數。求基數  $n(A)$ ,  $n(B)$ ,  $n(C)$ ,  $n(A \cap B)$ ,  $n(B \cap C)$ ,  $n(C \cap A)$ ,  $n(A \cap B \cap C)$ ,  $n(A \cup B \cup C)$ , 並檢驗關係:

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) \\ &\quad + n(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$



1.27  $X, Y$  為二集, 且  $n(X \cap Y) = 7$ ,  $n(X \setminus Y) = 13$ 。若  $Y$  集所含之元數剛為  $X$  集之二倍。求  $X \cup Y$  之基數。

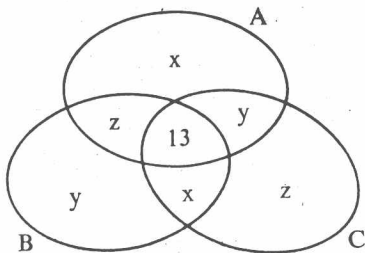
1.28 若下列溫氏圖中的數字各代表集中每一部份的元數, 且知  $n(A \cup B \cup C) = 83$ , 求  $C$  中的  $X$  值。



- 1.29 若下列溫氏圖中的  $x, y, z$  及數字均代表集中每一部份的元數，且知

$$\begin{aligned} n(A \cap B \cap C) &= x + y + z \\ &= 7z - 3y \end{aligned}$$

求  $n(A \cup B \cup C)$ 。



- 1.30 某校中六班共有 35 人。其中 32 人持有中文中學畢業證書，7 人持有英文中學畢業證書。問有多少人同時持有中文及英文中學畢業證書？
- 1.31 某班會組織甲，乙，丙三種活動。參加甲活動的有 24 人，乙活動的有 20 人，丙活動的有 26 人。若有 7 人同時參加甲，乙二種活動，9 人同時參加甲，丙活動，11 人同時參加乙，丙活動，2 人同時參加甲，乙，丙三種活動，問該班會參加活動的共有多少人？
- 1.32 歐洲某區域居民能說法語的佔 64%，能說德語的佔 37%，能說英語的佔 24%。若能說法、德、英語中任二種語言者佔 27%，求有多少人能說此三種語言。

## 習題解答一

- 1.1  $a \in A, a \notin B, b \in A, b \in B, c \notin B, d \in A, d \notin B, e \notin A, f \in B, f \notin A$
- 1.2  $4 \in \mathbb{Z}, 2.5 \notin \mathbb{Z}, -196 \in \mathbb{Z}, \pi \notin \mathbb{Z}, \pm\sqrt{169} \in \mathbb{Z}$
- 1.3 15
- 1.4  $\{a\} = \{a, a\} = \{a, a, a\}; \{a^2\} = \{a^2, a^2\}; \{a, b\} = \{b, a\} = \{a, b, a, b\}$
- 1.5  $\{i, n, c, o, s, t, e\}$
- 1.6  $A = \{1, 4\}, B = \{0, 3\}, C = \{2, 3, 5, 7\}$
- 1.7  $E = \{x \mid (x-1)(x-2) = 0\}$   
 $F = \{x \mid x = n^2, 1 \leq n \leq 4, n \in \mathbb{N}\}$   
 $G = \{x \mid x = 3^n - 1, 1 \leq n \leq 5, n \in \mathbb{N}\}$   
 $H = \{x \mid x = n(n+1), 1 \leq n \leq 6, n \in \mathbb{N}\}$

(注意本題答案可能尚其他的表示方法。)

- 1.8 P, S 為有限集，Q, R 為無限集。

1 • 9  $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{a,d\}, \{b,c\}, \{b,d\}, \{c,d\}, \{b,c,d\}, \{a,c,d\}, \{a,b,d\}, \{a,b,c\}, \{a,b,c,d\}$ 。含有  $a$  元的子集共 8 個。

1 • 10  $\{\{s\}, \{t,r\}\}, \{\{s\}, \{m,n\}\}, \{\{t,r\}, \{m,n\}\}$

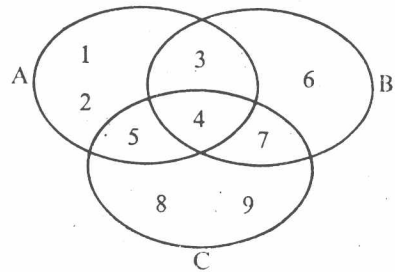
1 • 11  $P(C) = \{\emptyset, \{p\}, \{q\}, \{r\}, \{p,q\}, \{p,r\}, \{q,r\}, \{p,q,r\}\}$

1 • 12  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$$A \cap B = \{3, 4\}$$

$$A \cap B \cap C = \{4\}$$

$$(A \cap B) \cup C = \{3, 4, 5, 7, 8, 9\}$$



1 • 13  $A' = \{c, d, e\}, B' = \{a, e\}, A' \cap B' = (A \cup B)' = \{e\},$

$$(A \cap B)' = A' \cup B' = \{a, c, d, e\}$$

1 • 14 a)  $H \cap G = \{4, 5\}, H \cup K = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$$(H \cap K) \cup G = (H \cup G) \cap (K \cup G) = \{3, 4, 5, 6, 8, 9\}$$

b)  $H' = \{0, 1, 6, 7, 8, 9\}, K' = \{0, 1, 2, 5, 8, 9\}$

$$(H \cup G)' = \{0, 1, 7\}$$

c)  $H \setminus K = H \cap K' = \{2, 5\}$

$$K \setminus G = K \cap G' = \{3, 7\}$$

1 • 15 a)  $A \setminus B = \{3, 5, 7\}, B \setminus A = \emptyset$

b)  $A \setminus C = \{5, 6, 7, 8\}, (A \cap B) \cup B' = I, A' \setminus B = \{1, 2\}$

1 • 16  $\{1\}$

1 • 17 由於  $C \setminus (A \cup B) = \emptyset$ ,  $C$  之可能元是 1, 2, 3, 4, 5, 6。又  $A \setminus C = \{1\}$  可知  $1 \notin C$ , 2, 3, 4 必為  $C$  之元, 而  $B \setminus C = \{6\}$  可知  $6 \notin C$ , 及 2, 3, 5 均在  $C$ 。

$$\therefore C = \{2, 3, 4, 5\}$$

1 • 18 原式  $= [(A \cap B) \cup A] \cup A'$

$$= (A \cap B) \cup (A \cup A')$$

$$= (A \cap B) \cup I$$

$$= I$$

可易律

結合律

餘補律

同一律

1 • 19 原式  $= [A' \cap (A \cap B)] \cup [(A \cap B) \cap B']$

$$= [(A' \cap A) \cap B] \cup [A \cap (B \cap B')]$$

$$= [\emptyset \cap B] \cup [A \cap \emptyset]$$

$$= \emptyset \cup \emptyset$$

$$= \emptyset$$

可易律

結合律

餘補律

同一律

同一律

$$1 \cdot 20 \quad \text{原式} = A \cap [A \cap (B \cup B')]$$

$$= A \cap [A \cap I]$$

$$= A \cap A$$

$$= A$$

分配律

餘補律

同一律

冪等律

$$1 \cdot 21 \quad \text{左式} = (A \cup C) \cap (B \cap C)'$$

$$= (A \cup C) \cap (B' \cup C)$$

$$= (A \cap B') \cup C$$

$$= C \cup (A \cap B')$$

狄摩根律

狄摩根律

分配律

可易律

$$1 \cdot 22 \quad \text{左式} = (A \cup B) \cup (A' \cap B')$$

$$= (A \cup B) \cup (A \cup B)'$$

$$= I$$

結合律

狄摩根律

餘補律

$$1 \cdot 23 \quad \text{左式} = (A \cup B) \cap (A \cap B)'$$

$$= (A \cup B) \cap (A' \cup B')$$

$$= [(A \cup B) \cap A'] \cup [(A \cup B) \cap B']$$

$$= [(A \cap A') \cup (B \cap A')] \cup [(A \cap B') \cup (B \cap B')]$$

$$= [\emptyset \cup (B \cap A')] \cup [(A \cap B') \cup \emptyset]$$

$$= (B \cap A') \cup (A \cap B')$$

$$= (B \setminus A) \cup (A \setminus B)$$

$$= A \triangle B$$

差集定義

狄摩根律

分配律

分配律

餘補律

同一律

差集定義

$$1 \cdot 24 \quad \text{左式} = (A \cap C) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C)$$

$$= (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

$$\subset A \cup (B \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) \subset (A \cup B) \cup (B \cap C)$$

$$\therefore \text{左式} \subset (A \cup B) \cup (B \cap C)$$

分配律

冪等律

交集包含性

和集包含性

傳遞律

$$1 \cdot 25 \quad n(E \cup F \cup G) = 10, \quad n(E) = 6, \quad n(F) = 5, \quad n(G) = 5,$$

$$n(E \cap F) = 2, \quad n(F \cap G) = 2, \quad n(G \cap E) = 3, \quad n(E \cap F \cap G) = 1$$

$$\therefore 6 + 5 + 5 - 2 - 2 - 3 + 1 = 10$$

$$1 \cdot 26 \quad \text{由圖得 } n(A \cup B \cup C) = 12 + 5 + 7 + 11 + 8 + 3 + 15 = 61$$

$$n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

$$= 35 + 23 + 36 - 12 - 10 - 18 + 7 = 61$$

$$1 \cdot 27 \quad n(X) = n(X \cap Y) + n(X \setminus Y) = 13 + 7 = 20$$

$$\therefore n(Y) = 40$$

$$n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cap Y)$$

$$= 20 + 40 - 7$$

$$= 53$$

$$1 \cdot 28 \quad n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) \\ + n(A \cap B \cap C)$$

$$\therefore 83 = 34 + 36 + (24 + x) - 12 - 15 - 16 + 7$$

$$\therefore x = 25$$

$$1 \cdot 29 \quad x + y = y + 2z = 7z - 3y = 13$$

$$\text{得 } x = 8, \quad y = 5, \quad z = 4$$

$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 13 + 2(x + y + z) = 47$$

$$1 \cdot 30 \quad n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$= 32 + 7 - 35 = 4$$

$$1 \cdot 31 \quad n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) \\ + n(A \cap B \cap C)$$

$$= 24 + 20 + 26 - 7 - 9 - 11 + 2 = 45$$

$$1 \cdot 32 \quad n(F \cap G \cap E) = n(F \cup G \cup E) - n(F) - n(G) - n(E) \\ + [n(F \cap G) + n(G \cap E) + n(F \cap E)]$$

$$= 100 - 64 - 37 - 24 + 27$$

$$= 2(\%)$$

## 2 邏輯

2 • 1 指出下列句子何者是命題。

a) 太陽是一顆恒星。

b)  $3 + 2 \times 7 - 5 \div 6$

c)  $1 + 2 = 4$

d) 不是真時便是假。

e) 姪兒或會比叔父年老。

f) 樹葉應該是綠色的。

g) 一隻蝗蟲每次產下約四百顆卵。

h) 數學算不算是遊戲？

i) 星際航行是有可能的。

j) 質數是有限的。

2 • 2 寫出上題各命題的真值。

2 • 3 把下列單命題構成一複命題。

他不是不喜歡音樂。

他沒有錢購買唱片。

他要用功應付考試。

2 • 4 用“或”或“及”分別連結下面的命題。

春天已來了。

園裏的花初開放。

枝上抽出了嫩芽。

2 • 5 以單命題寫出下面的複命題。

- a) 下過雨後，泥土都很鬆軟，蚯蚓都從地下探頭出來。
- b) 重陽節那天是公眾假期，陳老師帶着一籃食物和學生登高去了。
- c) 牛二便去州橋下季椒舖裏討了二十文當三錢，一垛兒將來放在州橋欄杆上。

2 • 6 從句子的意義，判別下列各句中的“或”，是屬於概括性的還是屬於互斥性的析取。

- a) 我們還不知道“雞生蛋”或是“蛋生雞”的說法，何者是正確。
- b) 在飲喜酒中，最後便是吃麵或飯。
- c) 他是在飛機失事或是汽車撞毀中死去的。
- d) 有跳舞或唱歌才能的都可申請。

2 • 7 寫出下列命題的否定。

- a) 此河由西流向東。
- b) 巴黎是法國的首都。
- c) 黃河發源於星宿海。
- d)  $5 + 3 = 8$
- e) 有些四邊形是平行四邊形。
- f) 他並非當演員兼編導。
- g) 宇宙中有許多不能解釋的黑洞。

2 • 8 以  $p$ ,  $q$  分別代表命題如下：

- $p$ : 以色列是猶太人的國家。
- $q$ : 大部份的猶太人並不是居住在以色列。

用文字寫出下列複命題：

- a)  $p \wedge q$
- b)  $p \wedge \sim q$
- c)  $\sim p \wedge q$
- d)  $\sim(p \wedge q)$
- e)  $\sim p \vee \sim q$

2 • 9 若  $p$ : 很久以前，南美洲和非洲是相連的。

$q$ : 印度原非亞洲的一部份。

$r$ : 喜馬拉雅山是片深海。

寫出以下列符號組合的複命題。

- a)  $p \wedge q \wedge r$
- b)  $\sim p \vee q \wedge r$
- c)  $\sim(\sim p \wedge \sim q \wedge r)$

2 • 10 試以邏輯符號組合表出下列各命題。

- a) 在繁忙的城市中心地帶，車輛行駛受阻，行人遭受不便。
- b) 在繁忙的城市中心地帶，車輛行駛雖無阻，但行人却遭受不便。
- c) 在繁忙的城市中心地帶，車輛行駛受阻，但行人並無不便。
- d) 在繁忙的城市中心地帶，若使車輛行駛暢通，則行人便遭受不便。
- e) 說在繁忙的城市中心地帶，車輛行駛不受阻，行人便遭受不便是不對的。

2 • 11 以邏輯符號組合表示下列各命題。

- a) 讀數學是不容易的事，不過它很有趣而且又很實用。
- b) 讀數學是容易的，而且它又很實用，不過它是沒有趣味的。
- c) 說讀數學是不容易而且又沒有趣味是不對的，不過它確是很實用。
- d) 讀數學既是件不容易的事，也是件容易的事，不過它確是很實用。
- e) 讀數學是很有趣或是很沒趣的，不過它同時是很實用而又不容易讀的。

2 • 12 用邏輯符號寫出下列蘊涵。

- a) 若是梅花開放，則春天也快來臨。
- b) 你若是在水塘中洗滌衣物，則你是污染了食水。污染食水便是犯法的行爲。
- c) 聰明或是勤奮都能獲得成功。
- d) 若他肚子餓了，他便去飯館吃東西。若他去飯館吃東西，他便帶上錢袋。

2 • 13 在下列句語間使用蘊涵符號。

- a) 有兩等角的三角形，便是一個等腰三角形。
- b) 最少有兩角相等的三角形，才可能是一個等邊三角形。
- c) 矩形是可作為平行四邊形的充分條件。
- d) 用十年的時光來研究解決這一問題是充分的，但却不是必需的。
- e) 長期耐心的觀察，或是憑資料推算，或是靠偶然幸運，就是發現新星的必需條件。

2 • 14 寫出下列各命題的真值。

- a)  $3 + 4 = 7$  或  $2 + 3 = 4$
- b) 無論在任何氣壓下，水都在  $100^{\circ}\text{C}$  時沸騰。
- c)  $a + b = 5$  及  $2a + 2b = 14$
- d) 月亮裏是有丹桂的或是有石塊。

2 • 15 作出下列各命題的真值表。

- a)  $p \vee \sim q$
- b)  $\sim p \wedge q$
- c)  $p \rightarrow (\sim p \vee q)$
- d)  $\sim (p \wedge q) \rightarrow p$

2 • 16 作出下列各命題的真值表。

- a)  $(p \vee q) \rightarrow r$

$$b) (p \rightarrow q) \rightarrow \sim r$$

$$c) (\sim p \vee \sim q) \rightarrow (p \vee r)$$

$$d) \sim(p \rightarrow q) \rightarrow (r \vee \sim q)$$

2 • 17 試用真值表驗證下列等價關係。

$$a) \sim(\sim p \rightarrow q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

$$b) p \rightarrow (q \wedge \sim r) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \sim r)$$

2 • 18 化簡 a)  $\sim(p \wedge \sim q \wedge p) \vee (\sim p \vee q)$

$$b) \sim(\sim p) \rightarrow (p \vee q)$$

2 • 19 用真值表證明下列為恒真命題。

$$a) p \wedge (q \vee \sim r) \rightarrow (p \vee r)$$

$$b) (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim r) \rightarrow (r \rightarrow \sim p)$$

2 • 20 用真值表證明下列為恒偽命題。

$$a) (\sim p \vee q) \wedge (p \wedge \sim q)$$

$$b) (p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$$

2 • 21 寫出下列各命題的逆命題，反命題及逆反命題。

a) 若室內氣溫高於  $20^{\circ}\text{C}$ ，則空氣調節器便自動開動。

b) 颱風闖進警戒範圍內，氣象台便懸掛颱風訊號。

2 • 22 試在下列邏輯運算中，寫出每步運算的理由。

理 由

$$a) p \vee (q \wedge \sim p) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee \sim p)$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge T$$

$$\equiv p \vee q$$

$$b) \sim(p \wedge q) \vee p \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee p$$

$$\equiv p \vee (\sim p \vee \sim q)$$

$$\equiv (p \vee \sim p) \vee \sim q$$

$$\equiv T \vee \sim q$$

$$\equiv T$$

$$c) (p \wedge \sim q) \vee [\sim(p \vee q)] \equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

$$\equiv (p \vee \sim p) \wedge (\sim q)$$

$$\equiv T \wedge (\sim q)$$

$$\equiv \sim q$$

$$d) (p \rightarrow q) \vee (q \vee p) \equiv (\sim p \vee q) \vee (q \vee p)$$

$$\equiv \sim p \vee (q \vee q) \vee p$$

$$\equiv \sim p \vee q \vee p$$

$$\equiv p \vee \sim p \vee q$$

$$\equiv (p \vee \sim p) \vee q$$

$$\equiv T \vee q$$

$$\equiv q$$

$$e) S \wedge \sim[p \rightarrow (\sim q \vee p)] \equiv S \wedge \sim[\sim p \vee (\sim q \vee p)]$$

$$\equiv S \wedge \sim[\sim p \vee (p \vee \sim q)]$$

$$\equiv S \wedge \sim[(\sim p \vee p) \vee \sim q]$$

$$\equiv S \wedge \sim[T \vee \sim q]$$

$$\equiv S \wedge \sim T$$

$$\equiv S \wedge F$$

$$\equiv F$$

2 • 23 試證下列邏輯等價。

$$a) [p \vee (\sim p \wedge q)] \equiv p \vee q$$

$$b) (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$c) \sim p \wedge [(p \rightarrow q) \rightarrow \sim q] \equiv \sim(p \vee q)$$

$$d) (p \rightarrow q) \wedge [(q \vee \sim p) \rightarrow p] \equiv p \wedge \sim(p \wedge \sim q)$$

$$e) \sim[p \wedge (q \vee p)] \vee \sim q \equiv (\sim q \vee \sim p) \vee (\sim q \wedge \sim p)$$

2 • 24 化簡 a)  $(p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \wedge q)$

$$b) [p \vee (q \rightarrow \sim p)] \wedge [(p \vee \sim q) \rightarrow p]$$

$$c) [(p \wedge \sim q) \vee \sim(p \vee q)] \vee q$$

$$d) [p \wedge (p \rightarrow \sim q)] \wedge [(q \rightarrow \sim p) \vee (\sim q \vee \sim p)]$$

2 • 25 確定下列論據是否有效。

a) 前題 i)  $p \rightarrow q$

ii)  $\sim q \vee r$

iii)  $p$  為真

結論  $r$  為真

b) 前題 i)  $p \rightarrow (q \wedge r)$

ii)  $\sim r$  為真

結論  $\sim p$  為真

c) 前題 i)  $p \rightarrow \sim r$

ii)  $r$  為真

iii)  $\sim q \rightarrow p$

結論  $q$  為真

d) 前題 i)  $(a \vee \sim b) \rightarrow c$

ii)  $b \rightarrow d$

iii)  $\sim c$

結論  $d$  為真

e) 前題 i)  $a$  為真  
 ii)  $\sim b \rightarrow \sim a$   
 iii)  $(\sim c \vee d) \rightarrow \sim b$   
 iv)  $\sim d \rightarrow a \wedge e$   
 結論  $\sim e$  為真

f) 前題 i)  $r \rightarrow \sim s$   
 ii)  $s \vee (s \wedge t)$   
 結論  $(\sim r \wedge u) \vee (\sim r \wedge \sim u)$

2 • 26 確定下列論據是否有效。

黃媽上市場必帶着一個大籃子。帶了雨傘的人都不會帶個大籃子的。在下雨天上市場的人都穿着雨衣或拿着雨傘。黃媽是不穿雨衣的，所以黃媽絕不會在下雨的時候上市場。

2 • 27 確定下列論據是否有效。

李先生上班在天晴時是乘坐公共汽車的，在下雨時他便乘坐計程車或自駕汽車。乘坐公共汽車的人都不會穿白鞋。李先生不會在下雨時穿白鞋。所以當李先生穿上白鞋時，他便是自駕汽車上班了。

## 習題解答二

2 • 1 a), c), d), g), j) 是命題。

2 • 2 a) T, c) F, d) T, g) T, j) F

2 • 3 他不是不喜歡音樂，只是沒有錢購買唱片，和要用功應付考試。

2 • 4 春天已來了，或是園裏的花初開放，或是枝上抽出了嫩芽。

春天已來了，及園裏的花初開放，及枝上也抽出了嫩芽。

2 • 5 a) 雨下過後。

泥土都很鬆軟。

蚯蚓都從地下探頭出來。

b) 重陽節那天是公眾假期。

陳老師帶着一籃食物。

陳老師和學生登高去了。

c) 牛二便去州橋下季椒舖裏。

牛二討了二十文當三錢。

牛二一垛兒將二十文當三錢放在州橋欄杆上。