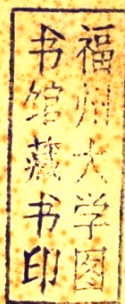


提升机专题讲座



中国矿业学院机电系

一九七九年八月

第一章 提升机滚筒强度的验算

矿井提升机的滚筒是缠绕钢丝绳的，并承受钢丝绳拉力所造成的各种载荷。

滚筒一般由三部分组成，即筒壳、法兰盘（支轮）及支环。筒壳是滚筒的主要承载部件，支轮是支撑筒壳和传递力的部件，支环是增加筒壳稳定性的。

过去生产和使用的KJ系列提升机筒壳开裂的现象较为普遍。分析其原因，主要是因为筒壳处于变载荷作用下，应力状态复杂，其理论计算还不够完善；结构设计不尽合理；加工装配和使用维护上存在一定缺陷。

但是，归根结底，解决筒壳开裂现象的主要对策是正确分析筒壳的应力状态，计算其强度。因为，只有正确分析，了解筒壳的应力状态，才能提出适应于这种应力状态的合理的结构设计，在加工工艺上、使用维护上保证这种设计的实现。

同时，从提高煤炭产量，挖掘设备潜力的角度看，了解提升机滚筒的承载状态和强度计算，也是十分必要的。

第一节 筒壳的计算载荷

一、筒壳的外载荷。

在滚筒的外壳上作用着下列力：

- (一) 尚未缠到滚筒上的卷上（卷下）钢丝绳拉力它使筒壳产生弯曲和扭转；
- (二) 已缠到滚筒上的钢丝绳圈对筒壳产生径向压缩。

因为滚筒直径较大，滚筒的惯性矩也很大，所以，由钢丝绳（捲上或捲下）拉力作用所引起的弯曲及扭转应力都比较小，故可以忽略不计。关于这一点，我们可以从如下的分析中得到证明。

筒壳承受最大的扭转力矩为：

$$M_n = S_{max} \cdot R \quad (1-1)$$

式中 S_{max} —— 钢丝绳最大拉力， $S_{max} = Q + Q_0 + PH + mg$

$$m' \text{ —— 变位质量， } m' = \frac{Q + Q_0 + P(H + L_w) + G_0}{g}$$

R —— 滚筒半径。

其他符号意义同前。

筒壳的极断面系数为：

$$\begin{aligned} W_p &= \frac{\pi(D^4 - d^4)}{16D} = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{(2\gamma + \delta)^4 - (2\gamma - \delta)^4}{2\gamma + \delta} \\ &= \pi\gamma\delta \frac{4\gamma^2 + \delta^2}{2\gamma + \delta} \cong 2\pi\delta\gamma^2 \end{aligned}$$

式中 γ —— 筒壳厚度中线的半径，厘米。

δ —— 筒壳厚度，厘米

从而，切应力为

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{M_n}{W_p} = \frac{S_{max} \cdot R}{2\pi\delta\gamma^2} = \frac{S_{max}}{2\pi R} \cdot \left(\frac{R}{\gamma}\right)^2 \cdot \frac{1}{\delta} \\ &= \frac{S_j}{2\pi R} \cdot \frac{S_{max}}{S_j} \cdot \left(\frac{R}{\gamma}\right)^2 \cdot \frac{1}{\delta} \end{aligned}$$

按目前国产提升机，钢丝绳静张力 S_j 与滚筒周长之比，在最不利情况下（对于直径为 5 米的滚筒）

$$\frac{S_j}{2\pi R} = \frac{23000}{2\pi \times 250} = 14.7 \text{ 公斤/厘米}$$

而，

$$\frac{S_{max}}{S_j} \approx 1.15$$

$$\frac{R}{\gamma} \approx 1.05$$

厚度 δ 按最小值 10 毫米计算, 可以得到最大切应力:

$$\begin{aligned} \tau_{max} &= \frac{S_{max}}{2\pi R} \left(\frac{R}{\gamma} \right)^2 \cdot \frac{1}{\delta} = 1.15 \times 14.7 \times 1.05^2 \times 1 \\ &= 18.7 \text{ 公斤/厘米}^2 \quad (1-2) \end{aligned}$$

可见, 这个数值不大, 完全可以忽略不计。

对于弯曲力矩, 假定钢丝绳是从滚筒中间出绳, 这时弯曲力矩最大

$$M_w = \frac{S_{max} \cdot B_1}{4} \quad (1-3)$$

式中: B_1 — 筒壳两轮辐间的距离

弯曲应力与切应力比值为:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_w}{\tau} &= \frac{M_w}{W} : \frac{M_w}{W_p} = \frac{\frac{S_{max} \cdot B_1}{4}}{W} : \frac{S_{max} \cdot R}{W_p} \\ &= \frac{B_1}{4R} \cdot \frac{W_p}{W} = \frac{B_1}{D} \quad (\because W_p = 2W) \end{aligned}$$

对于 5 米提升机, $B = 2.3$ 米, $D = 5$ 米, 近似取 $B_1 = B$

$$\text{则 } \frac{\sigma_w}{\tau} = 0.46。$$

根据以上分析, 由钢丝绳弦拉力作用于筒壳上的弯曲和扭转力矩, 所引起的应力很小, 完全可以忽略不计。

已缠到滚筒上的钢丝绳圈对筒壳的径向压缩所引起的筒壳压缩应力则比较大, 一般可达 1000 公斤/厘米² 以上。因此计算筒壳强度时, 主要考虑这部分载荷。

为了确定缠绕绳圈对筒壳的压力, 利用图 1-1 来分析对应于中

心角 $d\varphi$ ，并具有拉力 S 的无限小绳段的筒壳平衡状态。

首先看到，拉力 S 沿半径方向的合力为：

$$dN = 2S \cdot \sin \frac{d\varphi}{2}$$

由于角 $\frac{d\varphi}{2}$ 很小，可以取

$$\sin \frac{d\varphi}{2} \cong \frac{d\varphi}{2}，所以，$$

$$dN = S \cdot d\varphi$$

由此可以求出，钢丝绳圈作用在弧长为 $r d\varphi$ 的筒壳上的径向线单位压力 p 为：

$$p = \frac{dN}{r d\varphi} = \frac{S}{r} \quad \text{公斤/厘米} \quad (1-4)$$

式中 r —筒壳厚度中线半径，厘米；

由於缠绕绳圈的螺距相对筒壳直径来说是很小的，因此为了简化计算，可以把缠绕在滚筒上的绳圈看成为封闭圆环，这时，可以得到筒壳单位面积上的压力 q 。

$$q = \frac{p}{t} = \frac{S}{r t} \quad \text{公斤/厘米}^2 \quad (1-5)$$

式中 t —缠绕绳圈的节距， $t = d + \varepsilon$ ， d —钢丝绳直径，
 ε —绳圈间隙。

实际上，在缠绳过程中钢丝绳拉力 S 是变化的，在容器位于井底，提升开始加速过程中 S 达最大值，在提升终了，容器位于井口时， S 的数值最小。因此钢丝绳作用于筒壳各部分上的单位压力有不同数值，但是，为了简化计算，并考虑到动张力作用的时间较短，缠绳的区段

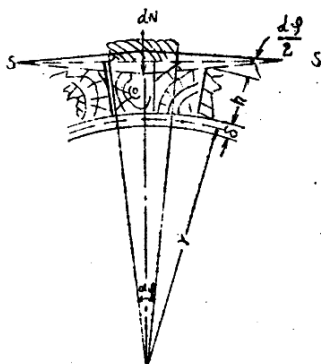


图 1-1 筒壳微弧及缠于其上的钢绳

较小，一般 \$S\$ 按最大静张力 \$S_0\$ 计算，同时认为钢丝绳拉力在同一圈内是常数，如果再假定筒壳金属结构在各方面都是均匀的，我们就可以认为钢丝绳对筒壳的作用是极对称的。这时，我们就可以在筒壳上沿轴线截取单位（1 厘米）宽度的一小条单元梁来分析，并把所得结论推广到整个筒壳。

二、筒壳的变形特点。

由于外载荷 \$q\$ 的作用，筒壳直径将缩小，在周向，由于相邻筒壳的作用而受压，如果从筒壳中取一单元梁进行分析，并用 \$y\$ 表示单元梁任意截面处的径向变形，则筒壳在此截面处的周向相对变形为：

$$\epsilon = \frac{2\pi(\gamma - y) - 2\pi\gamma}{2\pi\gamma} = -\frac{y}{\gamma} \quad (1-6)$$

根据虎克定律，筒壳周向的压缩应力为：

$$\sigma_y = E \cdot \epsilon = -E \frac{y}{\gamma} \quad (1-7)$$

式中 \$E\$—钢的弹性模数，\$E = 2 \times 10^6\$ 公斤/厘米²

在单元梁单位长度内的周向压缩力为

$$S' = \sigma_y \cdot \delta = -E \frac{y}{\gamma} \cdot \delta \quad (1-8)$$

式中 \$\delta\$—筒壳厚度，厘米

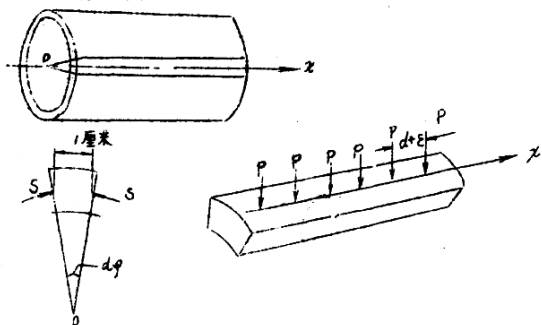


图 1-2

此二侧向压缩力沿半径方向的合力，

$$N' = 2S' \sin \frac{d\varphi}{2} \cong S' d\varphi$$

由于 $r d\varphi = 1$ ，所以

$$N' = S' d\varphi = -E \frac{y}{r^3} \cdot r \quad (1-9)$$

$$= -Ky$$

此处， $K = \frac{Es}{r^3}$ ，称为筒壳径向弹性基础系数。

由式 (1-9) 可以看出，单元筒壳在径向压力的作用下，将产生径向变形和由相邻筒壳的作用而产生的周向压缩，此压缩力将给单元榀一个径向反力 N' ，这个反力 N' 的大小与筒壳径向变形 y 成正比。筒壳单元榀这一变形特点，正好同弹性基础榀的特性一致。显然，在这里切掉的那部分筒壳就是这个单元榀的弹性基础，这样，我们就可以方便的利用弹性基础榀的微分方程来求解筒壳的变形问题。

三、筒壳的变形方程

首先，我们来复习一下弹性基础榀的概念。

设有一榀，为一连续弹性基础所支承，当榀发生挠曲并压在基础上时，基础沉降，并给榀以一个反力 N' ，在每一点处，这个连续分布的反力 N' 与该点的沉降 y 成正比，即：

$$N' = -Ky$$

式中 K —基础系数，这一常数表示当基础沉降 y 等于单位长度时，

基础在单位长度内给于榀的反力。公斤/厘米³。

这样，承受载荷为 $q(x)$ 的弹性基础榀，由于存在着—基础反力 $-Ky$ 的缘故，可以将其看成为承受载荷强度为 $q(x) - Ky$ 的普通榀一样计算。

对于普通榀，我们曾求出过弹性线微分方程：

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} = q(x)$$

式中 $q(x)$ ——作用於樑上的載荷強度。

EJ ——樑的抗彎剛度；

對於受均布載荷作用的彈性基礎樑來說，作用於樑上的載荷強度為 $q(x) - Ky$ 。所以彈性線微分方程為：

$$EJ \frac{d^4 y}{dx^4} + Ky = q(x)$$

對於筒殼單元樑來說，還要做一點改變。這就是，樑在彎曲變形時，以中性層為界，受壓縮的纖維縮短，受拉伸的纖維伸長，而在樑的側面，受壓縮的一面樑斷面的寬度增加，在拉伸的一面則減少，也就是，如沿軸的縱向變形為 ϵ_x ，則橫向形為 $\mu \epsilon_x$ ， μ 是波桑比。

但是，對於從筒殼中截出的單元樑，由於相鄰筒殼阻止單元樑截面形狀的改變，所以在變形後它的側面仍然是徑向的，即不得有所凸出和收縮，亦即，自筒殼中截出的單元樑與普通樑不同之處是它是處於双向應力狀態，而普通樑則處於簡單的单向拉伸和壓縮狀態。因此根據廣義虎克定律：

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \mu \frac{\sigma_y}{E} \quad (a)$$

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \mu \frac{\sigma_x}{E} \quad (b)$$

從 (a) (b) 式中解出：

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_x + \mu \epsilon_y) \quad (1-10)$$

式中 ϵ_x, ϵ_y ——沿 X 軸，Y 軸的應變

σ_x, σ_y ——X 方向，Y 方向的應力。

μ, E 的符號意義同前。

用(1-10)式与单向应力状态下的应力和弹性模数相比,好象在双向应力状态下的弹性模数变大了(除以 $1-\mu^2$)。因此,对于自筒壳中截出的单元梁的抗弯刚度也应做相应的改变:

$$\frac{E}{1-\mu^2} \cdot \frac{1 \cdot 8^3}{12} = \frac{E 8^3}{10.9} = D \quad (1-11)$$

D称为板的弯曲刚度。

所以,筒壳单元梁的挠曲微分方程为:

$$D \frac{d^4 y}{dx^4} = q - Ky \quad (1-12)$$

这里的 $q = \frac{S}{\gamma t}$, $K = \frac{E 8}{\gamma^2}$, 是我们在(1-5), (1-9)

式中已经确定的。

四、筒壳方程的积分:

可以将(1-12)式变换一下,写成为:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4\beta^4 y = \frac{q}{D} \quad (1-13)$$

$$\text{式中 } \beta = \sqrt[4]{\frac{K}{4D}} = \frac{1.285}{\sqrt{\gamma 8}} \quad (1-14)$$

(1-13)式为一4阶常系数线性微方程,其通解为相应的齐次方程 $L_y = \frac{d^4 y}{dx^4} + 4\beta^4 y = 0$ 的通解及 $L_y = \frac{q}{D}$ 的特解之和。

对于不承受外载荷的一段梁,梁上唯一的力即来自基础反力,于是(1-13)式变为:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4\beta^4 y = 0 \quad (1-15)$$

(1-15)式的通解可以写作:

$$y = e^{\beta x}(A_1 \cos \beta x + B_1 \sin \beta x) + e^{-\beta x}(C_1 \cos \beta x + D_1 \sin \beta x) \quad (1-16)$$

(1-16)式的常数 A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 根据梁的具体边界条件确定。

如单元梁为一承受集中载荷 P 的无限长梁时，取力的作用点为坐标原点，则根据：

$$\begin{aligned} X \rightarrow \infty \text{ 时, } \quad \text{挠度 } y &= 0 & \text{得 } A_1, B_1 &= 0 \\ \text{转角 } \frac{dy}{dX} &= 0 \end{aligned}$$

于是梁的挠度曲线变成

$$y = e^{-\beta x}(C_1 \cos \beta x + D_1 \sin \beta x) \quad (1-17)$$

剩下的两个积分常数 C_1 和 D_1 可由 $X=0$ 的原点条件求得，挠度曲线在这一点应有水平切线，所以

$$\left(\frac{dy}{dX}\right)_{x=0} = 0$$

将(1-17)式的 y 值代入，得

$$e^{-\beta x}(C_1 \cos \beta x + D_1 \sin \beta x + C_1 \sin \beta x - D_1 \cos \beta x) = 0$$

从而得：

$$C_1 = D_1$$

于是(1-17)式变成

$$y = C_1 e^{-\beta x}(\cos \beta x + \sin \beta x)$$

此式的各阶导数为：

$$\frac{dy}{dX} = -2\beta C_1 e^{-\beta x} \sin \beta x$$

$$\frac{d^2 y}{dX^2} = 2\beta^2 C_1 e^{-\beta x}(\sin \beta x - \cos \beta x)$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = 4\beta^3 C_1 e^{-\beta x} \cos \beta x$$

现在常数 C_1 可由 $x=0$, 剪力 $Q = D \frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{p}{2}$ 求出,

$$D \cdot 4\beta^3 C_1 = \frac{p}{2},$$

从而得

$$C_1 = \frac{p}{8\beta^3 D}$$

将此式代入 (1-17) 式, 得挠度曲线:

$$y = \frac{p}{8\beta^3 D} e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) \quad (1-18)$$

如将 $\beta = \frac{1.285}{\sqrt{\gamma \delta}}$ 及 $D = \frac{E\delta^3}{10.9}$ 代入 (1-18) 式, 也可以得

到:

$$\begin{aligned} y &= 0.64 \frac{p}{E} \left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^{\frac{3}{4}} e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) \\ &= 0.64 \frac{p}{E} \left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^{\frac{3}{4}} \varphi(\beta x) \end{aligned} \quad (1-18')$$

式中 $\varphi(\beta x) = e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x)$

并令: $\psi(\beta x) = e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x)$

$\theta(\beta x) = e^{-\beta x} \cos \beta x$

$\zeta(\beta x) = e^{-\beta x} \sin \beta x$

为了计算的方便, 将以上诸函数列于表 1-1 中。

根据式 (1-18) 作图 1-3 可以看出, 该曲线为一渐次衰减的波状曲线。它的第一个零点在

$$x = x_0 = \frac{3\pi}{4\beta} = 1.83 \sqrt{\gamma \delta} \text{ 处。}$$

它的最大挠度在 $X = 0$ 处。

而当 $X = \frac{\pi}{\beta}$ 时，挠度仅为最大挠度的 4.32%，当 $X = \frac{2\pi}{\beta}$ 时，挠度为最大挠度的 0.2%，所以为了简化计算，可以认为由集中力 P 引起的挠度仅限于第一个零点即 $L = 2X_0$ 范围之内。亦即当距力的作用点超过某一值 x_0 后，可略去该载荷对它的影响。

同样，可以绘出弯矩图和剪力图，对于弯矩：

$$M = D \frac{d^2 y}{dx^2}$$

在代入 (1-18) 式后。

$$M = \frac{P}{4\beta} e^{-\beta x} (\sin \beta x - \cos \beta x)$$

当 $X_m = \frac{\pi}{4\beta} = 0.61\sqrt{\gamma\delta}$ 时，

弯矩 M 过第一个零点， $X_m > \frac{\pi}{4\beta}$ 后，

从表 1-1 中看出 M 值不大于最大弯矩的 20%。

对于剪力：

$$Q = D \frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{P}{2} e^{-\beta x} \cos \beta x$$

当 $\beta x_0 > \frac{\pi}{2}$ 后所余最大值不

超过最大剪力 $Q_{x=0}$ 的 7%。

由此可以看出，为了简化起见，可以认为外载荷对挠度、弯矩、剪力的影响，仅限于它们的第一个零点以内。即认为当有外

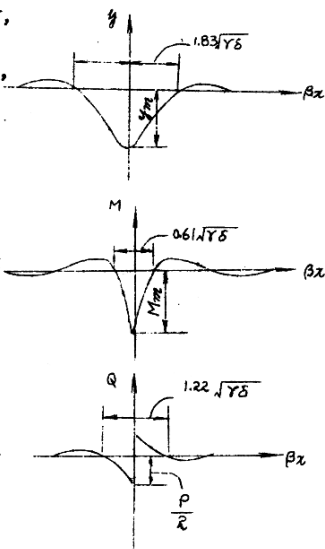


图 1-3 挠度、弯矩、剪力图

载荷作用于弹性基础梁上，它对挠度及各种内力的影响只在一定范围内，而当距载荷作用点超过某一值后，可以略去该载荷对它的影响。因此，在实际对筒壳的计算中，只要它的长度距载荷的作用点超过 $1.83\sqrt{r\delta}$ 后，均可作为无限长弹性基础梁处理。 X_0 , X_m , X_0 则称为挠度，弯矩，剪力的影响区。

表 1-1 函数 $\varphi(\beta x)$ 、 $\psi(\beta x)$ 、 $\theta(\beta x)$ 及 $\zeta(\beta x)$

βx	$\varphi(\beta x)$	$\psi(\beta x)$	$\theta(\beta x)$	$\zeta(\beta x)$
0.0	1.0000	1.0000	1.0000	0.0000
0.1	0.9907	0.8100	0.9003	0.0903
0.2	0.9651	0.6398	0.8024	0.1627
0.3	0.9267	0.4888	0.7077	0.2189
0.4	0.8784	0.3564	0.6174	0.2610
0.5	0.8231	0.2415	0.5323	0.2908
0.6	0.7628	0.1431	0.4530	0.3099
0.7	0.6997	0.0599	0.3708	0.3199
$\pi/4$	0.6448	0.0000	0.3224	0.3224
0.8	0.6354	-0.0093	0.3131	0.3223
0.9	0.5712	-0.0657	0.2527	0.3185
1.0	0.5083	-0.1108	0.1988	0.3096
1.1	0.4476	-0.1457	0.1510	0.2967
1.2	0.3899	-0.1716	0.1091	0.2807
1.3	0.3355	-0.1897	0.0729	0.2626
1.4	0.2849	-0.2011	0.0419	0.2430
1.5	0.2384	-0.2068	0.0158	0.2226
$\pi/2$	0.2079	-0.2079	-0.0000	0.2079
1.6	0.1959	-0.2077	-0.0059	0.2018
1.7	0.1576	-0.2047	-0.0235	0.1812
1.8	0.1234	-0.1985	-0.0376	0.1610
1.9	0.0932	-0.1899	-0.0484	0.1415
2.0	0.0667	-0.1794	-0.0563	0.1231

续表

βx	$\varphi(\beta x)$	$\psi(\beta x)$	$\theta(\beta x)$	$\zeta(\beta x)$
2.1	0.0439	-0.1675	-0.0618	0.1057
2.2	0.0244	-0.1548	-0.0652	0.0896
2.3	0.0080	-0.1416	-0.0668	0.0748
$3\pi/4$	0.0000	-0.1340	-0.0670	0.0670
2.4	-0.0056	-0.1282	-0.0669	0.0613
2.5	-0.0166	-0.1149	-0.0658	0.0491
2.6	-0.0254	-0.1019	-0.0636	0.0383
2.7	-0.0320	-0.0895	-0.0608	0.0287
2.8	-0.0369	-0.0777	-0.0573	0.0204
2.9	-0.0403	-0.0666	-0.0534	0.0132
3.0	-0.0422	-0.0563	-0.04929	0.00703
3.1	-0.0431	-0.0468	-0.04501	0.00187
π	-0.0432	-0.01321	-0.01321	0.00000
3.2	-0.0430	-0.03831	-0.04069	-0.00238
3.3	-0.0422	-0.03060	-0.03642	-0.00582
3.4	-0.0408	-0.02374	-0.03227	-0.00853

如果作用于梁上的载荷不是集中力，而是均布载荷 q 时，可以明显看出，梁上任意点的挠度： $y = \frac{q}{K}$ ，（1-13式的特解）

这个结论，利用（1-18）式，根据力的叠加原理同样可以得到证明。如设有一均布荷重作用于长梁的部分长度 l 内，如图 1-4 所示，设 A 点至荷重的起始点与终点各为 C 与 b，由（1-18）式知，荷重 $q dx$ 在 A 点所生的挠度为：

$$y = \frac{q dx}{8\beta^3 D} e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x)$$

这分布在 l 内的均布荷重在 A 点所产生的挠度为:

$$\begin{aligned} y_A &= \int_0^b \frac{q dx}{8\beta^3 D} e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) + \\ &+ \int_0^c \frac{q dx}{8\beta^3 D} e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) \\ &= \frac{q}{2K} (2 - e^{-\beta b} \cos \beta b - e^{-\beta c} \cos \beta c) \end{aligned}$$

若 $c, b \rightarrow \infty$ 时, $e^{-\beta b}$ 与 $e^{-\beta c}$ 将趋于 0, 於是 y_A 将趋于 q/K 。

这样, 在我们把筒壳当作弹性基础上的无限长梁处理后, 我们可以较为方便的计算筒壳的挠度, 从而进行筒壳应力的计算。

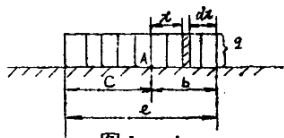


图 1-4

但是, 也必须注意到, 这种分析是近似的, 因为在把筒壳作为无限长梁处理时, 我们抛弃了滚筒端部两个支撑条件对筒壳变形的影响, 而事实上这种影响对实际结构来说是存在的, 特别是对支撑物附近的筒壳变形影响就更大, 所以以上的分析只适于远离支撑物附近的筒壳, 例如, 筒壳的自由段, (不受支撑影响的区段)

当考虑到筒壳的支撑条件, 把筒壳作为有限长梁时, 径向挠度 y 的关系式同样可以建立的, 因为 (1-13) 式的通解为:

$$\begin{aligned} y &= e^{+\beta x} (A_1 \cos \beta x + B_1 \sin \beta x) + \\ &+ e^{-\beta x} (C_1 \cos \beta x + D_1 \sin \beta x) + \frac{q}{K} \end{aligned} \quad (1-19)$$

例如对中间无支环两端固定的筒壳, 取坐标原点在滚筒筒壳的中

点, 这时边界条件是:

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } \begin{cases} \text{转角 } \frac{dy}{dx} = 0 \\ \text{剪力为零, } \frac{d^3 y}{dx^3} = 0 \end{cases}$$

$$\text{当 } x = \frac{l}{2} \text{ 时, } \begin{cases} \text{转角为零 } \frac{dy}{dx} = 0 \\ \text{挠度 } y = 0 \end{cases}$$

(1-19)式有四个常数, 边界条件也有四个因而问题是有解的, 经推导〔註1〕得到:

$$y = \frac{Sr}{E_s \cdot t} \Omega(\beta x) \quad (1-20)$$

式中 $\Omega(\beta x) = \theta_1 \left[(1 + e^{2\beta x}) \theta(\beta x) + (1 - e^{2\beta x}) \zeta(\beta x) \right] + \theta_2$

$$\theta_1 = \frac{(e^{\beta l} \varphi(\frac{\beta l}{2}) - \psi(\frac{\beta l}{2}))}{(\varphi(\frac{\beta l}{2}) - e^{\beta l} \psi(\frac{\beta l}{2})) (1 - e^{\beta l}) \zeta(\frac{\beta l}{2}) - (e^{\beta l} \varphi(\frac{\beta l}{2}) - \psi(\frac{\beta l}{2})) (1 + e^{\beta l}) \theta(\frac{\beta l}{2})}$$

$$\theta_2 = \frac{(e^{\beta l} \psi(\frac{\beta l}{2}) - \varphi(\frac{\beta l}{2}))}{(e^{\beta l} \varphi(\frac{\beta l}{2}) - \psi(\frac{\beta l}{2}))}$$

对于其他类型的边界支撑条件同样也可以求出其挠度方程, 只是计算稍嫌繁杂一些。

五、钢丝绳拉力降低系数

上面分析了在集中绳圈作用下筒壳的外载荷及变形。实际上钢丝绳在筒壳上是缠了许多圈的, 而且是逐圈缠上的, 即先缠第一圈, 再缠第二圈, 第三圈……。显然, 这些绳圈对挠度都是有影响的。

如图 1-5 所示, 当第一圈以拉力 s 缠到筒壳上时, 钢丝绳将在

拉力 s 作用下而伸长, 同时, 筒壳也将因绳圈径向压力的作用而产生挠度 y_1 , 当第二圈绕上时, 在第一圈下面又增加了一点挠度, 同样第三圈、第四圈……直到第 n 圈也都相应的在第一圈下面产生了附加挠度。而第 $n+1$ 圈到超过了挠度的影响范围 ($x_c > 1.83\sqrt{\gamma\delta}$), 所以不予计算。这个附加挠度反过来又影响钢丝绳的拉力, 使钢丝绳拉力有所降低。

由於钢丝绳拉力的降低只与后缠上的钢丝绳绳圈有关, 而与先缠

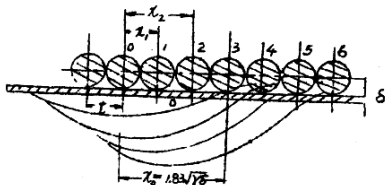


图 1-5

上的无关。因此设 Δy_1 为第 2 圈到第 n 圈的总附加挠度, 则第一圈下的总挠度为:

$$y_1 + \Delta y_1$$

如第一圈钢绳刚缠上时绳圈所处的半径为 $\gamma - y_1$, 则由于第 2 到第 n 圈附加挠度的影响, 第一圈绳圈所处的半径变成: $\gamma - y_1 - \Delta y_1$ 。

绳圈长度的相对缩短量为 $\frac{\Delta y_1}{\gamma - y_1} \approx \frac{\Delta y_1}{\gamma}$ 。所以, 第一圈钢丝绳的拉力就不再是 s , 而是 $s - \frac{\Delta y_1}{\gamma} E_s \cdot F_s$ (E_s, F_s 为钢丝绳的弹性模数及断面积)。

如令:

$$s - \frac{\Delta y_1}{\gamma} E_s \cdot F_s = s_c$$

可求得: