电子仪器

内部科技参考資料

中国人民解放軍七六四八部队

目 录

分析电子綫路的一般化方法

电子綫路分析方法的簡述

随着无綫电技术和它的許多部門的发展，电子管和半导体三极管电路更加复杂了，使用了新元件，电子器件的功用扩大了，它們的可靠性与准确性提高了。在这些条件下，对于电子綫路的分析方法也提高了要求。

在科学研究与工程設計工作的实踐中也更强烈地感觉到需要这样一种方法，即把普遍性和簡单性結合起来，并同时把分析过程最大限度地自动化。

在最近十年內，提出了許多分析电子綫路的不同方法。它可以分为二組：属于第一組的方法是把电子管与半导体三极管用它們的等效电路来代替，而属于第二組的方法是把复杂的电路分解为較簡单的多极电路。

*

I. 等效电路的方法

等效电路法是第一組的最大特点。它的起源与20年代馬·阿·勃要一勃洛揚維奇提出的概念有关，他把电子管看成一个电源，电源电压等于电子管静态放大系数与作用在柵阴极間电压的乘积，而电源內阻等于电子管的內阻。这样，就得到了无柵流工作的三极管的第一个等效电路。藉此，电子綫路就变为比較习惯的有电压源和无源二端网絡的电路。这一步的最重要的意义是用等效电路代替了电子綫路就可能应用古典电路理論的方法。

后来由于B·И·西福洛夫与許多其他学者提出了高頻三极管等效电流源的二象性电路，电子管等效电路的数目增多了。近来，更出現了許多不同的半导体三极管的等效电路。

等效电路法，在无綫电技术中，曾起过并将继續起很大的作用。几乎所有无綫电技术方面的科学与教学文献都采用这个方法。在最近时間出版的A·A·里茲金书著是一个特别的例子，它在短时期内出了三版。在教学文献中应当指出的是M·A·勃奨—勃留揚維奇，Б·П·阿賽也夫，B·A·卡捷里尼可夫和A·M·尼可拉也夫的无綫电技术教程及Г·И·西福留夫，C·H·克里捷等的教科书。

在最近几年出現了一系列方法，也用相应的电子管与半导体三极管等效电路，但画等效电路的并解电路方程的方法不同。这样，米薩利用了定向图的拓扑理論，并提出了一系列的关系，利用这些关系根据綫路可以写出放大系数。

也有人建議完全不用写出等效电路的方程，而是根据电路的变換定律来逐次地消去节点，一直变換到把电路变成一个二端网絡为止，这时就可以簡单地写出所要求的关系。这种方法称为归算法。最后曾提出理想的多端网絡元——回轉器和理想的功率轉換器，借此，可把电子綫路化到更便于分析的形式。

所有这些方法的共同缺点是必須預先变換电路，以及在等效电路中有不独立的电源。如果在比較簡单的情况下，这个缺点几乎不明显，那么电路复杂了以后，应用这个方法就有相当大的困难，至于說到归算法，甚至在簡单的情况下，实际上也不用，因为輸入电流和不独立的电源要用控制元件兩端的电压（电子管与半导体三极管）的电流和电压来表示。

2. 分解綫路的方法

第二組可以包括四端网絡与多端网絡的方法，以及子电路的

方法。

它們的根据是把复杂的电路分解为以一定形式联接的四端网絡与多端网絡，或在最一般情况下把电路分解为多极的子电路。所有这些方法广泛地应用矩陣代数学。

四端网絡的正规联接理論在无綫电技术中得到最大的推广，这一原理是苏联的 Э·B·齐良河与德国的斯托良克尔，和菲里特克良尔提出的。这个理論在 Ю·T 卫立契卡书著中得到継續的发展。它曾成功地并仍应用在滤波器、长綫电路及最簡单的电子綫路的計算。四端网絡理論的进一步推广可以扩大它的应用范围，但它的基本关系和应用方法已是相当的复杂了。

电子綫路一系列理論問題，用 Э·B·齐良河的基本书籍中所提出的多端网絡理論可以成功地解决。但是把多端网絡理論，特別是轉移多端网絡推广到电子綫路中未必正确，因为在大多数情况下要求很煩杂的矩陣运算。

把复杂电路分解为子电路的最一般形式是 Г·E·普海夫子电路法，这个方法的特殊情况就是四端网絡与多端网絡法。如果四端网絡和多端网絡法是更簡单的四端网絡与多端网絡变成一定形式的联接，那么 Г·E·普海夫的方法可以应用到多极子电路的任何联接，而所有电路矩陣—矢量的参数可以根据子电路的参数，用一个共同公式来計算。

第二組方法的共同缺点是必須預先把电路分解为較多簡单的子电路。此外电路的矩陣—矢量参数，常常要由子电路的矩陣与矢量的复杂的代数运算来决定。

3. 克朗的矩陣—~~七~~张量法

占上述二組方法的中間位置的是克朗的矩陣—張量法。Г·克朗用不对称耦合的二端网絡所組成的等效电路去代替电子管，从而与第一組方法結合在一起。以后，如同第二組方法一样，用

了分解为子电路的概念，故等效电路化简到“基本电路”这些基本电路有包含电源的自己閉合的单独支路。并保存了原始等效电路原有的耦合。电路的参数要由基本电路的矩陣—矢量的参数变换得到。

克朗的方法，由于形式主义的結构和論証上的錯誤，在国内和国外刊物上受到了尖銳的批評。在任何情况下，分析电子管与半导体三极管，他找不到广泛的实际应用。

4、分析电子綫路的一般化方法

在1951-1954年作者曾試图把电路理論中早已熟悉的回路电流与节点电压的方法普遍化，使得这个方法可以直接应用到电子綫路，結果得出了分析电子綫路的一般方法。几乎同时在外国（在美国、英国、意大利、挪威等国）出現了一系列在题目和內容上相近的寻找分析电子綫路新方法的文章。

与无源和有源的二端网絡（电阻、电容、电感、能源）不同，电子管与半导体三极管是多极的元件。此外，已經不能把它們分为无源及有源的元件。它与其他元件不連接时，电子管与半导体三极管本身是无源的（在它們的接头上沒有电流与电压的交变成分）。同时在电路中，它們以能源出現，也就是有源元件，但是它們的有源性取决于作用在它們极上的电压和电流。从物理上說，在这种元件上有內能的控制过程，因此它們称为控制元件。根据Э·B·齐良河的分类，被控制的与无源的元件属于不自备式的多端网絡，而有独立电源的系統属于自备的多端网絡。

因此电子管与半导体三极管电路是有多端网絡元件的电路的特殊情形，它的理論見作者的书籍。

分析电子綫路一般化方法的特点

对于分析电子綫路来說，节点电压的一般化方法較方便，并

的 在大多数实际碰到的情况下，可以用节点对的正則方程組作为計算未知量的方程組，在正則方程組的节点电压法的例子里，我們指出一般化的方法的实质和重要特点。

众所周知，綫性电路节点电压

$$u_1, u_2, \cdots u_n$$

的方程組可写成下列形式：

$$\left.\begin{aligned}
\dot{J}_1 &= Y_{11}u_1 + Y_{12}u_2 + \cdots + Y_{1n}u_n \\
\dot{J}_2 &= Y_{21}u_1 + Y_{22}u_2 + \cdots + Y_{2n}u_n \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\dot{J}_n &= Y_{n1}u_1 + Y_{n2}u_2 + \cdots + Y_{nn}u_n
\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

这里 $\dot{J}_1$，$\dot{J}_2 \cdots$，$\dot{J}_n$ 是取决于电源参数的数值，而系数 Y_{ks}（$K, S=1, \cdots n$）由不自备元件（无源二端网絡的，电子管与半导体三极管的）的参数确定。方程（1）写成矩陣形式是

$$\begin{array}{c|c|} 1 & \dot{J}_1 \\ 2 & \dot{J}_2 \\ \cdots & \cdots \\ N & \dot{J}_n \end{array} = \begin{array}{c|cccc|} & 1 & 2 & \cdots & n \\ \hline 1 & Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ 2 & Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n & Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{array} \quad \begin{array}{c|c|} 1 & u_1 \\ 2 & u_2 \\ \cdots & \cdots \\ n & u_n \end{array} \tag{2}$$

或者更简单些：

$$J = YU, \tag{3}$$

这里 J 是給定的矢量，Y 是电路的导納矩陣，U 是节点电压的

矢量（待求的矢量），也就是

$$
J=\begin{array}{c|c|}
1 & \dot{J}_1 \\
2 & \dot{J}_2 \\
\cdots & \cdots \\
n & \dot{J}_n
\end{array};\quad
Y=\begin{array}{c|cccc|}
 & 1 & 2 & \cdots & n \\
1 & Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\
2 & Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
n & Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn}
\end{array};
$$

$$
U=\begin{array}{c|c|}
1 & u_1 \\
2 & u_2 \\
\cdots & \cdots \\
n & u_n
\end{array}。\qquad (4)
$$

如果给定的矢量 J 和电路矩阵 Y 为已知，则未知的节点电压 u 可以从方程（3）解出，也就是

$$U=Y^{-1}J \qquad (5)$$

这里 Y^{-1} 是矩阵 Y 的反矩阵，分量 U 的第 K 个分量，也就是从电路基点到第 K 个节点所读出来的节点电压 u_k，的公式是

$$u_k=\frac{1}{\Delta}\sum_{s=1}^{n}\Delta_{sk}\dot{J}_s \quad (K=1,2\cdots,n)，\qquad (6)$$

这里 Δ 是电路矩阵的行列式，而 Δ_{sk} 是代数余因式，它由行列式中 Δ 中去掉 s 行与 k 列，并乘以 $(-1)^{k+s}$ 所组成。

公式（6）是克兰米尔代数定律。它表明，任何一个节点电压都可以求得，只要知道行列式 Δ（或电路的矩阵）和给定的

$j_1, j_2 \cdots\cdots j_n$ 的数值（或給定矢量 J）

1. 第一个特点——所研究的电路是原始綫路

一般化方法的第一个特点是，分析时的原始电路就是原来的电子綫路本身，而不是它的等效电路（如在第一組方法中），也不是被分解了的电路（如在第二組方法中）。这个特点很重要，因为它取消了中間的等效电路，也避免了分解复杂电路为子电路时的各种問題。

为了利用节点电压的一般化方法，必須在这个电路中选择一个节点基点，而把其余的节点按順序編上号碼，从1到n，如同在图1。此时我們取节点电压

$$u_1, u_2, \cdots\cdots, u_n$$

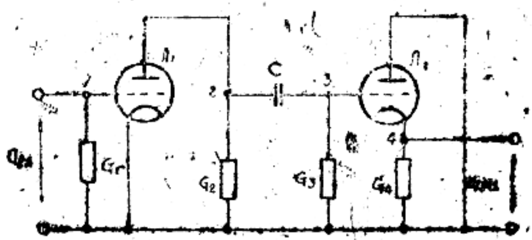

图 1

的方向为从基点到电路相应节点的方向。

2. 第二个特点——从研究的綫路直接写出綫路的矩陣。

下一个步驟——写出綫路的方程。如上述在第一組方法中一般采用基尔霍夫定律。也可以根据一般的規則写出等效电路的节点方程。但是此时由于在等效电路中有不独立的电源在方程（1）的左边出現了也与节点电压有关的一些項。所以，如果我們今后

希望采用节点方程式(1)，那么必須把等效电路的方程式变换，即把包含节点电压那些項移到方程的右边。

在第二組方法中，利用了分解后最簡单的子电路的表格式的矩陣—矢量参数，这些参数根据相应的公式計算。此时必須作矩陣与矢量的复杂代数运算。

与此不同节点电压一般化方法，从原始电路直接根据极簡单的定则写出导納矩陣。此时只需要排出多极元件的矩陣。

例如，理想三极管（图2）的矩陣有下列形式：

$$\begin{array}{c|c|c|c|}
 & 1 & 2 & 3 \\
\hline
1 & & & \\
\hline
2 & S & Gi & -(S+Gi) \\
\hline
3 & -S & -Gi & S+Gi \\
\hline
\end{array} \qquad (7)$$

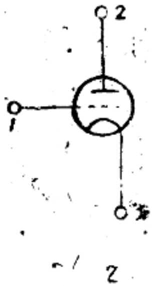

图2

这里 S 是三极管的跨导，$Gi=\frac{1}{Ri}$ 是内部电导。这个矩陣行与列的数目取决于这个元件极的数目。

应当指出：三极管的矩陣元每一行与每一列的和等于零（这是基尔霍夫第一定律的結果），由此，有时它称为不确定的矩陣。

写出电子管綫路矩陣的过程如下：准备一个正方形表格，在水平与垂直两边的方格数等于电路按順序編号的节点数 n，例如

图1的电路，必須准备兩边都有四个方格的一張表格。然后，先不用管电子管，只考虑无源二端网絡，写出电路的矩陣。

	1	2	3	4
1	G_1			
2		$G_2+j\omega C$	$-j\omega C$	
3		$-j\omega C$	$G_3+j\omega C'$	
4				G_4

考虑电子管时，必須首先得出理想三极管（图2）各极的表格符号与电路相应节点的号碼之間的关系。写出三极管 $Л_1$ 与 $Л_2$ 的矩陣，并标出与三极管电极相应电路节点（在括弧內）此电路节点的記号。

	1(1)	2(2)	3(0)
1(1)			
2(2)	S_1	G_{i1}	$-(S_1+G_{i1})$
3(0)	$-S_1$	$-G_{i1}$	S_1+G_{i1}

	1(3)	2(0)	3(4)
1(3)			
2(0)	S_2	G_{i2}	$-(S_2+G_{i2})$
3(4)	$-S_2$	$-G_{i2}$	S_2+G_{i2}

把这些矩陣元列入我們的表格中，使得它們的位置对应于括弧中的号碼，这样，我們便得到整个电路的导納矩陣。

	1	2	3	4
1	G_1			
2	S_1	$G_2+j\omega C+G_{i1}$	$-j\omega C$	
3		$-j\omega C$	$G_3+j\omega C$	
4			$-S_2$	$G_4+S_2+G_{i2}$

如上所見，这个矩陣直接地从所研究的电路中写出，而不需要任何計算。这就是一般化方法的第二个特点。

3. 第三个特点——典型解的应用

电子綫路照例是有一个或二个輸入端的系統。在第一种情况下，它們变为轉移四端网絡，在网絡的輸入端加上电压 U_{BX}，而在輸出端接上負載 Y_H（图3）。不象第一組的方法，每次都要

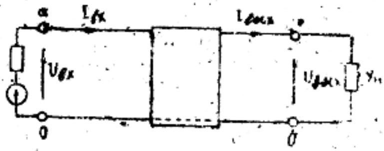

图3

解出节点方程，这里可以用电路的行列式和矩陣的代数余因式来表示电路，然后利用这样得到的典型解去分析具体电路。

在大多数情况下，輸入端与輸出端有一共同的节点，作为基点。用 a 表示輸入端节点，b 表示輸出端节点，并考虑到不等于零的給定的矢量

$$j_a = I_{BX},\quad j_b = -I_{BblX}。$$

根据公式（6）可以写出：

$$\left.\begin{aligned} U_{\text{вх}}=u_a=\frac{1}{\Delta}(\Delta_{aa}I_{\text{вх}}-\Delta_{ba}I_{\text{вых}}) \\ U_{\text{вых}}=u_b=\frac{1}{\Delta}(\Delta_{ab}I_{\text{вх}}-\Delta_{bb}I_{\text{вых}}) \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

由此代入$I_{\text{вых}}=Y_{\text{н}}U_{\text{вых}}$，得到了負載为$Y_{\text{н}}$时的説明电路的数值，例如，电压傳輸系数由下列等式表示：

$$K_U=\frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}}=\frac{\Delta ab}{\Delta_{aa}+Y_{\text{н}}\Delta_{aa,bb}}。\quad (9)$$

这里，$\Delta_{aa,bb}$是为二次的代数余因式，是从行列式Δ中去掉第a与第b行及第a与第b列而得的。

空載（$Y_{\text{н}}=0$）时，电压傳輸系数由公式（9）有下列形式：

$$K_U^0=\left(\frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}}\right)Y_{\text{н}}=0=\frac{\Delta ab}{\Delta_{aa}} \quad (10)$$

显然在組成电路矩陣时，如果已把負載导納考虑在内，应該用公式（10）；如果这个导納沒有考虑在内，必須用公式（9）。在我們的例子里用公式（10），求得

$$(a=1,\ b=4)$$

$$K_U^0=\frac{\Delta_{14}}{\Delta_{11}}$$

代数余因式Δ_{14}与Δ_{11}可立刻从以前得到的矩陣写出：

$$\Delta_{14}=-\begin{vmatrix} S_1 & G_2+j\omega C+G_{11} & j\omega C \\ 0 & -j\omega C & G_3+j\omega C \\ 0 & 0 & -S_2 \end{vmatrix}=-j\omega CS_1S_2,$$

$$\Delta_{11}=\begin{vmatrix} G_2+j\omega C+G_{i1} & -j\omega C & 0 \\ -j\omega C & G_3+j\omega C & 0 \\ 0 & -S_2 & G_4+S_3+G_{i2} \end{vmatrix}$$

$$=(G_4+S_2+G_{i2})[(G_2+G_{i1})(G_3+j\omega C)+j\omega CG_3],$$

因此最后得到

$$K_U^0=\frac{-j\omega CS_1S_2}{(G_4+S_2+G_{i2})[(G_2+G_{i1})(G_3+j\omega C)+j\omega CG_3]}$$

典型解的应用是一般化方法的第三个特点。因此，不必要如第一組方法，每次都要写出并解方程組。只是把电路矩陣的代数余因式的相应数値代入現成的公式。

4. 第四个特点——以一般形式分析电路群

一般化方法中应用典型解的优点是，这些解可以用同一个电路矩陣行列式的代数余因式来表示。这样就可能用一般形式去分析整个电路群。

在把包括同一个行列式的代数余因式的公式作各种变换时，可以利用行列式理論中的一些定理。最方便的是关系式[39]

$$\Delta_{ab}\Delta_{cd}-\Delta_{ad}\Delta_{cb}=\Delta\Delta_{ab,cd}, \tag{11}$$

在[37]中証明：代数余因式根据下列公式可以相加减：

$$\Delta_{ab}+\Delta_{ac}=\Delta_{a(b-c)}, \tag{12}$$

$$\Delta_{ab}-\Delta_{ac}=\Delta_{a(b+c)}, \tag{13}$$

$$\Delta_{ab}+\Delta_{cb}=\Delta_{(a-c)b}, \tag{14}$$

$$\Delta_{ab}-\Delta_{cb}=\Delta_{(a+c)b}, \tag{15}$$

在这些等式右边的数値称为行列式Δ的总的代数余因式。单独的下标 a 或 b 表示被去掉的行与列的号碼。在括弧中的下标表明，如何从二行或二列組成一行或一列；第一个下标确定行与列的号碼，这一行或列与第二个下标所表示的行或列根据相应的符号（正或负）相加，由这样方法所得到的行列式符号由因子

$(-1)^{a+b}$决定，也就是，如果单独的和括弧中第一个下标的总数为偶数，则为正；如果这总数为奇数，則为負。

还应指出，总的代数余因式的下标移动的規則：

$$\Delta_{a(b-c)} = \Delta_{a(c-b)}, \tag{16}$$

$$\Delta_{a(b+c)} = -\Delta_{a(c+b)}, \tag{17}$$

二次代数余因式的下标移动規則写成下列形式：

$$\Delta_{ab.cd} = -\Delta_{ad.cb} = -\Delta_{cb.ad} = \Delta_{cd.ab}; \tag{18}$$

利用公式（11）—（18）不展开行列式与它的代数余因式就可以分析一般形式的典型解。我們用有两个輸入的减法电路作例子来說明这一問題。

如果輸入电压 U_{Bx1} 与 U_{Bx2} 及輸出电压 U_{Bblx} 都从基点計算（图4）的，那么，利用关系式（11），根据公式（6）可以得到下列等式：

$$U_{Bblx} = \frac{\Delta_{ac.bb}U_{Bx1} + \Delta_{bc.aa}U_{Bx2}}{\Delta_{aa.bb}} \tag{19}$$

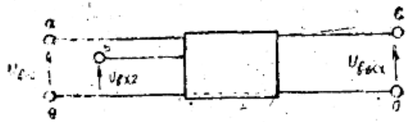

图 4

根据这一公式，如果已知导納矩陣，我們便可以写出任何减法的輸出电压。但是还可以进一步。我們試图得到一般形式的条件，在此条件下，电路是减法电路，当这一条件不满足时，也可以得到相减的誤差。为此，变换（19）式为下列形式：

$$U_{вых}=\frac{\Delta_{ac.bb}-\Delta_{bc.aa}}{2\Delta_{aa.bb}}(U_{вх1}-U_{вх2})$$

$$+\frac{\Delta_{ac.bb}+\Delta_{bc.aa}}{\Delta_{aa.bb}}\cdot\frac{U_{вх1}+U_{вх2}}{2}。$$

我們把分子用写为总的代数余因式

$\Delta_{ac.bb}-\Delta_{bc.aa}=\Delta_{ac.bb}+\Delta_{ac.ba}=\Delta_{ac.b(b-a)}$;

$\Delta_{ac.bb}-\Delta_{bc.aa}=\Delta_{ac.bb}-\Delta_{ac.ba}=\Delta_{ac.b(b+a)}$;

然后，我們得到 $U_{вых}$ 的公式:

$$U_{вых}=\frac{\Delta_{ac.b(b-a)}}{2\Delta_{aa.bb}}(U_{вх1}-U_{вх2})$$

$$+\frac{\Delta_{ac.b(b+a)}}{\Delta_{aa.bb}}\ \frac{U_{вх1}+U_{вх2}}{2}。$$

由此可見：为了得到减法电路在理想情况下必須遵守下列条件:

$$\Delta_{ac.b(b+a)}=0。\qquad(20)$$

此时

$$U_{вых}=\frac{\Delta_{ac.bb}}{\Delta_{aa.bb}}(U_{вх1}-U_{вх2})。\qquad(21)$$

如果不滿足条件（20），那么相减誤差的数值可以根据下式求出:

$$r=\frac{2\Delta_{ac.b(b+a)}}{\Delta_{ac.b(b-a)}}\qquad(22)$$

因此，可以以一般的形式把减法电路分析到底。关系式（20）—(22) 比（19）式更簡单。可以直接用它来分析具体的减法电路。

例如假定要求分析图 5 的减法电路。当二个电子管参数都一

样时，它的导納矩陣有下列形式：

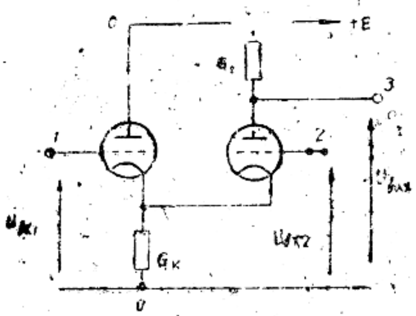

图 5

	1	2	3	4
1				
2				
3		S	G_a+G_i	$-(S+G_i)$
4	$-S$	$-S$	$-G_i$	$G_k+2(S+G_i)$

在現在条件下

$$a=1,\ b=2,\ c=3,$$

因此

$$\Delta_{13,2(3+1)}=\begin{vmatrix} S & -(S+G_i) \\ -2S & G_k+2(S+G_i) \end{vmatrix}=-SG_k$$

可見

$$\Delta_{13,2(3+1)}\neq 0,$$

因此，电路参数有这些数值时不能滿足准确减法的条件。决