

# 初中数学复习教材

( 代 数 )

北京市教育局中教处编

## 前 言

为了使本市初中补习班的学生能较系统的学好初中数学基础知识，并在能力上有一定提高，我们根据全日制十年制初中数学教学大纲的基本要求和学生的实际文化程度，编写了《初中数学复习教材》，其内容包括代数、几何两部分，都是基本知识和基本练习。可作为初中补习班复习教材用，也可作为初中学生自学用。

参加本书编写工作的有韩本如、梁玉光、黄光柏、姚麟书、韩康年、李树平、徐有标等同志。

由于时间仓促，水平有限，教材中一定会有缺点和错误，望广大师生予以指正。

北京市教育局中教处

九八一年九月

# 目 录

## 第一章 实数系

- 一、有理数和实数的概念.....( 1 )
- 二、有理数运算.....( 4 )

## 第二章 代数式

- 一、整式.....( 33 )
- 二、因式分解.....( 50 )
- 三、分式.....( 64 )
- 四、无理数与根式运算.....( 94 )

## 第三章 方程、方程组和不等式

- 一、一元一次方程.....( 154 )
- 二、一元一次不等式.....( 160 )
- 三、二元一次方程组.....( 171 )
- 四、一元二次方程.....( 180 )
- 五、分式方程.....( 191 )
- 六、无理方程.....( 193 )
- 七、二元二次方程组.....( 196 )
- 八、应用问题.....( 201 )

## 第四章 指数和常用对数

- 一、指数.....( 218 )
- 二、常用对数.....( 227 )

## 第五章 函数及其图象

- 一、平面直角坐标系.....( 255 )
- 二、函数.....( 269 )

# 第一章 实数系

## 一、有理数和实数的概念

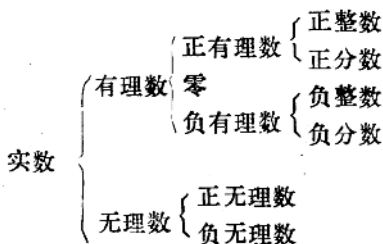
1.1、实数系：正负整数、正负分数以及零统称有理数。有理数都可以表示为既约分数（分子分母没有1以外的公约数）的形式。例如  $0.2 = \frac{1}{5}$ ， $2 = \frac{2}{1}$ ， $0.666 = \frac{2}{3}$

无限不循环小数叫无理数。如  $\sqrt{2}$ ， $\pi$ ，

1.357182543782159...

有理数和无理数统称实数。

以上所说的数可归纳为下表：



### 练习

- 1、指出下列各数中哪些是（1）整数，（2）正数，（3）分数，（4）有理数，（5）无理数，（6）实数。

$4, -5, 0, \pi, -\frac{1}{8}, \sqrt{2}, \frac{3}{4}, 3.14, 3.14587285\dots$

2、(1) 如果只有整数，能计算  $2 \div 3$  吗？有了分数呢？

(2) 如果只有正数能计算  $2 - 3$  吗？有了负数呢？

(3) 正方形面积是 4 平方尺，求边长；

(4) 正方形面积是 2 平方尺，求边长；

如果没有无理数，能计算边长的精确值吗？

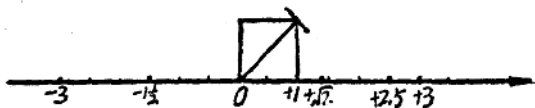
(5)  $2\sqrt{3}$  是不是实数？是不是偶数？

(6) 什么数是质数？什么数是合数？全体质数和合数称为什么数？ $-8$  是不是合数？

1.2、数轴：规定了原点、正方向和长度单位的直线叫做数轴。

例：在数轴上记出下列各数：

$+1, -3, +2.5, -1\frac{1}{2}, 0, +3, \sqrt{2}$ 。



任意一个实数，可以用数轴上唯一的一个点来表示，反过来，数轴上的任何一个点，都表示唯一的一个实数，这叫做实数和数轴上的点的一一对应。

### 练习

画一条数轴，并在数轴上记出下列各数：

$$2, -4, 1, 0, -\frac{1}{2}, \sqrt{2}$$

### 1.3、相反数和绝对值:

只有符号不同的两个数,叫做互为相反数。例如+5和-5互为相反数。零的相反数是零。

一个实数的绝对值就是在数轴上表示这个数的点和原点的距离。正数的绝对值是它本身,负数的绝对值是它的相反数,零的绝对值是零。上述定义用式子表示就是:

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

表示一个数的绝对值,我们在这个数的两旁各画一条竖线。

例如+4的绝对值记作 $|+4|$ , -6的绝对值记作 $|-6|$ 。

$$\text{例 } | +8 | = ? \quad | -8 | = ? \quad | +0.25 | = ? \quad | 0 | = ? \\ | -\sqrt{3} | = ?$$

$$\text{解: } | +8 | = 8; \quad | -8 | = 8; \quad | +0.25 | = 0.25; \\ | 0 | = 0; \quad | -\sqrt{3} | = \sqrt{3}.$$

### 练 习

1、求出下列各数的相反数:

$$3, -2, -1, 80, 0, -\frac{7}{8}.$$

2、求 $|-3|$ ,  $|+1.5|$ ,  $|0|$ ,  $|-\sqrt{2}|$ ,  $|-3745|$ ,  $|m|$   
( $m > 0$ ),  $|m|$  ( $m = 0$ ),  $|m|$  ( $m < 0$ ),  $|a-3|$   
( $a \leq 3$ )。

1.4、实数大小的比较:(只要求会比较有理数的大小)

设任意两个实数 $\alpha$ 、 $\beta$ 分别与数轴上的点A、B对应，我们规定：

如果A在B的左边，那么 $\alpha < \beta$ ；

如果A和B重合，那么 $\alpha = \beta$ ；

如果A在B的右边，那么 $\alpha > \beta$ 。

可以知道：正数都大于零，负数都小于零，两个负数绝对值大的反而小。

例：比较 $-\frac{2}{3}$ 与 $-\frac{3}{4}$ 的大小；

解： $\left| -\frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ ， $\left| -\frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ ，

$$\therefore -\frac{2}{3} > -\frac{3}{4}。$$

### 练 习

1、比较下列每对数的大小：

- (1)  $-6$  和  $-4$ ； (2)  $-3$  和  $+1$ ；  
(3)  $-8$  和  $-15$ ； (4)  $-1$  和  $0$ ；  
(5)  $-1.9$  和  $-2.1$ ； (6)  $-0.75$  和  $-0.748$   
(7)  $-\frac{1}{2}$  和  $-\frac{1}{4}$ ； (8)  $-\frac{4}{5}$  和  $\frac{3}{4}$ 。

2、把三个数从小到大排列，再用“ $<$ ”连接。

- (1)  $3$ ， $-5$ ， $-4$ ； (2)  $-6$ ， $-16$ ， $-11$ 。

## 二、有理数运算

2.1、约数和倍数：如果有自然数 $a$ 、 $b$ ， $a+b=c$   $c$ 为整数，那么称 $a$ 是 $b$ 的倍数， $b$ 是 $a$ 的约数。例如 $6+3=2$ ， $6$

是3的倍数，3是6的约数。

一个数的约数只有有限个，其中最小的约数是1，最大的约数是它本身；一个数的倍数无限多，最小的倍数是它本身。

### 练 习

1、下面每组数中，哪一个数是哪一个数的约数，哪一个数是哪一个数的倍数？

78和6； 18和90； 35和140； 85和17。

2、下面的数各有哪些约数？

6， 10， 23， 48， 60， 75， 80， 96。

3、100以内的数哪些是9的倍数，哪些是15的倍数。

### 2.2、能被2、5、3整除的数的特征：

日常生活中我们说的双数即2的倍数，叫做偶数，我们还规定0算偶数。如果 $n$ 是整数，偶数可用 $2n$ 表示。日常生活中说的单数，叫做奇数，奇数可以表示为 $2n+1$ 或 $2n-1$ 。

个位数字是偶数的数能被2整除，个位数字是奇数的数不能被2整除。例如382，490能被2整除，887不能被2整除。

个位数字是0或5的数能被5整除，否则不能被5整除。例如：365，8700能被5整除，104不能被5整除。

一个数的各个数位上数字之和是3的倍数的能被3整除，否则不能被3整除。例如1014， $1+0+1+4=6$  6是3的倍数，所以1014能被3整除；又例如417能被3整除，362不能被3整除。



## 练 习

1、指出下列各数中哪些能被2整除、被3整除、被5整除。

28, 35, 36, 42, 49, 50, 51, 71, 80, 85,  
103, 204, 570, 715。

2、把下列分数化成小数，并记住它们的结果以便应用。

$\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{5}{8}$ ,  $\frac{7}{8}$ 。

### 2.3、质数与合数：

一个自然数，如果只有1和它本身两个约数，这个数叫质数。例如3，11，29，83等。

如果除1和它本身外还有别的约数，这个数叫合数。例如4、6、18，40等。

规定1不算质数。

自然数按能否被2整除可分为奇数偶数两类；按照除1和本身以外有没有其它约数，可分为质数、合数、“1”三类。

下面是100以内的质数表：

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37,  
41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89,  
97。

## 练 习

1、熟练说出20以内的质数。

2、下面各数哪些是质数？哪些是合数？

33, 37, 57, 73, 87, 91, 101, 139。

3、把下面的小数化成分数，并记住结果以便应用。

0.5, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 0.25, 0.75, 0.125,  
0.375, 0.625, 0.875。

#### 2.4、分解质因数：

任何一个合数都可以化成几个质数的积，这几个质数叫做这个合数的质因数。把一个合数用质因数相乘的形式表示出来叫做分解质因数。

通常把一个合数分解质因数用短除法做，先用一个能整除这个合数的质数去除这个数，得出的商如果是质数，就把除数和商写成相乘的形式，得出的商如果是合数，再用一个能整除这个商的质数去除这个商……直到商是质数为止，然后把各除数和最后的商写成连乘的形式。

例：把60, 225分解质因数：

$$\begin{array}{r} \text{解：} \quad 2 \overline{)60} \qquad \qquad 5 \overline{)225} \\ \quad 2 \overline{)30} \qquad \qquad 5 \overline{)45} \\ \quad 3 \overline{)15} \qquad \qquad 3 \overline{)9} \\ \quad \quad 5 \qquad \qquad \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5,$$

$$\therefore 225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

#### 练 习

1、用口算把下面各数分解质因数。

8, 10, 35, 42, 45, 77, 34, 38, 39, 51。

2、把下面各数分解质因数。

54, 65, 72, 87, 140, 270, 248, 315。

#### 2.5、最大公约数：

如果a是b的约数也是c的约数，那么a叫b、c的公约数。几个数的公约数中最大的叫这几个数的最大公约数。

例如：12和18的公约数有2、3、6，最大的公约数是6。

两个数的公约数只有1，把它们叫做互质数。如22和35。互质数指的是两个数的关系，与质数是不同的概念。

求几个数的最大公约数可以用它们的公共质因数除它们，直到几个数的商只有公约数1为止，所得的除数的乘积就是这几个数的最大公约数。

例1、求36、60的最大公约数：

$$\begin{array}{r} \text{解：} \quad 2 \overline{) 36 \quad 60} \\ \quad \quad 2 \overline{) 18 \quad 30} \\ \quad \quad \quad 3 \overline{) 9 \quad 15} \\ \quad \quad \quad \quad 3 \quad 5 \end{array}$$

$\therefore$ 最大公约数是  $2 \times 2 \times 3 = 12$ 。

例2、求12，24，42的最大公约数：

$$\begin{array}{r} \text{解：} \quad 2 \overline{) 12 \quad 24 \quad 42} \\ \quad \quad 3 \overline{) 6 \quad 12 \quad 21} \\ \quad \quad \quad \quad 2 \quad 4 \quad 7 \end{array}$$

$\therefore$ 12、24、42的最大公约数是  $2 \times 3 = 6$ 。

### 练习

1、求下面各组数的最大公约数：

28和70； 45和54； 26和65； 24、36和60；

18、24和32； 15、30和90；

2、把下列分数化成最简分数：

$\frac{30}{135}$ ，  $\frac{34}{51}$ ，  $\frac{60}{72}$ ，  $\frac{7}{35}$ ，  $\frac{12}{60}$ ，  $\frac{15}{80}$ ，  $\frac{18}{72}$ ，  $\frac{38}{57}$ 。

2.6、最小公倍数：

a是b的倍数，也是c的倍数，那么a叫做b、c的公倍数。  
b、c的公倍数中最小的叫b、c的最小公倍数。

求几个数的最小公倍数的方法是用几个数的公约数连续去除，再用各商中任意两个或两个以上的数的公约数去除，不能整除的数照写下来，一直除到这几个数中任何两个数的商都是互质数为止。所有除数和最后的商的乘积，就是这几个数的最小公倍数。

例：求36，33，60的最小公倍数。

$$\begin{array}{r|l} 3 & 36 \quad 33 \quad 60 \\ \hline 2 & 12 \quad 11 \quad 20 \\ 2 & 6 \quad 11 \quad 10 \\ \hline & 3 \quad 11 \quad 5 \end{array}$$

∴36、33、60的最小公倍数是

$$3 \times 2 \times 2 \times 3 \times 11 \times 5 = 1980$$

两个数中，若大数是小数的倍数，那么大数就是这两个数的最小公倍数。例如100与25的最小公倍数是100。

两个数互质，那么它们的乘积就是它们的最小公倍数。例如8和9的最小公倍数是 $8 \times 9 = 72$ ；2，3，5的最小公倍数是 $2 \times 3 \times 5 = 30$ 。

### 练 习

1、求下面各组数的最小公倍数：

20和24， 56和63， 30和45， 36和54，  
21和15， 18和30， 42和7， 14和15，  
15和20， 10和9， 17和51， 35和140。

2、求各组数的最小公倍数：

4、8和12， 24、30和36， 9、15和18，  
5、15和25， 8、9和12， 26、30和39。

3、你能说出求最大公约数和最小公倍数在方法上的相同和不同点吗？

### 2.7、有理数的加法：

法则：同号相加取原来的符号，绝对值相加；异号相加，取绝对值较大的加数的符号，并且用较大的绝对值减去较小的绝对值；两个相反的数相加得零；一个数和零相加仍得这个数。

例1、计算  $(-3) + (-9)$ ；  $(-\frac{1}{2}) + (+\frac{1}{3})$ ；

$$(-5) + (+5)； \quad (-5.38) + 0。$$

解：  $(-3) + (-9) = -12$ ；  $(-\frac{1}{2}) + (+\frac{1}{3}) = -\frac{1}{6}$ ；

$$(-5) + (+5) = 0； \quad (-5.38) + 0 = -5.38。$$

加法运算定律有交换律： $a + b = b + a$ ；

结合律： $(a + b) + c = a + (b + c)$ 。

运用这两个定律可以使计算简便。

例2、计算： $(-19) + (-38) + (-81)$ 。

解： $(-19) + (-38) + (-81)$

$$= (-19) + (-81) + (-38)$$

$$= -138。$$

例3、计算： $(+116) + (-85) + (+24) + (-25)$

解： $(+116) + (-85) + (+24) + (-25)$

$$= [(+116) + (+24)] + [(-85) + (-25)]$$

$$= (+140) + (-110)$$

$$= +30$$

例4、计算： $(+7) + (+5) + (-4) + (+6) + (+4) +$

$$(-3) + (-8) + (-2)$$

$$\begin{aligned}
 \text{解: } & (+7) + (+5) + (-4) + (+6) + (+4) + (-3) + \\
 & (-8) + (-2) \\
 & = [(-4) + (+4)] + [(+5) + (-3) + (-2)] + \\
 & \quad [(+7) + (+6) + (-8)] \\
 & = 0 + 0 + (+5) \\
 & = +5.
 \end{aligned}$$

### 练 习

#### 1、口答:

$$\begin{aligned}
 & (+3) + (-8), \quad (-3) + (-8), \quad (+3) + (+8), \\
 & (-3) + (+8), \quad (-10) + (+6), \quad (+12) + (-4), \\
 & (-5) + (-7), \quad (+6) + (+9), \quad (+67) + (-73), \\
 & (-84) + (-59), \quad (+33) + (+48), \quad (-56) + (+37).
 \end{aligned}$$

#### 2、计算:

$$\begin{aligned}
 & (1) (-0.9) + (-2.7); \quad (2) (+3.8) + (-8.4); \\
 & (3) (-0.5) + (+3); \quad (4) (+3.92) + (+1.78); \\
 & (5) (+7) + (-3.04); \quad (6) (-2.9) + (-0.31); \\
 & (7) (+\frac{2}{5}) + (-\frac{3}{5}); \quad (8) (-\frac{1}{8}) + (-\frac{2}{8}); \\
 & (9) (-\frac{1}{2}) + (-1\frac{1}{3}); \quad (10) (-\frac{5}{6}) + (-\frac{3}{8}); \\
 & (11) (-\frac{3}{7}) + (+\frac{3}{8}); \quad (12) (-\frac{5}{12}) + (+\frac{7}{18}).
 \end{aligned}$$

#### 3、计算:

$$\begin{aligned}
 & (1) (+5) + (-6) + (+3) + (+9) + (-4) + (-7); \\
 & (2) (-0.8) + (+1.2) + (-0.7) + (-2.1) + (+0.8) \\
 & \quad + (+3.5);
 \end{aligned}$$

$$(3) \left(+\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(+\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right).$$

※ 4、高斯是一百多年前德国的数学家，高斯十岁的时候，一次算术课上，老师出了道题： $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100$ ，同学们都急忙算起来，高斯先没有算，他看了一会才动手，但他最先算出。他的算式是 $(1 + 100) \times (100 + 2) = 101 \times 50 = 5050$  你能说出他计算的道理吗？

5、你能在 1 分钟里算完下面几题吗？

(1)  $345 + 678 + 555 + 222$ ;

(2)  $(+879) + (789) + (-79)$ ;

(3)  $95 + 96 + 97 + 98 + 99$ ;

(4)  $103 + 104 + 105 + 106 + 107$ ;

(5)  $996 + 997 + 998 + 999$ 。

## 2.8、有理数减法：

法则：减去一个数等于加上这个数的相反数。

例：计算  $(+7) - (-3)$ ；       $(-5) - (-3)$ 。

|                  |                 |
|------------------|-----------------|
| 解： $(+7) - (-3)$ | $(-5) - (-3)$   |
| $= (+7) + (+3)$  | $= (-5) + (+3)$ |
| $= +10$ ;        | $= -2$ 。        |

## 练 习

1、口答：

$$(+8) - (+5); \quad (+8) - (-5); \quad (+6) - (+9);$$

$$(+6) - (-9); \quad (-6) - (+4); \quad (-6) - (-4);$$

$$(-7) + (+8); \quad (-7) - (-8); \quad (+9) - (+4);$$

$$\begin{aligned}
 & (+9) - (-4); \quad (+4) - (+9); \quad (-9) - (-4); \\
 & (-5) - (-5); \quad (+5) - (-5); \quad (-5) - (+5); \\
 & 0 - (-5); \quad (-5) - 0; \quad 0 - 0; \quad 0 - (+1).
 \end{aligned}$$

2、计算:

$$\begin{aligned}
 & (-0.25) - (-\frac{1}{3}); \quad (+0.125) - (-\frac{3}{7}); \\
 & (-\frac{1}{8}) - (+0.345); \quad (-0.798) - (-\frac{7}{8}); \\
 & (-\frac{3}{8}) - (-0.375); \quad (-0.75) - (-\frac{1}{4}); \\
 & (-\frac{4}{15}) - (-\frac{5}{12}); \quad (+\frac{7}{18}) - (-\frac{1}{12}).
 \end{aligned}$$

### 2.9、加减法统一成加法:

式子 $(-20) - (+5) + (+3) - (-7)$ 里有加法也有减法, 可以据减法法则改成 $(-20) + (-5) + (+3) + (+7)$ 。一切加法和减法运算都可以统一成加法运算, 在一个和里通常将加号省略不写, 例如 $(-20) + (-5) + (+3) + (+7)$ 可写成 $-20 - 5 + 3 + 7$ , 读作负20、负5、正3正7的和, 也可以读作负20减5加3加7。

例: 计算:  $(+\frac{1}{3}) - (+\frac{1}{2}) + (-\frac{3}{4}) - (-\frac{2}{3})$ 。

解: 
$$\begin{aligned}
 & (+\frac{1}{3}) - (+\frac{1}{2}) + (-\frac{3}{4}) - (-\frac{2}{3}) \\
 & = (+\frac{1}{3}) + (-\frac{1}{2}) + (-\frac{3}{4}) + (+\frac{2}{3}) \\
 & = +\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$



$$= +\frac{1}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$$

$$= 1 - 1\frac{1}{4} = -\frac{1}{4}。$$

### 练习

#### 1. 计算:

$$(1) (+\frac{2}{5}) - (-\frac{3}{5}); \quad (2) (-\frac{1}{2}) - (+\frac{1}{3});$$

$$(3) (+2\frac{2}{3}) - (+1\frac{3}{4}); \quad (4) (-\frac{3}{4}) - (-\frac{5}{6});$$

$$(5) 0 - (-\frac{7}{8}); \quad (6) (-1) - (+1\frac{2}{3})。$$

#### 2. 把下列各式写成省略加号的和的形式:

$$(1) (+10) + (-8) - (-4);$$

$$(2) (-3) - (-7) + (+6);$$

$$(3) (-5) + (-6) - (-7) - (+3);$$

$$(4) (-0.1) - (-0.2) - (+0.3) - (-0.4)。$$

#### 3. 计算

$$(1) 3 - 8, \quad (2) -4 + 7, \quad (3) -6 - 9,$$

$$(4) 8 - 12, \quad (5) -15 + 7, \quad (6) 0 - 2,$$

$$(7) -5 - 9 + 3, \quad (8) 10 - 17 + 8。$$

$$(9) -1 - 2 - 3 - 4 - 5, \quad (10) -8 + 12 - 16 - 23,$$

$$(11) -4.2 + 5.7 - 8.4 + 10,$$

$$(12) 6.1 - 3.7 - 4.9 + 1.8,$$

$$(13) \frac{1}{3} - \frac{2}{3} + 1, \quad (14) -\frac{1}{4} - \frac{5}{6} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}。$$