

数理精蘊



数理精蘊

御製數理精蘊下編卷十四

面部四

三角形

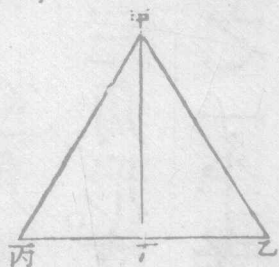
三角形

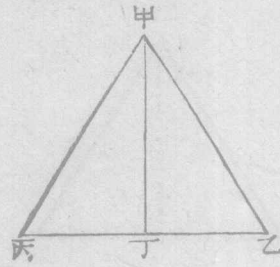
凡三角形。立於圓界之一半者爲直角。卽勾股。過圓界之一半者爲銳角。不及圓界之一半者爲鈍角。然不拘銳角鈍角。自一角至底邊作垂線。卽分爲兩直角。是仍不離乎勾股也。兩腰等者。垂線卽當底之一半。而兩腰不等者。所分底界。則有大小不同。故和較相比之法。因之而生。蓋和求較。較求和。要必歸於勾股相求之理。由勾股而得垂線。則凡面積及內容方圓等形。皆無不可得。至於三角形角度相求之法。乃

割圓八線實所以極三角之用。卽如周髀所謂仰矩知高。俯矩知深是也。故另爲一卷。茲但取三角形之面線相求諸法。悉具圖解。以次勾股。使與勾股相表裏焉。

設如有等邊三角形。每邊十尺。求中垂線幾何。

法以底邊十尺折半得五尺爲勾。任以兩腰之一邊十尺爲弦。勾弦求股。得八尺六寸六分零二豪有餘。卽爲中垂線也。如圖甲乙丙三角形。其甲乙。甲丙兩





腰相等。則其底邊之乙丙兩角度亦必

相等。

見幾何原本二卷第九節

今所求之垂線為甲

丁。即將甲乙丙三角形。平分為兩直角

三角形。而甲丁乙。甲丁丙皆為直角。其

度又等。故所分之兩直角三角形。為同

式形。而甲丁垂線。又為兩三角形所共

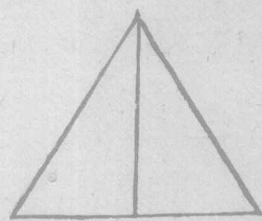
用之邊線。則所分之底邊之乙丁。丁丙。

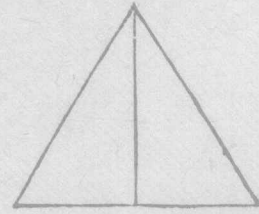
焉得。不等。故將乙丙底邊折半為勾。任

以甲乙。甲丙兩邊之一邊為弦。求得股

爲中垂線也。

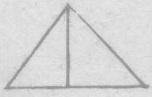
又法以底邊十尺。折半得五尺。自乘得二十五尺。三因之得七十五尺。開方得八尺六寸六分零二豪有餘。卽爲中垂線也。蓋弦比勾大一倍。則弦之自乘之方。必比勾之自乘之方大四倍。爲連比例隔一位相加之比例。見幾何原本七卷第五節。依勾弦求股之法。於弦自乘方積之四倍內。減勾自乘方積之一倍。餘三倍。卽爲



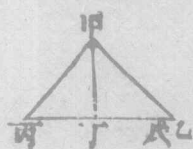


股自乘之方積。是中垂線之自乘方積。爲勾自乘方積之三倍。故將底邊折半自乘。三因之。卽與中垂線自乘之方積等。而開方得中垂線也。

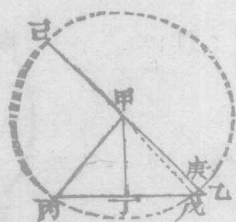
設如有銳角三角形。大腰一百二十二尺。小腰一百一十二尺。底一百五十尺。求中垂線幾何。



法以底一百五十尺爲一率。大腰一百二十二尺。與小腰一百一十二尺相加。得二百三十四尺爲二率。以大腰一百



二十二尺與小腰一百一十二尺相減。餘十尺爲三率。求得四率十五尺六寸。爲底邊之較。與底一百五十尺相減。餘一百三十四尺四寸。折半得六十七尺二寸爲勾。以小腰一百一十二尺爲弦。求得股八十九尺六寸。爲中垂線也。如圖甲乙丙三角形。甲乙爲大腰。甲丙爲小腰。乙丙爲底。甲丁爲所求中垂線。試以甲爲心。丙爲界。作一圓。截甲乙大腰。



於庚截乙丙底於戊。又將甲乙大腰引

長至己作甲己線與甲丙小腰相等則

己乙爲兩腰之和。庚乙爲兩腰之較。蓋甲

庚與甲丙等。故庚乙爲兩腰之較。乙丙爲底邊之和。乙

戊爲底邊之較。蓋丁丙與丁戊等故今

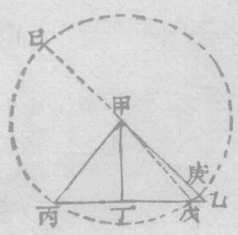
以乙丙底邊之和。與乙巳兩腰之和爲

比。卽同於乙庚兩腰之較。與乙戊底邊

之較爲比。爲轉比例之四率。幾何原本九卷第八

節。自園外一點至園內所作之兩線。此兩全線之比例。同於園外兩段轉相比。

下
米
母
三角
形
五

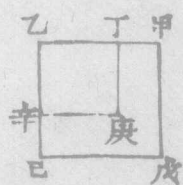
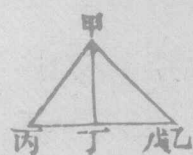


例。之。比。故乙丙爲一率。乙己爲二率。乙庚
 爲三率。求得四率爲乙戊。旣得乙戊。則
 於乙丙底邊內減去乙戊。餘戊丙。折半
 得丁丙爲勾。甲丙爲弦。求得股爲甲丁
 中垂線也。

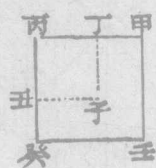
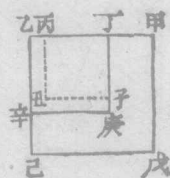
又法以大腰一百二十二尺自乘。得一
 萬四千八百八十四尺。又以小腰一百
 一十二尺自乘。得一萬二千五百四十
 四尺。兩自乘數相減。餘二千三百四十



尺。以底邊一百五十尺除之。得十五尺。
 六寸。爲底邊之較。與底邊一百五十尺
 相減。餘一百三十四尺四寸。折半得六
 十七尺二寸。爲勾。以小腰一百一十二
 尺爲弦。求得股八十九尺六寸。爲中垂
 線也。如圖甲乙丙三角形。試自甲角作
 甲丁垂線。則分爲甲丁乙。甲丁丙兩勾
 股形。甲乙。甲丙皆爲弦。乙丁。丁丙皆爲
 勾。共以甲丁爲股。乙丙爲兩勾之和。乙



戊爲兩勾之較。今以甲乙弦自乘。則成
甲戊己乙一正方形。內丁庚辛乙爲乙
丁勾自乘之一正方形。於甲戊己乙正
方形內。減去丁庚辛乙正方形。所餘甲
戊己辛庚丁磬折形積。卽與甲丁股自
乘之一正方形等。又以甲丙弦自乘。則
成甲壬癸丙一正方形。內丁子丑丙爲
丁丙勾自乘之一正方形。於甲壬癸丙
正方形內。減去丁子丑丙正方形。所餘



甲壬癸丑子丁磬折形積。亦與甲丁股

自乘之一正方形等。是則前圖之甲戊

己辛庚丁磬折形。與後圖之甲壬癸丑

子丁磬折形相等矣。若兩自乘之數相

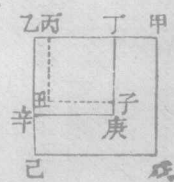
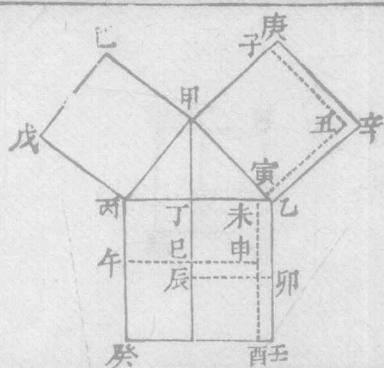
減。則如甲戊己乙正方形內。減去與甲

壬癸丑子丁磬折形相等之甲戊己辛

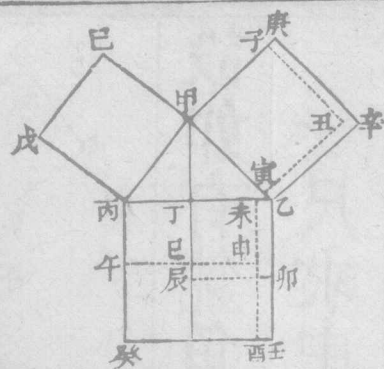
庚丁磬折形。又減去丁子丑丙一小正

方形。所餘爲子庚辛乙丙丑一小磬折

形。引而長之。成一長方形。其長卽乙丁



與丁丙之和。其闊卽乙丁與丁丙之較。故以乙丁與丁丙之和。除子庚辛乙丙丑磬折形之積。而得乙丁與丁丙之較也。又圖甲乙丙三角形。作甲丁垂線。分爲兩勾股形。共以甲丁垂線爲股。故甲乙弦自乘方內。有甲丁股自乘一方。乙丁勾自乘一方。而甲丙弦自乘方內。有甲丁股自乘一方。丁丙勾自乘一方。今兩勾股形之股旣同。則兩弦方相減所



餘之數。卽兩勾方相減所餘之數。故甲
 丁乙勾股形之甲乙弦自乘方內減甲
 丁丙勾股形之甲丙弦自乘方。所餘庚
 辛乙寅丑子磬折形卽與甲丁乙勾股
 形之丁乙勾自乘方內減甲丁丙勾股
 形之丁丙勾自乘方。所餘乙卯辰巳申
 未磬折形相等。若將乙卯辰巳申未磬
 折形引而長之。遂成乙壬酉未長方形。
 其長卽乙丁。丁丙兩勾之和。其闊卽乙