行星齒輪系設計

（I）

工具機手册　第四十三册

金屬工業發展中心　編譯

行 星 齒 輪 系 設 計

(I)

工具機手册　　第四十三册

林　財　教　譯

中華民國六十九年十二月出版

工具機手冊之(四十三)

行星齒輪系設計

(I)

編譯者:金屬工業發展中心
發行者:經濟部國際貿易局
印　刷:佳興印刷局企業有限公司

前　　言

我國工具機製造，近年來各機種不論在產量和品質上，都有長足的進步，與國外名廠產品，已可媲美，且已大量出口。經濟部國際貿易局鑑於唯有改進產品品質，始可保持已有的市場和進一步拓展外銷，乃于民國六十七年十二月委託本中心編撰工具機手册約四十册，內容包括切削加工工具機的製造技術、冲壓模具、塑膠模具、壓鑄技術、鑄造技術、熱處理、表面處理、控制系統等，提供有關本業工廠技術員工參考，希冀由本手册的刊行，能解答工廠中一部份所遭遇的問題；本手册前四十册已於六十九年九月全部刊行，就正我工業界；復承國貿局支持本中心續編第四十一至六十册計二十册，主要在將工具機製造公差，工程量測，金屬片冲壓項目等工具機生產技術，又益以精密工具機中心與國外技術合作旋臂鑽床製造之範例，一併編印出版以饗讀者。至於編撰印行，因時間倉促，容有不週，至祈不吝指示！

序

行星齒輪系經常給學生或初級工程師帶來相當的困擾；即使是頗富經驗的設計人員，在處理與該輪系有關的問題時，偶爾亦會遭遇到難以解決的困難。

嚴格的說，行星齒輪系由行星齒輪繞自身之軸旋轉，而且如行星般的繞著太陽齒輪及內齒齒輪之中心旋轉。然而，「行星齒輪系」這一名詞却也經常用於「行星」齒輪根本不作行星運轉的齒輪系。

行星齒輪系爲什麼會比別的齒輪系複雜而麻煩呢？那是因爲它附加的行星運動及因之而起的齒輪比和效率等問題，這在其他輪系是很難碰到的。

若只決定輪系內個到元件的相對速度和旋轉方向，以及輪系之減速比，那仍嫌不夠充分；還得決定齒和軸承之負荷，而且要在負荷和動力條件下，獲得相當良好的近似效率值。

本册利用深入淺出的方式來闡明這些主題，因此能使讀者能解決更多有關行星齒輪系的問題，因而得到滿意且實用的結果。

行星齒輪系設計

(I)

目　　錄

行星齒輪系設計

(I)

第一章

速度與速率分析

在衆多分析行星齒輪系的方法中，表列法是最方便、最適當的方法之一。無論設計有多麼複雜，該方法均能獲致滿意之結果。

利用該方法分析一特定輪系時，首先設定所有元件均嚙合在一起，而想像整個組件以順時鐘方向旋轉一整圈。

其次，假像靜止件反轉一整圈（比方說是反時針方向），使其回復至原來位置，此時主動件要保持靜止。由於假設的這些條件，計算出每一元件之運動量。

該兩步驟的結果均加以表列，而其代數和即表示每一元件之旋轉圈數與旋轉的相對方向。

但若需要考慮效率時，還要由齒面壓力和軸承負荷決定之。

例題 1：

考慮如圖1.所示簡單排列之行星齒輪系。若將行星齒輪以一槓桿代替，其支點放在靜止的內齒齒輪之節圓上；如此即可很容易的完成一槓桿組，如圖1.中之下圖所示，這槓桿組在效用上來說，與這些齒輪在某一瞬間有完全一樣的機械動作。若在主動輪B 上加一有方向性的推力，並且注意系統上其他元件之反應，則其他元件之方向能很快的顯示和建立。

接著，對於主動齒輪轉動一圈之元件相對速率亦可決定。再主動齒輪(或槓桿B)轉一圈，即表示X點走了 $2\pi b$ 的距離，而且點Y 在支點Z與點X的中點上，故齒輪B轉一圈時，該點只能移動 πb 的距離。

當從動件A轉一圈時，點A走了 $2\pi(b+c)$或 $\pi(B+C)$ 的距離，

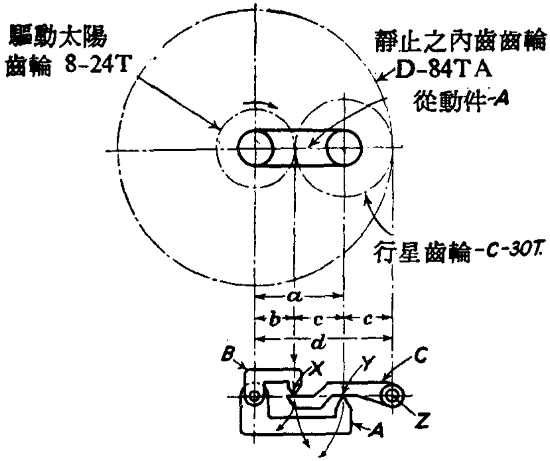

圖 1　例題一之示意圖。

這裏相對的大寫字母表示直徑。

因此B順時針轉一圈時，從動件A所轉動的圈數等於，

$$\frac{b}{\pi(B+C)}=\frac{B}{2(B+C)}\quad\because\ (b=\frac{B}{2})$$

但又因B+2C=D，故這就等於 B/(B+C)以順時鐘方向運轉。

因行星齒輪C始終與靜止的內齒齒輪 D嚙合，而且與臂 A 相連接，故其對自己中心之速率，是由這兩者所控制。若臂順時針轉動一圈，則行星齒輪相對於齒輪D之節線逆時針旋轉D/C圈；但事實上主轉齒輪轉一圈時，臂只轉 B/(B+C)圈；因此之故，主動齒輪B 順時針轉動一圈時，行星齒輪只對其自身中心（即自身之軸承）逆時針轉動B/(B+D)乘D/C圈。

若將各齒數代入上面兩個公式，則可得主動輪B 順時針轉動一圈之下列結果：

從動件A 之轉數$=\frac{24}{24+84}=\frac{24}{108}=\frac{2}{9}$轉，順時針。

行星齒輪C 之轉數$=-\frac{24}{24+84}(\frac{84}{30})=-\frac{28}{45}$轉，反時針。

這可利用如表Ⅰ之表列法來校驗。

表1 利用代數和法求例題1之解答

	B	D	A	行星齒輪C繞其中心自轉數
所有元件"+1"轉	+1	+1	+1	
B靜止 D"−1"轉	0	−1	$-\frac{D}{B+D}$	
代數和	+1	0	$+\frac{B}{B+D}$	$\frac{B}{B+D}\times\frac{D}{C}$
相對轉數	+1	0	$+\frac{2}{9}$	$-\frac{28}{45}$

若利用上述方法來決定臂和行星齒輪的相對速率有困難時，則可研究一個齒條帶動一小齒輪沿另一靜止齒條運動之簡單動作。若能記住這一運動情形，以處理任何行星齒輪系之臂和行星齒輪運動，則絕少困難。

兩個齒條和一個滾動小齒輪之組合如圖2所示，一運動的齒條上一點從A移動到B爲2吋距離時，則小齒輪的中心僅移動了1吋的距離；這種關係對任何直徑的小齒輪均能確立；也就是說，小齒輪中心的移動距離始終爲運動的齒條節線上一點移動距離的一半。若上面的齒條固定而下面的齒條移動，則小齒輪中心之位移仍爲下齒條位移的一半。

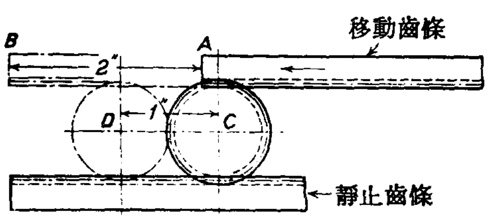

圖2 一小齒輪與兩齒條嚙合之相對運動。

行星齒輪在太陽齒輪或內齒輪上之運動情形與此相同，故行星齒輪中心的速度始終爲太陽齒輪或內齒齒輪速度的一半，端看何者爲主動件而定。

因此由圖 1 可知，若太陽齒輪靜止而齒輪D逆時針轉一圈，則行星齒輪之中心逆時針行走了 $\frac{1}{2}\pi$ D的弧形距離。但因行星齒輪中心繞太陽齒輪轉一圈的距離爲$2\pi(b+c)=\pi(B+C)$；故固定齒輪D逆時針轉動一圈時，臂行走的圈數應等於

$$-\frac{\frac{1}{2}\pi D}{\pi(B+C)}=-\frac{D}{2(B+C)}=-\frac{D}{2B+2C}=-\frac{D}{B+D}$$，反時針方向。

因此，兩種不同運動所產生之代數和等於，

$$1-\frac{D}{B+D}=\frac{B+D-D}{B+D}=\frac{B}{B+D}$$，

或者說，太陽輪B順時針轉一圈時， 臂所轉圈數等於 $B/(B+D)$，順時針方向。

爲了能獲得臂與行星齒輪對太陽齒輪更清晰的相對運動，只追蹤太陽和行星齒輪對臂的相對運動，可能會更有助益。首先考慮總轉數之和，而後計算行星齒輪繞自身心軸之轉數。

假設太陽齒輪靜止不轉，令臂順時針轉一圈，則行星齒輪會有兩種不同的運動；因其與臂相連，且又與太陽齒輪接觸之故。參考圖 3，會對於第一種運動的了解有幫助，這第一種運動就是行星齒輪繞著太陽輪之中心轉動而不自轉。爲簡單起見，圖 3 沒有將太陽齒輪表示出來。

行星齒輪上的點 X，當臂順時針旋轉一圈時，它也向同一方向旋轉一圈。

讓我們來考慮第二種運動，令臂爲靜止元件，而太陽齒輪爲了要回復到其原始位置，令其逆時針轉動一圈；在這種情形下，行星齒輪轉了B/C圈，或者說24/30＝4/5圈。又當太陽齒輪靜止而臂順時針轉一圈時，這一結果對行星齒輪而言是繞其軸心自轉一週。因此，臂順時針方向轉一圈時，行星齒輪的總移動數即等於這此運轉值之代數和，即：

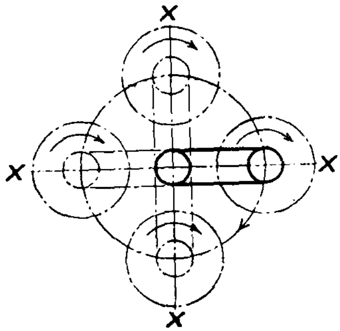

圖 3 臂運動之行星運動。

$\frac{B}{C}+1$ ；　　或，$\frac{4}{5}+1=1\frac{4}{5}$圈。

為求得這一結果，假設太陽齒輪係為靜止；但在圖 1 這個例子中，太陽齒輪實際上是順時針旋轉一圈，而從動件順時針轉動B/(B+D) 轉。

主動齒輪的順時針運動一圈，將使得行星齒輪在逆時針方向旋轉B/C轉。因此臂在這裏所轉的 B/(B+D)圈，適使行星齒轉自轉之圈數如下：

$$\frac{B}{B+D}\left(\frac{B}{C}+1\right)-\frac{B}{C}$$

$$=\frac{24}{24+84}\left(\frac{24}{30}+1\right)-\frac{24}{30}$$

$$=-2/5\text{圈}$$

這就是太陽齒輪旋轉一圈所引起之行星齒輪總圈數。

行星齒輪之自轉：通常在實用上，只要求行星齒輪繞其軸心自轉的圈數；這意味著的一種運動，也即因行星齒輪因與臂連接而產生之運動不計算的實際上行星齒輪自轉數為，

$$\frac{B}{B+D}\times\frac{B}{C}-\frac{B}{C}\text{。}$$

$$=\frac{24}{24+84}\times\frac{24}{30}-\frac{24}{50}\text{，}$$

$$=-\frac{28}{45}\text{圈。}$$

這與前面利用槓桿法求出者相同。

與內齒齒輪之相對運動：假定如圖 4 一般免除使用太陽齒輪，並

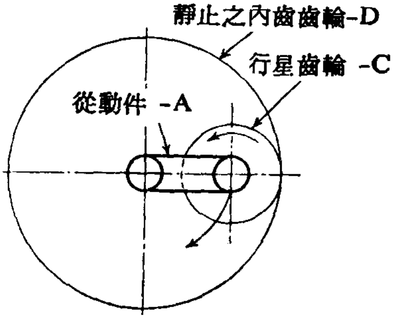

圖 4　排除使用太陽齒輪之一例。

研究臂及行星齒對於靜止的內齒齒輪之相對運動，那您會發覺很爲富有意義。令臂順時針轉動一圈，則行星齒輪再度出現兩種運動，其一爲因其與臂相連結而引起，另一則因其與內齒齒輪相接觸而引起。第一種運動完全與圖 3 所示者相同，行星齒輪順時針轉動一圈。而第二種運動也與前面所述者相似，即臂順時針轉一圈時，使得行星齒輪逆時針轉動D/C圈。故行星齒輪由這兩種運動所合成的轉動圈數等於，

$$1-\frac{D}{C}=1-\frac{84}{30}=-\frac{9}{5}\text{。}$$

因此，臂順時針轉動B/(B+D)圈時，行星齒輪旋轉，

$$-\frac{B}{B+D}\times\frac{9}{5}=-\frac{24}{24+84}\times\frac{9}{5}=-\frac{2}{5}\text{。}$$

這與前面由太陽齒輪求得之結果相同。

由前面所得相同結果可知，行星齒輪自轉的圈數，係等於總旋轉圈數減去行星齒輪因與臂相連接旋轉的圈數，即：

$$-\frac{2}{5}-(1\times\frac{B}{B+D})=-\frac{2}{5}-(\frac{24}{24+84})=-\frac{28}{45}\text{圈}$$

這又與前述者相同。

雖然我們研究了總合成圈數，但若要計算其軸承的磨擦阻抗，則只要求行星齒輪繞自轉旋轉的圈數就夠了。

例題 2

這例題的於有齒輪數均與例題一相同，只是令太陽齒輪爲靜止的元件，內齒齒輪則爲主動件，如圖 5 於示。和以前一樣，圖的下方仍列出槓桿系統，用以代替輪系內的相對元件，並由此可以決定這些元件的旋轉方向和轉數。

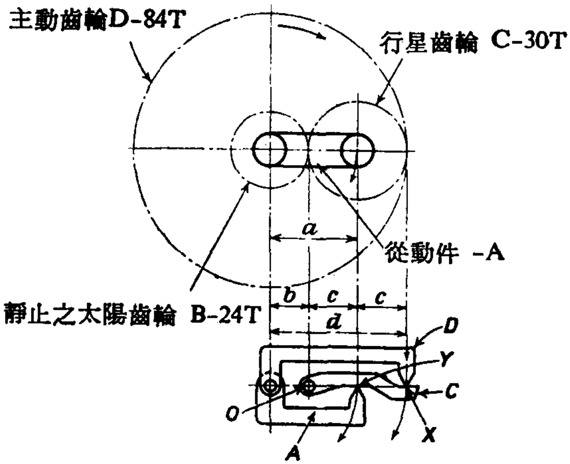

圖 5　例題2之組成及其相當之槓桿系統。

槓桿D：主動齒輪D順時鐘轉動一圈時，點X移動 $2\pi d$，也是順時鐘方向。

槓桿C：點 Y 因始終在支點 O與點X的中點上，故也在順時鐘方向移動 πd的距離。

槓桿A：點Y也在順時鐘方向上移動 πd 距離。而A旋轉一圈，Y點所走的距離爲$2\pi(b+c)$，故主動齒輪D 順時針轉動一圈時，臂 A所轉的圈數爲：

$$\frac{\pi d}{2\pi\ (b+c)}\text{或}\frac{d}{2b+2c},$$

以d代替b+2c，則變成，

$$\frac{d}{d+b}\text{或}\frac{D}{D+B}。$$

因爲行星齒輪的中心走了一圈的 $D/D+B$，故繞其軸心自轉的圈數等於 $D/(C+B)\times B/C$ 順時針方向。

校對所獲的結果：從這個齒條——小齒輪的關係可知行星齒輪的中心走了 πb 的距離，靜止的齒輪相對的逆時針走一圈。而行星齒輪中心繞太陽齒輪轉一圈的距離爲 $2\pi(b+c)$。因此，相對靜止齒輪 B 反時針轉一圈時，臂所迴轉的圈數爲：

$$-\frac{\pi b}{2\pi\ (b+c)}=-\frac{b}{2(b+c)}=-\frac{B}{2(B+C)},$$

代入 $D=B+2C$，得

$$-B/(B+D)。$$

現在設定行星齒輪對臂和太陽齒輪而言是靜止的，而令太陽齒輪順時針轉一週，則臂也同樣的轉“十”一週。因此，兩運動之代數和爲 $1-B/(B+D)$，或，內齒齒輪D順時針轉動一圈時，臂所轉圈數爲 $(B+D-B)\ /\ (B+D)\ =D/(B+D)$，順時針方向，這與由槓桿法所得者相同。

同樣的，臂順時針轉一整圈時，行星齒輪就旋轉 B/C 圈，但主動齒輪轉一圈時，臂只旋轉 $D/(B+D)$ 圈，故行星齒輪繞其軸心只自轉 $D/(B+D)\times B/C$ 圈，順時針方向。這與由槓桿法求得者同。結果表列如表Ⅱ。

例題 3：

在處理較簡單的行星齒輪系時，對於在太陽齒輪和行星齒輪間，要緊在硏究加一中間齒輪所生之效應。圖 6 表示這種型式之一。臂 A 爲主動件，繞著靜止齒輪 B 的中心旋轉，並帶動中間齒輪C及從動行星齒輪D。首先，我們利用槓桿法求解。

槓桿C：設臂A順時針轉動一圈，則點X移動 $2\pi(b+c)$ 的距離。而槓桿C轉一圈時，X走了 $2\pi c$ 的距離。故臂順時針轉動一圈時，中

表 2　例題2利用代數和法求得之解

	D	A	B	行星齒輪繞其軸心自轉數
所有元件＋1圈	+1	+1	+1	
D靜止 B－1圈	0	$\frac{B}{B+D}$	−1	
代數和	+1	$\frac{D}{B+D}$	0	$\frac{D}{B+D}\times\frac{B}{C}$
相對轉數	+1	$\frac{7}{9}$	0	$-+\frac{28}{45}$

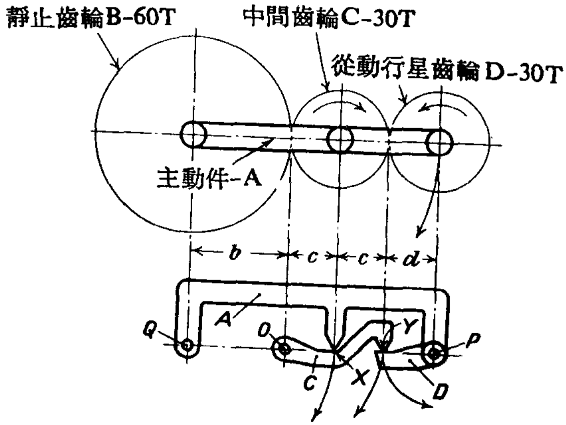

圖 6　例題3及其槓桿系統。

間齒輪旋轉的圈數為：

$$\frac{2\pi(b+c)}{2\pi c}=\frac{b+c}{c}=\frac{B+C}{C}=\frac{B}{C}+1，$$

且為順時針方向旋轉。

槓桿D：該槓桿可分成兩種運動，其一是因與臂 A相連接而起，其二則由槓桿C在點Y的作用而起。

在分析例題 1 時，我們曾從圖 3 得知行星齒輪如何跟著臂順時針旋轉一周。由圖 6 可看出，當臂A 順時針方向轉一圈時，行星齒輪也

在同一方向轉一整圈，故點Y必須移動$2\pi d$的距離。

現在來考慮第二種運動，因點X在支點O和點Y的中點上，故Y點的位移必爲X的兩倍，由此我們可以求得齒輪D的轉數。但一般在考慮這種由兩種不同運動組成的槓桿時，傳動齒輪或槓桿的速率應等於繞其軸心之自轉圈散。

槓桿C：我們已知中間齒輪C的總合成轉數等於$B/C+1$，因爲$+1$轉是由於其與臂相連的關係，故其自轉數等於$B/C=b/c$順時針方向。當C轉一圈時，Y移動$2\pi c$。故轉b/c圈時，點Y移動的距離爲$b/c\times 2\pi c$或$2\pi b$順時針方向。

槓桿D: 由於槓桿C的作用，槓桿D上Y點亦移動$2\pi b$，但爲逆時針方向。將兩種運動結合，可得Y點的合成移動量等於$2\pi d-2\pi b$。

當齒輪（或槓桿）D轉一圈時，點Y移動$2\pi d$，故臂順時針轉一圈時，行星齒輪D轉動$(2\pi d-2\pi b)/2\pi d$圈，即等於，

$\frac{d-b}{d}$或$\frac{D-B}{D}=1-\frac{B}{D}$圈。

利用已知之齒數代入，則中間齒輪C之轉數爲，

$\frac{60}{30}+1=3$圈，順時針方向。

而行星齒輪D則爲，

$1-\frac{60}{30}=1-2=-1$（圈），其負號含義爲反時針方向。

若所有的齒數均爲相同時，有一重要的發現爲：

行星齒輪轉數$=1-\frac{30}{30}=0$，

中間齒輪轉數$=\frac{30}{30}+1=2$。

由此可知，若行星齒輪系的各齒輪齒數相等，則行星齒輪對於靜止齒輪軸心無相對旋轉運動。以此推論，若B與D的齒數相差非常小，則可獲得很大的減數比。

中間齒輪的作用，係用以改變行星齒輪的方向，以此來改變齒列（Gear train）的比。與以前相同，這結果可利用如表3的表列法來印證。當然，這結果係臂順時針轉動一圈時，行星齒輪和中間齒輪的

總合成轉數。

表 3　例題2利用代數和法求得之解答答

	A	B	C	D
所有元件+1轉	+1	+1	+1	+1
A固定 B−1轉	0	−1	B/C	−B/D
代數和	+1	0	$\frac{B}{C}+1$	1−B/D
相對轉數	+1	0	+3	−1

由於＋1轉係因中間齒輪或行星齒輪與臂相連而起，故不能視為對自轉的實際轉數。故每一齒輪自轉之實際轉數為：中間齒輪 C，B/C＝60/30＝2圈；行星齒輪D，−B/D＝−60/30＝−2圈。

例題 4：

現在，我們來研究一下非常難的行星齒輪系，如圖 7 所示者，這

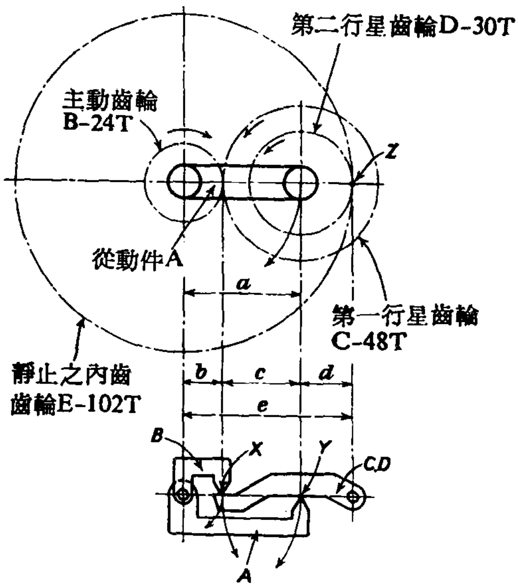

圖 7　例題4及所代表之槓桿系。