

中国造船工程学会船舶力学学术委员会  
第四届波浪外载荷学术  
讨 论 会

論 文 集

(波浪载荷及动力响应学组)



1985

中国造船 编辑部

## 目 录

1. 有双壳构造的大开口船体剖面扭转强度分析 ······ 杨代盛 (1)
2. 单点铰支集油柱的水弹性分析 ······ 曹志强 李维扬 (13)
3. 对我国钢质海船入级与建造规范总强度要求的分析 ······ 桑国光 (26)
4. 浅吃水肥大型船型船首底部砰击强度计算 ··· 周如钰 梁文娟 陈高增 (52)
5. 油轮波浪载荷直接计算法探讨 ······ 郭昌捷 王育英 马骏 (64)
6. 双体船连桥外力计算研究现状和方向 ······ 孔炳庆 (71)
7. 二阶慢变力在单点系泊系统设计中的应用 ······ 潘惠泉 郭亚斌 (81)
8. 油轮纵强度可靠性分析的半概率方法 ······ 张圣坤 (88)
9. 单点系泊系统缓慢漂移运动分析 ······ 薛为一 (97)
10. 应用结构可靠性原理研究船舶结构的安全性 ······ 桑国光 (111)
11. 利用 Monte-Carlo 法计算船体梁的抗弯能力 ······ 桑国光 (123)
12. 水—船相对位置 ······ 罗继才 贺仁一 (135)
13. 波浪对海洋桩基平台的动力作用 ······ 穆瑞佳 (145)
14. 驱逐舰波浪弯矩计算波高的确定 ······ 陈瑞章 薛金陵 (160)
15. 肥大型船前端底部砰击试验与计算的比较 ······ 陈超核 (166)
16. 正交法在船体结构优化设计及计算中的应用 ······ 李周杰 (175)

# 有双壳构造的大开口船体剖面扭转强度分析

杨代盛  
(上海交通大学)

**摘要** 本文用解析法分析了有双壳构造的大开口船体剖面的扭转。对开口薄壁剖面和闭式薄壁剖面都以

$$\omega = \int (p - \bar{\tau}) dA$$

来定义剖面上各点的扇性面积坐标(对开口剖面  $\bar{\tau} = 0$ )。因之，可用以计算有开口薄壁构件和闭式薄壁构造组合的船体剖面的扭转特性，据此用 BASIC 语言编制了程序可较准确地算出剖面的扭心、扇性惯性矩  $J_\omega$ 、纯扭转惯性矩  $J_K$ 、对扭心的积惯性矩  $I_p$  以及限制扭转的有关参数  $\beta = I_p / (I_p - J_K)$ 、 $\lambda = \sqrt{GJ_K / \beta E J_\omega}$  和  $K = \sqrt{G I_p / \beta E J_\omega}$ ，并输出剖面上各点的扇性面积坐标  $\omega_0$  和扇性面积静矩  $S_\omega$  的分布。

有双壳构造的大开口船体剖面是具有开口部份和封闭部份的组合剖面。除了应按照开口薄壁结构考虑扭转外，还必须考虑封闭剖面的扭转。

## 1. 开口薄壁梁的扭转

有大开口的单壳船体剖面和开口薄壁结构一样，故按开口薄壁结构计算其抗扭刚性，计算时假设：

- (1) 剖面的外廓形状不变，称为刚周边假定；
- (2) 薄壁的中面无剪切变形。

设  $w$  为轴向(即船长方向  $z$ )位移， $v$  为切向( $s$  方向)位移，则中面的剪切变形

$$\gamma = \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial s} = - \frac{\partial v}{\partial z}$$

而

$$v = p\varphi$$

$\varphi$  是剖面的扭角， $p$  是扭心到剖面上计算点的切线的垂直距离。于是

$$\frac{\partial v}{\partial z} = p\varphi'$$

$$\frac{\partial w}{\partial s} = -p\varphi'$$

$$w = -\varphi' \int_0^s p ds + w_0$$

定义

$$\int_0^s p ds = \omega(s) \quad (2)$$

为扇形面积或称为  $s$  点的扇性坐标。

纵向位移  $w$  又称为翘曲位移函数。成为

$$w = -\varphi' \omega(s) + w_0(z) \quad (3)$$

$$\text{翘曲正应力 } \sigma_w = E\varepsilon = E(\partial w / \partial z) = E(-\varphi' \omega(s) + w'_0(z))$$

由于轴向力  $N = 0$ ，可得

$$\int_A \sigma_w dA = E \left( \int -\varphi'' \omega(s) + w'_0(z) t ds \right) = 0$$

即

$$-\varphi''(z) \int_0^b \omega(s) t ds + w'_0(z) \int_0^b t ds = 0$$

于是得

$$\begin{aligned} w'_0(z) &= -\frac{\varphi''(z)}{A} \int_0^b \omega(s) t ds \\ \sigma_w &= -E\varphi'' \left[ \omega(s) - \frac{\int_0^b \omega(s) t ds}{A} \right] = -Ew_0\varphi'' \end{aligned} \quad (4)$$

式中

$$\omega_0 = \omega(s) - \frac{\int_0^b \omega(s) t ds}{A} \quad (5)$$

$A$  是整个剖面的断面积， $b$  是剖面周边的终点， $o$  是起点， $t$  是薄壁厚度。

$w_0$  称为主扇性坐标，因为满足整个剖面的扇性静力矩

$$S_w = \int_0^b \omega_0 t ds = 0$$

的这个条件。

由薄壁微块的平衡条件如图 1 可得

$$\frac{\partial q}{\partial s} + t \frac{\partial \sigma_w}{\partial z} = 0$$

所以剪流

$$q = - \int_0^s \frac{\partial \sigma_w}{\partial z} t ds + q_i$$

而

$$\frac{\partial \sigma_w}{\partial z} = - E \omega_0 \varphi'''$$

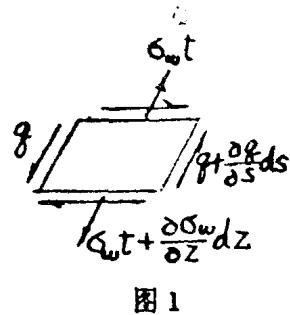


图 1

$$q = E \varphi''' \int_0^s \omega_0 t ds + q_i$$

如从自由边开始计算  $q$  值，则  $q_i = 0$ 。

$$\text{剪流 } q = E \varphi''' \int_0^s \omega_0 t ds = E \varphi''' S_\omega(s) \quad (6)$$

式中

$$S_\omega(s) = \int_0^s \omega_0 ds \quad \text{称为扇性静矩。}$$

由剪流  $q$  在剖面上形成的扭矩称为翘曲扭矩，即

$$T_\omega = \int_s^b q \cdot p ds = \int_s^b q d\omega_0$$

由分部积分得

$$\int_s^b q d\omega_0 = q \omega_n \Big|_{s=0}^{s=b} - \int_s^b \frac{\partial q}{\partial s} \omega_0 ds$$

因

$$q \omega_0 \Big|_0^b = 0 \text{ 及 } \frac{\partial q}{\partial s} = - \frac{\partial \sigma_w}{\partial z} t$$

代入得

$$T_\omega = - E \varphi''' \int_s^b \omega_0^2 t ds = - E \varphi''' J_\omega \quad (7)$$

式中

$$J_\omega = \int_s^b \omega_0^2 t ds \quad (\text{扇性惯性矩}) \quad (8)$$

因此在开剖面受限制扭转的情况下，剖面受的外扭矩  $T$  为纯扭矩  $T_K$  与翘曲扭矩  $T_\omega$  之和，即

$$T = G J_K \varphi' - E J_\omega \varphi''' \quad (9)$$

这就是开口薄壁梁扭转的基本微分方程，或将其微分一次以分布扭矩  $m_K$  表示

$$m_K = GJ_K \varphi'' - EJ_\omega \varphi''' \quad (9a)$$

定义双力矩  $B_\omega$  为

$$B_\omega = \int_A \sigma_\omega \cdot \omega_0 dA \quad (10)$$

则

$$\sigma_\omega = \frac{B_\omega}{J_\omega} \omega_0 \quad (11)$$

$$T_\omega = \frac{\partial B_\omega}{\partial z} \quad (12)$$

但船体剖面纯属开式单壳构造的不多，一般多用双壳、双底构造来加大抗扭刚度，故还必须考虑闭剖面薄壁梁的扭转。

## 2. 闭剖面薄壁梁的扭转

设剖面由许多封闭区域组成，每一封闭域的剪切变形积分一周后应为 0。

即

$$\oint_1 \gamma ds = 0$$

或

$$\oint_1 \frac{q}{Gt} ds = 0 \quad (13)$$

而

$$q = q_0 + q_1 \quad (14)$$

$q_0$  是翘曲剪应力，等于  $(T_\omega / J_\omega) \cdot S_\omega$ ， $q_1$  是第 1 封闭域上假想切开处（作计算起始边）加上的剪力，与  $S$  无关，即 1 封闭域周边上的环流剪力是常数。

代入后得

$$\oint_1 \frac{q_0}{Gt} ds + q_1 \oint_1 \frac{ds}{Gt} = 0 \quad (15)$$

于是

$$q_1 = - \frac{\oint_1 \left( \frac{q_0}{t} \right) ds}{\oint_1 \frac{ds}{t}}$$

如第 1 封闭域与第 J 封闭域相邻，则

$$\oint_1 q_0 \frac{ds}{t} + q_1 \oint_1 \frac{ds}{t} - \sum_j q_j \int_{1,j} \frac{ds}{t} = 0 \quad (16)$$

$\int_{1,j}$  的积分只包含 1 和 J 两封闭域的共壁。

### 3. 闭剖面的自由扭转

仍用开式剖面扭转的刚周边假定，但薄壁中面剪切变形不为0，此时

$$\gamma = \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$\frac{\partial w}{\partial s} = \gamma - \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{q}{Gt} - p\varphi'$$

$$w = \frac{q}{G} \int_0^s \frac{ds}{t} - \varphi' \int_0^s p ds + w_0 \quad (17)$$

对1封闭域积分一周后， $w = w_0$ ，得

$$\frac{q_1}{G} \oint_1 \frac{ds}{t} - \varphi' 2A_1 = 0$$

$A_1$ 是1封闭域的面积，因而

$$\varphi' = \frac{q_1}{2A_1 G} \oint_1 \frac{ds}{t} \quad (18)$$

因为1封闭域上的扭矩

$$T_{Ki} = \oint_1 q_1 p ds = q_1 \cdot 2A_1$$

于是

$$q_1 = \frac{T_{Ki}}{2A_1}$$

$$\varphi' = \frac{T_{Ki}}{4A_1 G} \oint_1 \frac{ds}{t} = \frac{T_{Ki}}{G \oint_1 \frac{ds}{t}} = \frac{T_{Ki}}{G J_{Ki}} \quad (19)$$

式中 $J_{Ki} = 4A_1^2 / (\oint_1 \frac{ds}{t})$ ，是1封闭域的纯扭转惯性矩。

(20)

$$\text{将 } \varphi' \text{ 代入 (17) 式得 } w = \frac{q_1}{2A_1 G} \oint_1 \frac{ds}{t} \left( 2A_1 \frac{\int_0^s ds/t}{\oint_1 ds/t} - \omega \right) + w_0$$

令

$$\bar{\tau}_i = \frac{1}{t_i} \frac{2A_1}{\oint_1 \frac{ds}{t}} = \frac{1}{t_i} \frac{1}{2A_1} J_{Ki} \quad (21)$$

及从(18)式

$$\varphi' = \frac{q_1}{2A_1 G} \oint_1 \frac{ds}{t}$$

可得

$$w = -\varphi' (\omega - \int_0^s \bar{\tau}_1 ds) + w_0 = -\varphi' \hat{\omega} + w_0 \quad (22)$$

这和开口剖面的纵向位移的函数形式(3)式相同。 $\hat{\omega}$ 是单位翘曲函数为

$$\hat{\omega} = \omega - \int \bar{\tau} ds = \int (p - \bar{\tau}) ds \quad (23)$$

如果 $\hat{\omega}$ 定义为箱形(封闭)剖面的扇性面积坐标，则可用开口剖面计算的同样方法来计算闭剖面的扭转特性。事实上，对开口剖面也可定义 $\hat{\omega}$ 为其扇性面积坐标。只是 $\bar{\tau} = 0$ 而已。所以就用 $\hat{\omega}$ 来统一定义开口和闭式剖面的扇性面积坐标，并用 $\omega$ 表示。按(23)式定义。

对没有相邻封闭域的单独封闭域<sub>1</sub>讲

$$J_{K1} = \frac{4A_1}{\oint_1 \frac{ds}{t}} = 2A_1 \bar{\tau}_1 t_1$$

并注意到

$$T_{K1} = 2A_1 q_1$$

及剖面上扭率处处相等得

$$\frac{T_{K1}}{J_{K1}} = \frac{T_K}{J_K} \text{, 所以}$$

$$\bar{\tau}_1 = \frac{J_{K1}}{2A_1 t_1} = \frac{J_{K1}}{T_{K1}} \cdot \frac{q_1}{t_1} = \frac{J_K}{T_K} \frac{1}{t_1} \left( \frac{2T_K}{J_K} \bar{q}_1 \right)$$

其中以

$$\frac{2T_K}{J_K} \bar{q}_1 = q_1 \quad (24)$$

$T_K$  和  $J_K$  都是对整个剖面而言，而  $T_{K1}$  和  $J_{K1}$  则是对剖面中的<sub>1</sub>封闭域而言

于是

$$\bar{\tau}_1 = \frac{2\bar{q}_1}{t_1} \quad (25)$$

当<sub>1</sub>封闭域与其他封闭域<sub>j</sub>相邻，则在其共壁上的

$$\bar{\tau}_{1j} = \frac{2(\bar{q}_1 - \bar{q}_j)}{t_{1j}} \quad (25a)$$

由于(18)式

$$\varphi' = \frac{q_1}{2A_1 G} \oint_1 \frac{ds}{t} = \frac{T_K}{G J_K}$$

所以

$$q_1 \oint_1 \frac{ds}{t} = \frac{2T_K}{J_K} A_1$$

则

$$\bar{q}_1 \oint_1 \frac{ds}{t} = A_1 \quad (26)$$

这个方程式组只是对互相独立的封闭域才正确。如与其他封闭域  $J$  相邻，则有其同邻壁，因而上式应改变为

$$\bar{q}_1 \oint_1 \frac{ds}{t} - \sum_j \bar{q}_j \int_{1j} \frac{ds}{t} = A_1 \quad (27)$$

#### 4. 闭剖面薄壁梁的限制扭转

闭剖面薄壁梁自由扭转时，为了考虑闭剖面的环流剪切引起的变形，曾把扇性面积坐标定义为

$$\omega = \int_0^s (p - \bar{t}) ds$$

于是得翘曲纵向位移函数为

$$w = -\varphi' \omega + w_0$$

闭剖面限制扭转时，假定其翘曲位移函数和自由扭转时的形式一样。但用另一函数  $\theta$  来代替  $\varphi'$  以考虑约束时的翘曲正应力和翘曲剪应力对闭剖面的中心线剪切变形的影响，则

$$w = -\theta \omega + w_0 \quad (28)$$

翘曲正应力

$$\sigma_\omega = E \frac{\partial w}{\partial z} = -E \theta' \omega + E w'_0$$

轴向力  $N = 0$  得

$$N = \oint \sigma_\omega t ds = -E \theta' \oint \omega t ds + E w'_0 \oint t ds = 0$$

于是

$$w'_0 = \theta' \frac{\oint \omega t ds}{\oint t ds}$$

令

$$w'_0 = \omega - \frac{\oint \omega t ds}{\oint t ds}$$

$w_0$  为主扇性面积坐标。

翘曲正应力

$$\sigma_\omega = -E \theta' \omega_0 \quad (29)$$

双力矩  $B_\omega(z) = \int_A \sigma_\omega \cdot \omega_0 dA = -E \theta' \int_A \omega_0^2 dA = -E J_\omega \theta''$  (30)

翘曲扭矩

$$T_\omega = \frac{d B_\omega(z)}{dz} = -E J_\omega \theta''' \quad (31)$$

断面总扭矩

$$T = \int_A \tau_T p dA$$

$\tau_T$  为扭转剪应力。如  $\gamma_T$  为扭转剪切变形。

则 
$$T = \int_A G \gamma_T p dA = G \int_A \left( \frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) p dA$$

$$= G \int_A (\varphi' p - \theta (p - \tau) p dA = G I_p \varphi' - G \theta (I_p - J_K)$$
(32)

因 
$$\int_A \bar{\tau} p dA = \int_A \frac{z \bar{q}}{t} p dA = \sum_{i=1}^n 2 \bar{q}_i \oint p ds$$

$$= 4 \sum_{i=1}^n \bar{q}_i A_i = J_K$$

又纯扭矩

$$T_K = G J_K \varphi'$$
, 则

翘曲扭矩  $T_\omega = T - T_K = G (I_p - J_K) (\varphi' - \theta)$  (33)

可见当  $\theta = \varphi'$  时，则只有纯扭矩而无翘曲扭矩。

从 (31) 和 (33) 式可得

$$-E J_\omega \theta'' = G (I_p - J_K) (\varphi' - \theta) (34)$$

解出  $\theta$

$$\theta = \varphi' + \frac{E J_\omega}{G (I_p - J_K)} \theta''$$

由

$$\frac{d T}{d z} = m_K$$

得

$$G I_p \varphi'' - G (I_p - J_K) \theta' = m_K$$

于是

$$\theta' = \frac{I_p}{I_p - J_K} \varphi'' - \frac{m_K}{G (I_p - J_K)} (35)$$

由式 (30)

$$B_\omega(z) = -E J_\omega \theta'$$

并令

$$\beta = \frac{I_p}{I_p - J_K}, K^2 = \frac{G I_p}{\beta E J_\omega}$$

得

$$B_\omega(z) = -\beta E J_\omega \varphi'' + \frac{m_K}{K^2} (36)$$

将 (35) 式求导二次得

$$\theta''' = \beta \varphi''' - \frac{m_K''}{G (I_p - J_K)}$$

对 (34) 式求导一次得  $E J_\omega \theta'''' + G (I_p - J_K) (\varphi'' - \theta') = 0$

消去  $\theta'''$  得

$$\beta E J_\omega \varphi'' + G(I_p - J_K)(\varphi''' - \theta') = \frac{E J_\omega m_K''}{G(I_p - J_K)}$$

把(35)式代入得  $\beta E J_\omega \varphi'' - G J_K \varphi''' = -m_K + \frac{m_K''}{K}$  (37)

这是闭剖面薄壁梁限制扭转的基本微分方程。当  $\beta = 1$ ，且分布扭矩是线性的话， $m_K'' = 0$ ，则和开口薄壁梁限制扭转的基本微分方程式相同。可是一般钢船建造规范给出的集装箱船扭矩沿船长的分布是余弦形式的。所以分布扭矩的二次导数不为0，仍须加以考虑，但由于是已知分布形式，可以和分布扭矩并为一项。所以令

$$m = m_K - \frac{m_K''}{K^2}$$

不过应注意的是

$$m_K = \frac{dT}{dz}$$

而  $m_K'' / K^2$  只是单位长度翘曲扭矩由限制扭转引起的附加部分。(37)式成为

$$\beta E J_\omega \varphi'' - G J_K \varphi''' = -m \quad (37a)$$

这个方程的解是

$$\begin{aligned} \varphi(z) &= \varphi(0) + \frac{\theta(0)}{\beta \lambda} \operatorname{sh} \lambda z + \frac{B_\omega(0)}{G J_K} (1 - \operatorname{ch} \lambda z) \\ &+ \frac{T(0)}{G J_K} \left( \frac{1}{\beta \lambda} \operatorname{ch} \lambda z - \frac{1}{\lambda} \int_0^z ((z-\xi)) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\beta \lambda} \operatorname{sh} \lambda ((z-\xi)) d\xi \right) \end{aligned} \quad (38)$$

式中

$$\lambda^2 = \frac{G J_K}{\beta E J_\omega}$$

并可求得

$$\begin{aligned} \theta(z) &= \theta(0) \operatorname{ch} \lambda z - \frac{B_\omega(0)}{G J_K} \beta \lambda \operatorname{sh} \lambda z + \frac{T(0)}{G J_K} (1 - \operatorname{ch} \lambda z) \\ &+ \frac{1}{G J_K} \int_0^z (1 - \operatorname{ch} \lambda (z-\xi)) m d\xi \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \frac{B_\omega(z)}{G J_K} &= -\frac{\theta(0)}{\beta \lambda} \operatorname{sh} \lambda z + \frac{B_\omega(0)}{G J_K} \operatorname{ch} \lambda z \\ &+ \frac{1}{\beta \lambda} \operatorname{sh} \lambda z + \frac{1}{G J_K} \int_0^z \frac{1}{\beta \lambda} \operatorname{sh} \lambda (z-\xi) m d\xi \end{aligned} \quad (40)$$

$$\frac{T}{GJ_K} = \int_0^Z m_K d\xi \quad (41)$$

当  $\beta = 1$ ,  $m = m_K$  时就是开口薄壁梁弯扭微分方程式(9)的解。初参数  $\varphi(0)$ ,  $\theta(0)$ ,  $B_\omega(0)$  和  $T(0)$  由边界条件决定。如为自由支持, 则扭角为零,  $\varphi = 0$ 。双力矩  $B_\omega = 0$ , 即  $\theta' = 0$ ; 如为刚性固定, 则可写成  $\varphi = 0$  和  $\theta = 0$ , 表示扭角和翘曲均为0。

### 5. 大开口船体剖面扭转特性计算

具有长大舱口的船体, 一般都有双壳和双底而形成许多封闭域, 还有若干高腹板纵桁, 单壳的甲板等。所以剖面有若干封闭域和若干开式薄壁构件, 实际上就是开式薄壁和闭式薄壁构造的组合。只要将1封闭域的  $\bar{\tau}_1$  算出 ( $i = 1, 2 \dots n$ ,  $n$  为封闭域总数。对开域  $\bar{\tau} = 0$ ), 就不难算出剖面的抗扭特性  $J_K$ ,  $J_\omega$  和  $I_p$  以及  $\beta$ ,  $\lambda$  和  $K^2$  等特性参数。计算可按如下步骤进行。

(1) 从方程式组(27)解出  $\bar{q}_i$  ( $\bar{q}_j$  也包括在内);

(2) 按公式(25)及(25a), 即按

$$\bar{\tau}_i = \frac{2\bar{q}_i}{t_i} \quad \text{与} \quad \bar{\tau}_{ij} = \frac{2(\bar{q}_j - \bar{q}_i)}{t_{ij}}$$

等式算出  $\bar{\tau}_i$  及  $\bar{\tau}_{ij}$ 。

注意, 对开式薄壁构件  $\bar{\tau} = 0$ 。

(3) 计算扇性面积坐标, 取船底基线中点为极点及零点。

$$\omega = \int_0^s (p - \bar{\tau}) ds$$

(4) 计算剖面的扭心位置。由于船体剖面一般是对称于y轴的。 $\omega$  成反对称, 所以

$$S_\omega = \int_A \omega dA = 0$$

$$I_{\omega y} = \int_A y \omega dA = 0$$

因而扭心在x轴上的坐标  $x_0 = 0$

$$I_{\omega x} = \int_A x \omega dA \quad (42)$$

$$I_y = \int_A x^2 dA \quad (43)$$

则扭心在y轴上的坐标

$$y_0 = -\frac{I_{\omega x}}{I_y} \quad (44)$$

得扭心位置坐标( $x_0, y_0$ )

(5) 以扭心( $x_0, y_0$ )为极点计算

$$\omega_0 = \omega + v_0 x \quad (45)$$

(6) 计算扇性惯性矩

$$J_\omega = \int_A \omega_0^2 dA \quad (46)$$

自由扭转惯性矩

$$J_K = \sum_i 4\bar{q}_i A_i + \frac{1}{3} \sum_{i,j} t_{i,j} l_{i,j} \quad (47)$$

对扭心的极惯性矩

$$I_p = \int_A p^2 dA \quad (48)$$

(7) 计算翘曲正应力

$$\sigma_\omega = \frac{B\omega}{J_\omega} \omega_0 \quad (49)$$

(8) 计算扭转剪应力

纯扭转剪应力

$$\tau_{s,i} = \frac{T_{K,i}}{J_{K,i}} t_i = \frac{T_K}{J_K} t_i$$

闭域薄壁构件

$$\tau_{s,i} = \frac{T_{K,i}}{J_{K,i}} \bar{\tau} = \frac{T_K}{J_K} \bar{\tau}_i$$

限制扭转剪应力

$$q = -\frac{T\omega}{J_\omega} S_\omega$$

闭式薄壁上的翘曲剪流 $q_0$ 和闭域假想切口上加的常量剪流 $q_1$ 的关系如方程式组(16)。如以

$$q_0 = -\frac{T\omega}{J_\omega} S_\omega$$

$$q_1 = -\frac{T\omega}{J_\omega} S_{\omega,i} \quad (\text{包括 } q_j)$$

代入(16)式可得联立方程组

$$\oint_i \frac{S_\omega}{t} ds + S_{\omega,i} \oint_i \frac{ds}{t} - S_{\omega,j} \int_{i,j} \frac{ds}{t} = 0 \quad (50)$$

式中:  $S_\omega$  为闭域开口后从开口算起的剖面扇性静矩;

$S_{\omega,i}$  为<sub>i</sub>封闭域假想开口后加的常量扇性静矩。

可用解(27)式的同样方法求出各封闭域开口后加的常量扇性静矩 $S_{\omega,i}$ 。但要注意。用

$$\oint_i \frac{S_\omega}{t} ds$$

代替(27)式中的 $A_i$ 再求解。

解得  $S_{\omega_1}$  后，则剖面上各点的扇性静矩一般是

$$\bar{S}_{\omega} = (S_{\omega} - (S_{\omega_1} - S_{\omega_j}))$$

如不是两相邻封闭域的共壁，则  $S_{\omega_j} = 0$ 。于是

$$\text{翘曲剪流 } q = -\frac{T_{\omega}}{J_{\omega}} \bar{S}_{\omega} \quad \text{翘曲剪应力 } \tau_{\omega} = \frac{q}{t}$$

$$\text{总扭转剪应力 } \tau_T = \tau_s + \tau_{\omega} .$$

按上述步骤，用 BASIC 语言编制成计算程序，计算了长航局五千吨《分节 5008》驳的#67 至#68 肋位间剖面的扭转特性，得出结果是：

$$\text{扭心位置 } (x_0, y_0) = (0, -156.314)$$

$$J_{\omega} = 1.59553E+14 ,$$

$$J_K = 5.98803E+07 ,$$

$$I_p = 2.07007E+09 ,$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{GJ_K}{\beta E J_{\omega}}} = 3.74394E-04 .$$

$$\beta = \frac{I_p}{I_p - J_K} = 1.02979 .$$

$$K = \sqrt{\frac{GI_p}{\beta E J_{\omega}}} = 0.0022013 .$$

并输出剖面上各节点的主扇性面积坐标  $\omega_0$ ，可以用以绘成  $\omega_0$  的分布曲线，也就是翘曲正应力的分布形状。

还输出每块板的宽度两端及宽度中点的扇性静置  $\bar{S}_{\omega}$ ，因为扇性静矩沿板宽的分布不是线性，所以增加输出板宽中点的扇性静矩。因为翘曲剪力和  $\bar{S}_{\omega}$  成比例，所以可以用  $\bar{S}_{\omega}$  的分布表示翘曲剪力的分布形式。

## 参考文献

- (1) 黄剑源：“薄壁结构梁的扭转”，人民铁道出版社，1983年。
- (2) 潘介人、顾永宁、张圣坤：“船体弯扭总强度有限元分析”，上海交通大学技术资料，1978年。

# 单点铰支集油柱的水弹性分析

曾志强 李维扬  
(哈尔滨船舶工程学院)

**摘要** 本文首先回顾了过去十几年间有关单点铰支集油柱的发展状况以及关于这类结构的水弹性分析的发展。在《Hydroelasticity of Ships》一书的基础上，对单点铰支集油柱作了水弹性分析。为了说明结构加速度及静水力对响应的影响。本文又讨论了另外几种计算横向分布力和轴向分布力的公式，并进行了比较。为了验证本文基本理论的适用性，制作了三个集油柱模型，在哈船院二十五米长的水池中做了规则波作用下这种结构的水弹性响应的实验。计算和实验结果表明：对于单点铰支集油柱这种既存在着结构加速度、又存在类似刚体的运动的结构来说，用原始的Morrison方程计算作用在柱体上的横向水动力，或者忽略静水力，都是不太合适的；而本文方法所得计算值与实验值的符合程度比较令人满意的。因此认为本文基本理论中的计算横向分布力和轴向分布力的公式较全面、较符合实际情况。

## (一) 概述

随着海上资源的开发，海洋工程得到了迅速的发展。在海洋石油的开发中，油气的输送是一个主要的问题。在早期的开发中，油气的输送一般都是通过在海底铺设油管道来完成的。近年来，海洋石油的开采正在向着远海、深海发展。如果仍然采用铺设油管道这种方法，则有些不合适了。一是铺设海底油管道的费用太高；二是生产周期较长，不适合油田的早期的开采和偏远油田及边缘油田的开采。为了解决这些问题，人们提出了用储油船或储油浮筒加运输船来代替油管道，由此提出了储油船或储油筒的系泊问题。

近年来，采油装置和储油装置的系泊系统已由过去的多点系泊向单点系泊系统(SPPMS)发展。在单点系泊系统中，大致可分为两大类：一类是CALM(Cable anchor leg moorings)装置，一类是SALM(Single anchor leg moorings)装置。本文所研究的单点铰支集油柱就是一个SALM装置。

总的说来，SALM装置的发展历史是比较短的。从第一个SALM装置的投产使用到现在，还不到二十年。1969年，由ESSO Standard Libya在利比亚的Marsa el Brega建造了世界上第一个SALM装置。它的历史不长，发展却很快。到1980年为止，

世界上共有十几个 SALT 装置先后投入使用。其中，最深的 SALT 位于英国北海地区，为 126 米；系泊能力最大的 SALT 在沙特阿拉伯，为 750 Kdwt。

对单点铰支集油柱进行水弹性分析，还只是近年来的事。水弹性力学的实质就是把结构与流体结合在一起进行研究。考虑流固耦合作用，通过线性模态分析的途径建立流体与结构的统一运动（耦合运动）方程式，使强度分析变得更为合理，并把运动分析和强度分析结合起来，使之协调一致。

在参考文献〔1〕中，Bishop 和 Price 提出了分析 SALT 装置的水弹性理论，并计算了一个理想化镜质单点铰支集油柱，计算结果包括前四阶结构固有频率、位移、弯矩和剪力模态曲线以及干模态的广义质量矩阵和广义刚度矩阵。

本文的研究是在 Bishop 和 Price 提出的分析 SALT 装置的水弹性理论，并计算了一个理想化钢质单点铰支集油柱，计算结果包括前四阶结构固有频率、位移、弯矩和剪力模态曲线以及干模态的广义质量矩阵和广义刚度矩阵。

本文的研究是在 Bishop 和 Price 提出的分析单点铰支集油柱的水弹性理论的基础上进行的，对其中的一部作了一定的修改和补充，力求使其更符合实际情况一些。本文将首先给出经过修改和补充以后的水弹性理论，然后比较计算和实验结果，并进行某些讨论。

## (二) 基本理论

在分析中，为了使问题简化，不考虑单点铰支集油柱与储油船或储油浮筒之间的耦合运动。集油柱（包括浮体）考虑为一变断面的非均匀梁。一端铰支，一端完全自由。

作用在结构上的载荷包括下面几部份：

- (1) 轴向分布力：重力、水压力在轴向的分量；
- (2) 横向分布力：水动力、静水力（本文称之为回复力）；
- (3) 横向集中力：系泊力。

结构型式、作用在柱体上的外载荷以及结构微段的受力状态分别见图 1、图 2。

其中， $Z$  为轴向分布力， $T$  为轴向张力， $Q$  为系泊力， $X$  为横向分布力， $M$ 、 $V$  分别为弯矩、剪力。

### 1. 基本假设

- (1) 平载面假设——柱体为铁木辛柯梁。
- (2) 小变形假设——使结构各物理量间的关系保持在线性范围内，以便水弹性分析能在线性范围内进行。

(3) 粘性阻尼假设——结构的广义阻尼力与广义变形速率成正比；流体阻尼力与流体质点对结构的相对运动速度的平方成正比；忽略回转运动的流体阻尼。

本文只研究和讨论柱体在波浪和流（波流同向）方向的平面运动，称之为横向运动。

### 2. 基本方程

坐标系如图 1。设柱体结构在  $X$  方向即横向的位移量为  $u(z, t)$ ，由弯矩引起的剖面转角记为  $\theta(z, t)$ ，剪切变形为  $\gamma(z, t)$ ，忽略不计  $z$  方向的拉压变形。

通过分析结构单元的受力状态以及在外力作用下的变形状态，并将各力加以整理，

可得结构单元的动平衡方程如下：

$$x \text{ 方向: } \mu \ddot{u} = x + v' + (T\theta)' \quad (1)$$

$$\text{矩平衡: } I_y \ddot{\theta} = M' + v + T\theta - Tu' \quad (2)$$

$$z \text{ 方向: } T' + z = 0 \quad (3)$$

根据变形的几何关系，可得几何方程：

$$u' = \theta + \gamma \quad (4)$$

根据粘性阻尼假设，可得物理方程：

$$v = KGA(\gamma + \alpha \dot{\gamma}) \quad (5)$$

$$M = EI(\theta' + \beta \dot{\theta}') \quad (6)$$

其中， $\mu$ 、 $I_y$ ——结构的质量和转动惯量分布；

$\alpha$ 、 $\beta$ ——结构的剪切和弯曲阻尼；

$KGA$ 、 $EI$ ——结构的抗剪和抗弯刚度。

在上面以及以后的方程中，物理量上边加点表示该量对时间求导；右上角加撇表示该量对位置坐标求导。

### 3. 主模态分析

根据前面所给出的平衡方程、几何方程和物理方程，就可对单点铰支集油柱进行主模态分析和响应分析。

进行主模态分析时，假定结构无结构阻尼，又因为是干模态分析，无流体存在，故不存在横向分布力 $x$ ，并假定轴向力 $T$ 与时间无关，只是位置坐标的函数，故有：

$$\alpha = 0, \quad \beta = 0, \quad x = 0, \quad T(z, t) = T(z)$$

为了用模态理论考察“湿”柱体的响应，还必须对“干”柱状态附加一个假设。即：

即使柱体在真空中运动而不受流体力 $x$ 的作用，水压力对轴向力的贡献依然存在，而且取其在柱体静平衡位置时的数值。

引入这个假设的原因在于：轴向力直接影响干柱体的固有频率和主模态。

首先要确定轴向力。根据方程(3)知，轴向力 $T$ 是轴向分布力的积分。一般说来，柱体的轴向分布力 $Z$ 为如下形式：

$$Z(z, t) = Z_p(z) - \mu(z)g + Z_w(z, t) \quad (7)$$

其中。 $Z_p$ 为水压力在 $z$ 方向的分量， $g$ 为重力加速度， $Z_w$ 为波浪引起的脉动压力。

轴向分布力可分为与时间有关和与时间无关的两部份。同样，把轴向力也分为与时间无关和与时间有关的两部份。即：

$$T(z, t) = T(z) + T_w(z, t) \quad (8)$$