

线 性 靜 动 力 結 构 分 析 程 序

(SAP5C)

程 序 說 明 与 使 用 說 明 书

重庆大学机械工程二系重型机械专业翻印

1980 · 9 ·

出 版 说 明

本书是美国 Akron 大学美籍张之勇教授 79 年 6 月在北京工业学院讲学时所赠“线性静、动力结构分析有限元通用程序 (SAP 5C) 的使用说明。原程序说明未包括动力分析的内容，为便于学习起见，我们将 SAP4 文本中的程序说明部分与实例分析汇编在内，同时将 SOLID SAP 文本中有关三维桁架单元、三维梁单元、实体单元、静态凝聚法的说明内容附录于后。请读者注意，SAP4 程序说明内某些单元等内容。在 SAP 5C 程序内已有修改，仅供参考。本书由北京工业学院 蔡坪、樊大均、宋丽娴，五机部 201 所刘福昌、姜维国翻译，由王愚校订。书中附录部分参考了北京大学叶以同，西安重型机械研究所李谷华的初译稿，特以致谢。

译 校 者

目 录

第一部分 结构分析程序说明

1、导言.....	1·1
2、复杂结构系统的平衡方程.....	1·3
3、节点输入数据和自由度.....	1·5
4、单元库.....	1·11
5、静力分析.....	1·15
6、计算频率和振型.....	1·16
7、动力分析.....	1·19
8、校验数据运算.....	1·25
9、把 SAP 1V 装在除 CDC 计算机之外的其它计算机上	1·25
10、结论.....	1·26
11、分析的实例.....	1·27
附录 I 三维桁架单元.....	1·29
附录 II 三维梁单元.....	1·42
附录 III 实体有限单元.....	1·45
附录 IV 静态凝聚算法.....	1·65

第二部分 输入数据的说明

SAP A V 数据卡片的编组.....	2·1
I、标题卡片.....	2·2
II、主控制卡片.....	2·3
III、节点数据.....	2·8
IV、单元数据.....	2·14

类型 1 — 三维桁架单元	2 · 1
类型 2 — 三维梁单元	2 · 17
类型 3 — 平面应力薄膜单元	2 · 25
类型 4 — 二维有限单元	2 · 30
类型 5 — 三维实体单元	2 · 39
类型 6 — 板和壳单元	2 · 49
类型 7 — 边界单元	2 · 54
类型 8 — 节点数可变的厚壳和三维单元	2 · 59
类型 10 — 读入刚度矩阵的单元	2 · 79
类型 12 — 三维直管或三维弯管单元	2 · 81
V 集中载荷或集中质量	2 · 94
VI 单元载荷乘子	2 · 96
VII 重量和重心参考点	2 · 97
VIII 动力分析	2 · 98
IX 结构绘图	2 · 104
X 强迫响应	2 · 108
A 响应历程分析	
B 响应谱分析	
C 频率响应分析	
附录 A 用于动力分析再起动的控制卡片和卡片组的准备	2 · 138
附录 B 采用初始迭代向量的控制卡片和卡片组的准备	2 · 142
参考资料目录	2 · 145

第一部分

结构分析程序 (SAP) 说明

1. 导言

一个有效的结构分析计算机程序的发展需要三门学科的知识——结构力学、数值分析和计算机应用。精确而有效的结构单元的发展需要现代结构力学方面的基础。一个程序的效能主要决定于所运用的数值方法及其有效的计算机运行过程。关于编制程序的技巧，必需有一个高、低速存储的最佳分配。

然而一个通用计算机程序的最重要方面是程序能易于修改、扩展和不断改进，否则程序很可能在完成后几年内就过时了。这是由于新的结构单元的发展，有适用的更好的数值方法或新的计算机设备要求新的编制程序的方法。

结构分析程序 SAP 设计成可由用户来修改和扩展的。附加的选择方案以及新的单元可以很容易地加进去。程序有分析大型三维系统的能力，然而在解较小问题时，在效能方面并无损失。而且，仅仅简单地选用那些在运行中实际需要的子程序，就可以从整个程序中很容易地组合成较小的专用程序。这使程序在小规模的计算机上特别有用。

线性结构系统的静力与动力分析的现行文本 SAP-I¹，是多年来研究和发展的经验成果。事实证明，本程序是一个很有伸缩性和很有效的分析工具。本程序是用标准 FORTRAN IV 语言编制的，在 CDC 6400、6600 和 7600 计算机上运行时不需要修改。SAP 程序的第一个文本是在 1970 年 9 月完成的 [24]。一个改进的静力分析程序，就是 SOLID SAP 或 SAP II，是在 1971 年提出的 [25]

然后开始了新的静力与动力分析程序方面的工作。到 1972 年底发表了 SAP III 程序，但只向曾给我们的研究工作以支持的那些单位发表。SAP VI 程序对 SAP III 作了多处小的改进外，对于时间历程的分析，还有利用外存的直接积分的附加分析能力。

所分析的结构系统可由若干不同的结构单元组合而成。本程序包含有下列类型的单元：

- a、三维桁架单元
- b、三维梁单元
- c、平面应力和平面应变单元
- d、二维轴对称实体单元
- e、三维实体单元
- f、厚壳单元
- g、薄板或薄壳单元
- h、边界单元
- i、管单元（直管和弯管）

这些结构单元可用于静力或动力分析，程序的能力主要地决定于系统的节点总数，动力分析中所要求的本征值以及使用的计算机。所使用的单元数，载荷工况数或刚度矩阵的阶和带宽实际上是没有限制的。系统的每个节点可以有从零到六个位移自由度，单元的刚度矩阵和质量矩阵是用凝聚法组集的，因此，本程序对一维，二维或三维系统的分析同样有效。

结构矩阵的形成在静力或动力分析中是以同样的方法进行的。接下去在静力分析中是解平衡方程，随后是计算单元应力；而在动力分析中，是在下述各种情况中进行选择。

- 1、仅计算频率
- 2、计算率随后进行响应历程分析
- 3、频率计算随后进行响应谱分析
- 4、用直接积分法进行响应历程分析

为了得到频率和振动振型，用求解的子程序直接地计算了所要求的本征值和本征向量，而没有把结构刚度矩阵和质量矩阵转换成简缩的形式。在直接积分中使用了一种无条件稳定的积分法，这种方法也是在原结构刚度矩阵和质量矩阵上运算的。这样对于动力分析，程序运算和必须的输入数据只是简单地附加到静力分析所需要的程序运算和输入数据上面。

本报告这一部分的目的是简要地提出这个通用程序的编制、现有的单元库以及所用的数值方法。叙述了对静力和动力分析适用的不同选择以及给出典型的运算时间。在介绍中，重点是针对程序的实用方面。对于结构单元的发展和所用的数值方法方面的资料，读者可参看适当的参考文献。

2、复杂结构系统的平衡方程

2—1 由单元矩阵求结构矩阵

一个结构单元线性系统的节点平衡方程可用几种不同的方法来求得(1), (2), (7), (13), (20), (30)。所有的方法都得到一组如下形式的线性方程。

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = R \quad (1)$$

式中 M 是单元组合的质量矩阵， C 是单元组合的阻尼矩阵， R 是单元组合的刚度矩阵，向量 u 、 \dot{u} 、 \ddot{u} 和 R 分别是节点位移、速度、加速度以及广义载荷。上述三个结构矩阵都是由单元矩阵直接迭加形成，例如

$$K = \sum K_m \quad (2)$$

式中 K_m 是第 m 个单元的刚度矩阵，虽然 K_m 形式上是与 K 同阶，但在 K_m 中仅仅那些与单元自由度有关的项才是非零的。因此可以用一个紧凑形式的单元矩阵，再加上一个把单元自由度与结构自由度相对应的指示数组来进行单元矩阵的迭加。程序中所用的算法将在 3·3 节中叙明。在程序中结构刚度矩阵和对角线质量矩阵都是组集而成的。因此，单元质量假设集中分布在节点上，结构的质量是各个单元质量矩阵的总和再加上在指定的自由度上所给出的附加集中质量。阻尼假定是成比例的，并是以模态阻尼系数的形式来确定的。集中质量分析和比例阻尼等方面所用的假设曾有许多文章讨论过 [7], [9], [15], [29]。

2—2 边界条件

若某一位移分量是零，其相应的方程式在结构平衡方程组 (1) 中是不保留的，而且也不考虑其单元刚度矩阵和质量矩阵中相应的项。在某一个自由度 i 上给定一个非零位移，比如说 $u_i = x$ ，则将方程式

$$Ku_i = Kx \quad (3)$$

加进方程组 (1) 中，式中 $K \gg K_{ii}$ 。因此方程组 (1) 的解必定是 $u_i = x$ 。实际上，这可解释为在自由度 i 上加一个大刚度 K 的弹簧，并给予一个载荷，因为在这个自由度上结构是相对地柔软，所以该载荷将产生所需要的位移 x 。

2—3 结构刚度矩阵和质量矩阵计算的程序编制

结构刚度矩阵和质量矩阵的计算是在三个不同的阶段完成的：

1、读入或由程序生成节点输入数据，在这一阶段中建立了在每一节点上有效自由度的方程号。

2、计算单元刚度矩阵和质量矩阵及其连接数组，这些数组依顺序存贮在磁带或其它低速存贮器（统称文件）上。

3、将各单元的矩阵迭加，形成结构的刚度矩阵和质量矩阵，并分块存贮在磁带上。

需要注意的是这些基本步骤与所采用的单元类型无关，并对静力分析或是动力分析都是相同的。

3—1 节点输入数据和自由度

程序的容量是由结构系统的节点总数来控制的。每个节点需要六个边界条件代码（存贮在 ID 数组中）、三个座标（存贮在 X、Y、Z 数组中）和节点温度（存贮在 T 数组中），都具有生成能力。

所有的节点数据在形成单元刚度矩阵和质量矩阵时都保留在高速内存中。

因为与单元有关的各个子程序要求的高速内存是比较小的，所以一个要计算的问题所要求的最少内存量略大于系统节点总数的 10 倍。

要注意的是用户应只考虑与一个节点相连接的所有单元相协调的那些自由度。程序总是要处理每一节点上的六个可能的自由度。而所有的无效的自由度都应消掉，以降低结构矩阵的阶。具体地说，ID 数组中的“1”表示没有与本自由度有关的方程，而 ID 数组中的“0”表示这是一个有效的自由度。图 1—1 表明简单桁架结构的输入和（或）由程序生成的 ID 数组，一当已得到完整的 ID 和 X、Y、Z 数组，方程号是与所有有效的自由度相联系的。即 ID 数组中所有的“0”由相应的方程号所取代，而每个“1”由一个“0”来取代，简单的桁架实例可见图 1—2。

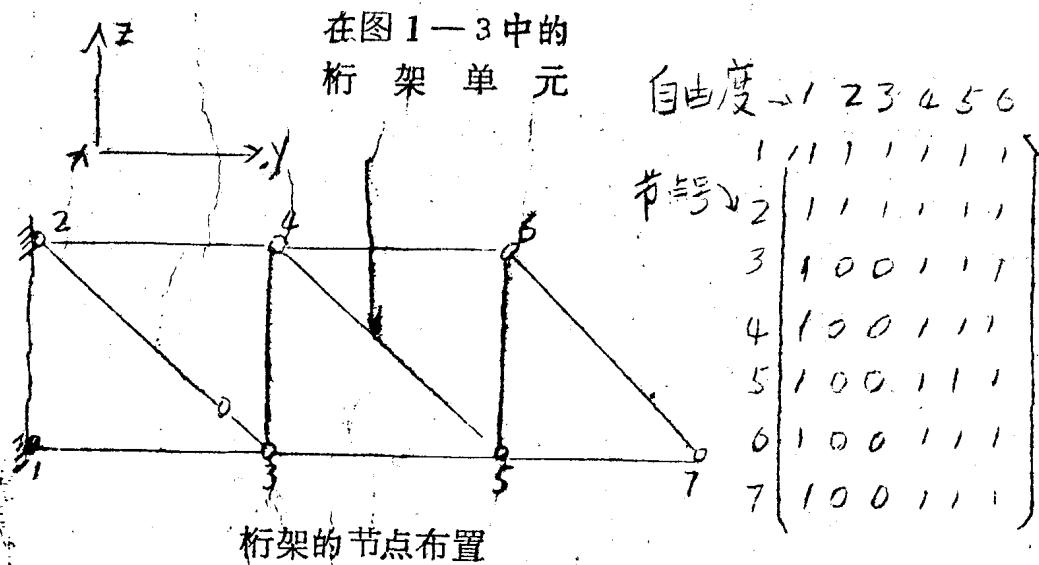


图 1—1 桁架实例的节点位置以及读入
和(或)生成的 ID 数组

ID =

0	0	0	0	9	0
0	0	0	0	0	0
0	1	2	0	0	0
0	3	4	0	0	0
0	5	6	0	0	0
0	7	8	0	0	0
0	9	10	0	0	0

图 1—2 有效自由度相应的方程号分配以后
桁架实例的 ID 数组

3—2 单元质量和单元刚度矩阵的计算

已知了全部节点的坐标并建立了各自由度的方程号，就可计算出系统的每一结构单元的刚度矩阵、质量矩阵和应力位移转换矩阵。如前所提出，由于这些矩阵是在单元特性读入的同时形成并放置到磁带上的，因此在这阶段只需要附加很少的高速存贮。与单元有关的矩阵

一起，相应的单元连接数组（向量 LM）也存放在磁带上。向量 LM 是数组 ID 和由本单元有关的各结构节点建立的。桁架单元的典型元件的连接数组见图 1—3。

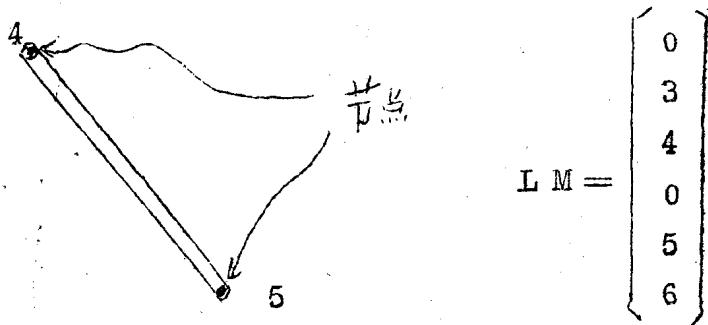


图 1—3 对桁架实例的一个典型元件的连接数组（向量 LM）

单元矩阵是成批计算的，即一批内全部单元总是同时计算的，这样，每批单元仅调用一次相应的单元子矩阵。在所有的单元矩阵建立以后，ID 和 X、Y、Z 数组不再需要了，相应的存储区可用于形成结构矩阵和后来用于求解平衡方程。

§ 3—3 结构刚度矩阵和质量矩阵的形成

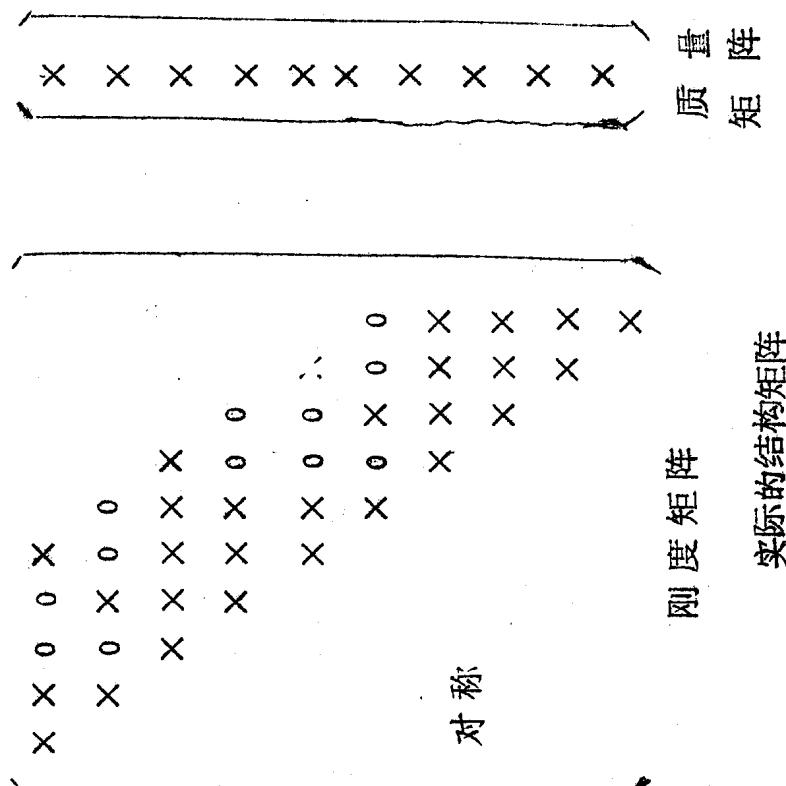
结构刚度矩阵和质量矩阵是分块形成的，如图 1—4 所示的桁架实例，每块内的方程数决定于可用的高速内存，并在程序内计算如图 1—6 所示。要注意的是对于静力和动力分析，在适当规模的计算机上能分析很大的结构系统，按已知的每块内方程数，刚度矩阵和质量矩阵由单元矩阵直接迭加，一次组集成两块。在这过程中需要扫描存储在磁带上的单元矩阵。为了使读带次数减到最少，把扫描过的属于后几个块的单元矩阵记在另一磁带上。用这个方法为形成这几块所需要的读带次数有效地减少。

计算结构刚度矩阵和质量矩阵的程序编制的流程图如图 1—6 所示。用在磁带上分块存放的矩阵，就可以进行静力分析或动力分析。

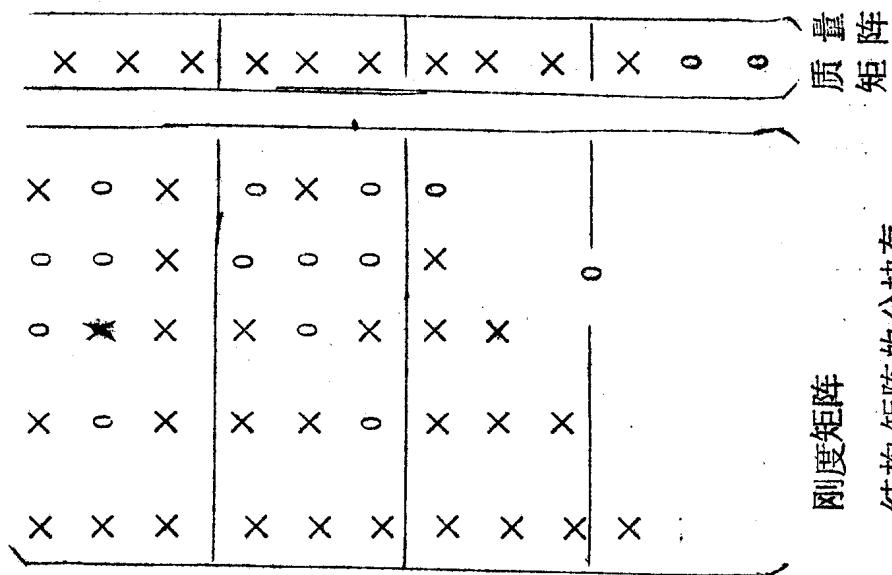
{ 1 · 8 }

$0 = \text{零元素}$

$X = \text{非零元素}$



刚度矩阵
实际的结构矩阵



质量矩阵

刚度矩阵

质量矩阵

图 1—4 刚度矩阵和质量矩阵在磁带上的存贮
结构 矩阵的分块存储

可用的高速存贮地址数

计算能形成结构刚度矩阵和质量矩阵
的最大块容量

静力求解 $Ku=R$

②方程的
最大块容量

计算频率和振型

$$K\Phi = M\Phi \omega^2$$

若(1)表示方程可在磁心存贮器内形成
计算行列式求解是否可能

(1) 和 (2) 的最小数
是求解的每块容量

运动方程组的
直接积分

计算能分解刚度矩阵
的最大块容量

计算时间积分阶段
允许的最大块容量

(1)、(5) 和 (6) 中最小的数
是求解的每块容量

图 1—6 表示计算每块的方程数的流程图

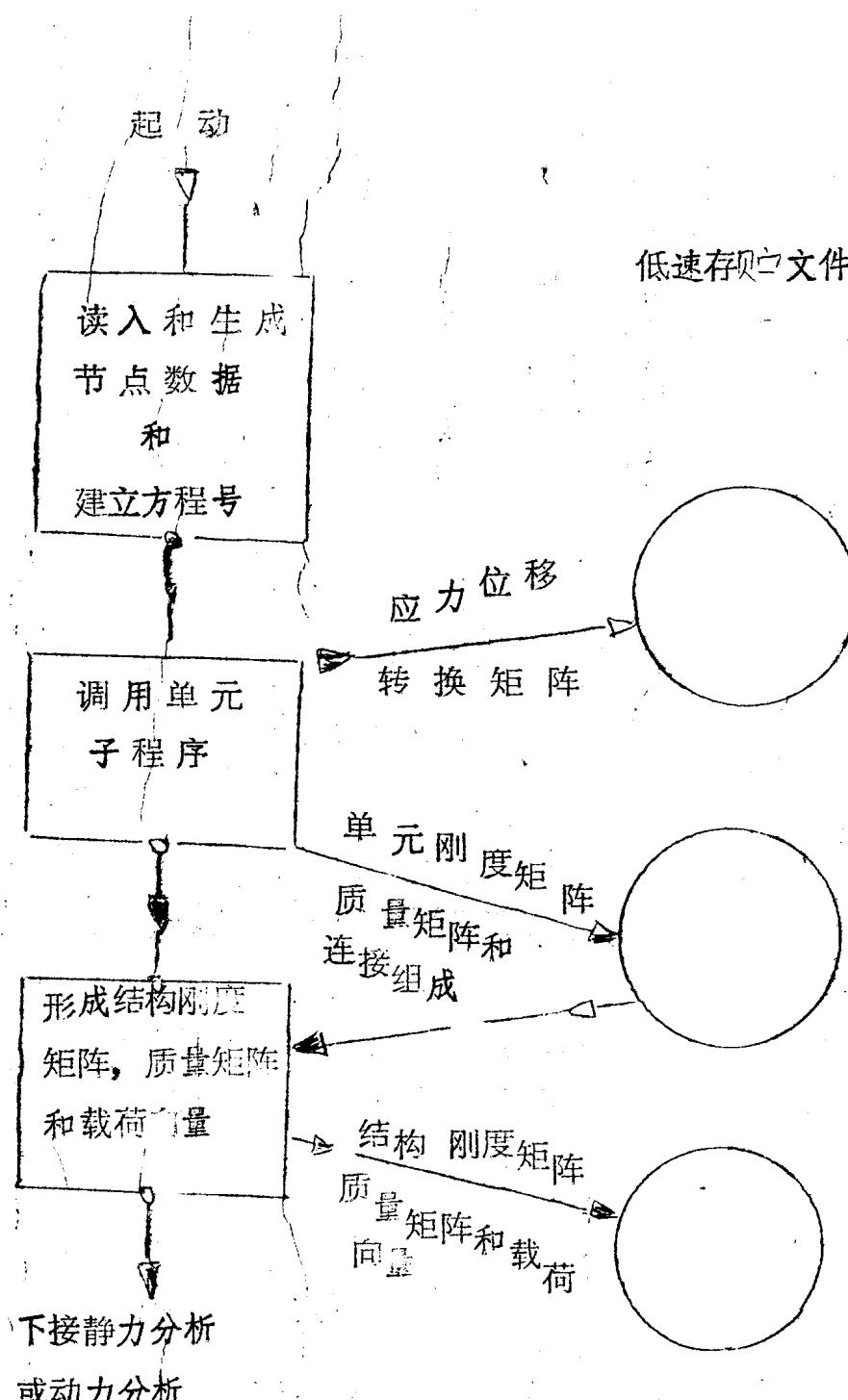


图 1—6 结构刚度矩阵和质量矩阵
计算的流程图

4、单元库

SAP IV 的单元库包含有 8 种不同的单元类型。这些单元可用于静力分析，亦可用于动力分析。它们如图 1—7 所示，并在下面作简要的叙述。

4·1 三维桁架单元

桁架单元刚度矩阵的推导在文献 [20]、[25] 中给出，桁架单元可承受均匀的温度变化。

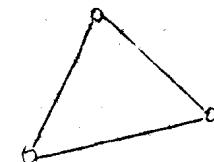
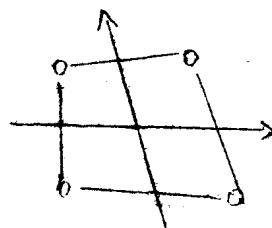
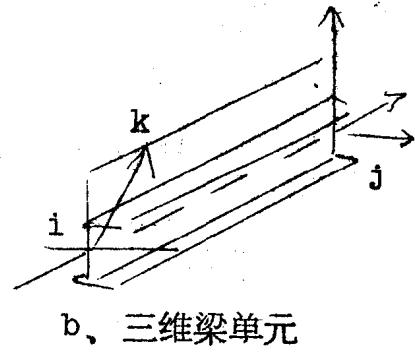
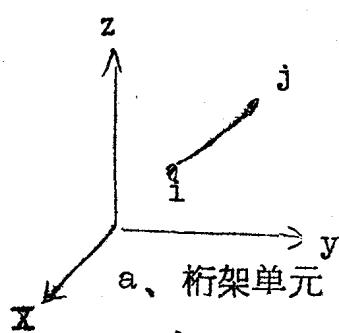
4·2 三维梁单元

在程序中包含的梁单元考虑扭转、绕两个轴的弯曲、轴向变形和剪切变形。单元是棱柱形的。它的刚度特性的推导是标准的，并在参考文献 [20] 中给出。三个方向的惯性载荷和给定的固端力形成了单元的载荷工况，按梁的局部座标系统计算力（轴向力和剪切力）和力矩（弯矩和扭矩）。

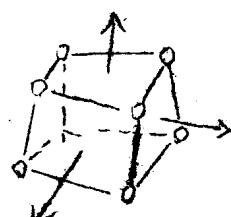
一个典型的梁单元如图 1—7 b，所示，定义为为主惯轴的那个平面是由 i, j, K 平面确定。节点 K 仅用来确定几何位置，因此，在计算程序中不因节点 K 而增加自由度。梁元件的特殊选择是梁的端点在几何上可约束于一个主节点，梁的端点的从属自由度可从公式中消去并用主节点的自由度来取代 [16][25]。这方法减少了系统中节点平衡方程的总数（然而可能增加其带宽）。并且（在许多结构类型中）可大大地降低数值的敏感性。这种方法在建筑分析中可用于确定刚性楼板。

4·3 平面应力、平面应变和轴对称单元

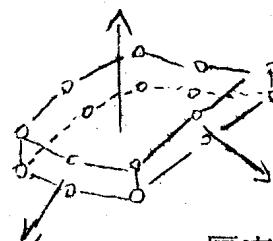
可用具有正交各向异性材料特性的平面应力四边形（或三角形）单元，每个平面应力单元可以有不同的厚度，且可位于三维座标系统中的任意平面内。平面应变单元和轴对称单元都限于 Y—Z 平面。



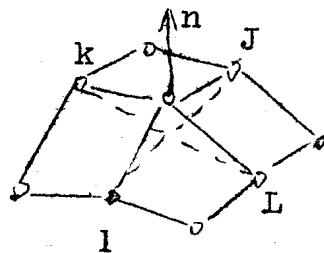
c、平面应力平面应变和轴对称单元



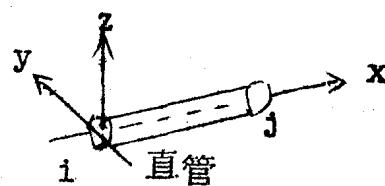
d、三维实体单元



e、厚壳单元



f、薄壳单元和边界单元



g、管单元

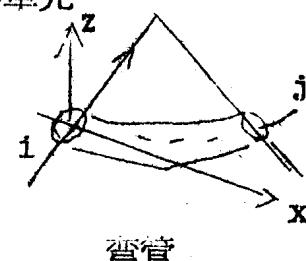


图1—7 SPA IV 的单元库

内，可有重力，惯性力和流度载荷。可计算出在单元形心和单元每边中点的应力。单元是以等参数公式(17), (30)为基础的。为了改善单元的弯曲特性可包含有不协调的位移模式(25), (28)。

4·4 三维实体单元

可使用一个一般的8节点“块状”单元，每节点具有三个平移自由度见图1-7d。假定是各向同性特性材料，由温度载荷，表面压力和三个方向的惯性力载荷组成单元载荷。可计算出在单元的形心和在单元每面中心的应力(六个分量)。

4·5 厚壳单元

对于厚板或厚壳的分析可用16节点的曲线等参数实体单元(25), (30)，采用纯移动的位移避免了与薄壳公式中法向转动自由度有关的数值计算上的困难(11)。块体和厚壳单元在公式中应用了不协调的位移模式。在扭曲了的单元中所得到的精度一般地说是不满意的。块体和厚壳单元不久将采用一个简单的8到20个节点的单元来取代，而在这种单元中选择了一种特殊的不协调位移模式。

4·6 薄板和薄壳单元

在程序中所用的薄壳单元是由四个协调三角形单元形成的任意四边形单元，单元的弯曲和平面应力特性在参考文献(10), (12)中已叙述。薄壳单元使用常应变三角形单元和LCCT9单元分别描述薄膜和弯曲特性。中心节点是位于四个角节点的平均坐标处。这种单元有六个内部自由度，而在组集以前在单元的范围内把它消去了。因此所得到的四边形单元有24个自由度，即在总体坐标系中每节点有六个自由度。

在平板的分析中与垂直于壳体表面的转动有关的刚度不能确定，因此，在分析中必须不包括垂直于薄壳的转动自由度。对于曲面壳体，