

齿轮动态全误差测量新技术

成都工具研究所
北京量具刃具厂
宁江机床厂

一九七七年

齿轮动态全误差测量新技术

目 录

一、概述.....	1
二、齿轮误差及其测量技术的进展.....	3
三、齿轮的全误差概念.....	8
(一) 齿轮的动态全误差曲线图.....	8
(二) 齿轮各种误差项目的选取方法.....	20
(三) 齿轮传动质量的分析方法.....	25
(四) 齿轮工艺误差的分析方法.....	31
四、齿轮动态全误差曲线图的测量方法.....	38
(一) 间齿测量法.....	38
(二) 蜗杆斜移法.....	40
(三) 轴向整脉冲移距法.....	41
五、齿轮全误差测量仪.....	43
(一) 单面啮合(截面全误差)检查仪.....	43
(二) 单面啮合全误差测量仪.....	45

齿轮动态全误差测量新技术

一、概 述

齿轮测量的目的,一是分析和评定齿轮的使用质量,二是找出误差产生的原因。齿轮的使用质量主要包括四大类:运动精度、工作平稳性、接触精度和齿侧间隙。而齿轮产生误差的原因则有切齿机床的各种误差,切齿刀具(或其它工具)的各种误差和工件安装的各种误差等。

传统的齿轮测量是采用分项测量的方法,测量一个齿轮需要在多台仪器上进行,耗费时间长,不能从中看出各项误差的相互影响和补偿关系,因而不能完整地反映出齿轮误差的全貌,反映齿轮传动质量也不严格。

国内外六十年代大力发展的单面啮合运动误差检查仪,通过标准齿轮和被测齿轮相啮合来进行测量,得到的是一条反映齿轮回转不均匀性的连续的运动误差曲线(见图1),但是由于齿轮啮合时的啮合系数大于1,因而分不清运动误差曲线各误差点是代表齿面上哪一部份的误差,所以要分析误差产生的原因以及某些传动质量就很困难,常常还得依靠分项误差的测量。同时由于齿轮啮合系数远大于1,因而运动误差曲线往往只能反映半个齿高上的误差。

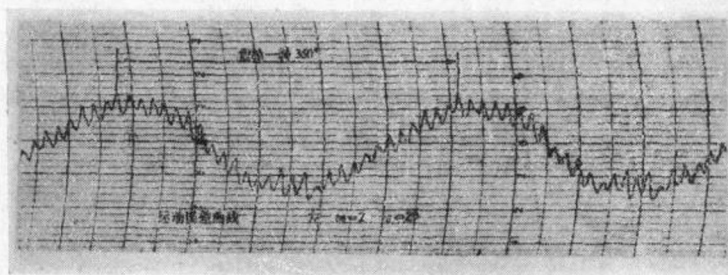


图1 运动误差曲线图

遵照毛主席关于“一切真知都是从直接经验发源的”伟大教导,在无产阶级文化大革命期间,我们科研单位、量仪制造厂、齿轮制造厂三结合,进行了单面啮合测量的大量实践。在此基础上,经分析、研究和总结,发展了一种多快好省的圆柱齿轮测量新技术——“齿轮动态全误差测量新技术”。

齿轮动态全误差测量新技术建立了齿轮误差的新概念——“齿轮全误差概念”。

这个概念把齿轮所有工作齿面上的误差视为一个整体,并按啮合顺序统一在啮合线上反映,从而和齿轮的使用质量密切地联系在一起,成为一个完整的集成体,这个集成体将完全呈现在“动态全误差曲线图”上。

本概念包括了多种“动态全误差曲线图”和一整套应用这些曲线图来认识和分析齿轮各种误差的论点和方法。通过新概念提出的曲线图的分析方法,可以较容易地按照需要找出各种单项误差及各种单项误差之间的相互关系,并可分析各种误差对齿轮传动质量的影响,以及较方便地分析出齿轮误差的各种来源,即分出刀具误差,工件安装误差和机床误差,甚至还可

以分出机床哪一部分误差。

齿轮动态全误差测量新技术还包括能高效率地测出各种动态全误差曲线图的新测量方法,和采用新测量方法发展的多种圆柱齿轮全误差测量仪。

齿轮动态全误差测量新技术的应用,为齿轮误差的研究和齿轮测量的实践提供了新的概念和有力的手段,为齿轮测量技术的发展创出了一条新路。此外,对齿轮啮合原理的研究,精度标准的制订,切齿技术的改进,齿轮传动质量的提高等各个方面也都将产生较大影响。

二 齿轮误差及其测量技术的进展

齿轮误差是指齿轮工作齿面上各种形状和相对位置的宏观几何量误差。齿轮测量一般就是指这些宏观几何量的测量。齿轮测量的主要目的是用来分析和控制齿轮的使用质量, 以及进行切齿工艺的误差分析。

齿轮测量技术的发展是与齿轮误差的发展戚戚相关, 它们相互促进, 相互协调, 共同发展。这种发展可分为二个阶段。

第一阶段

齿轮误差最早的概念, 来自于机械另件尺寸公差的概念。按照这种概念所确定的齿轮误差项目是: 齿形误差, 齿距误差(一般又可分为单齿距的误差——周节偏差, 和任意齿距的最大误差——周节累积误差), 齿向误差和齿厚偏差(见图 2 a, b)。这些误差项目称之为参数误差项

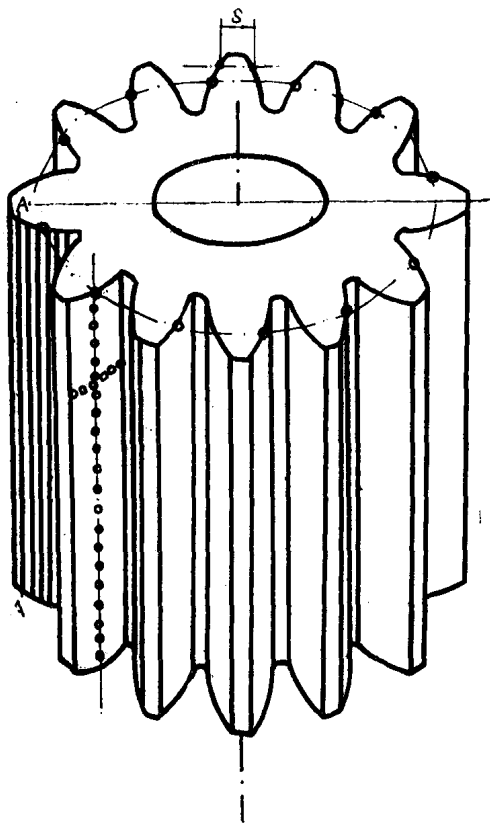


图 2a 直齿圆柱齿轮误差项目示意图

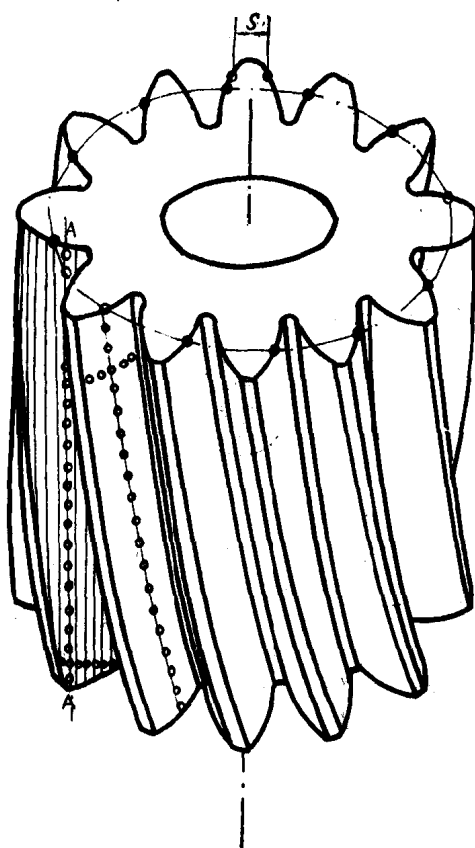
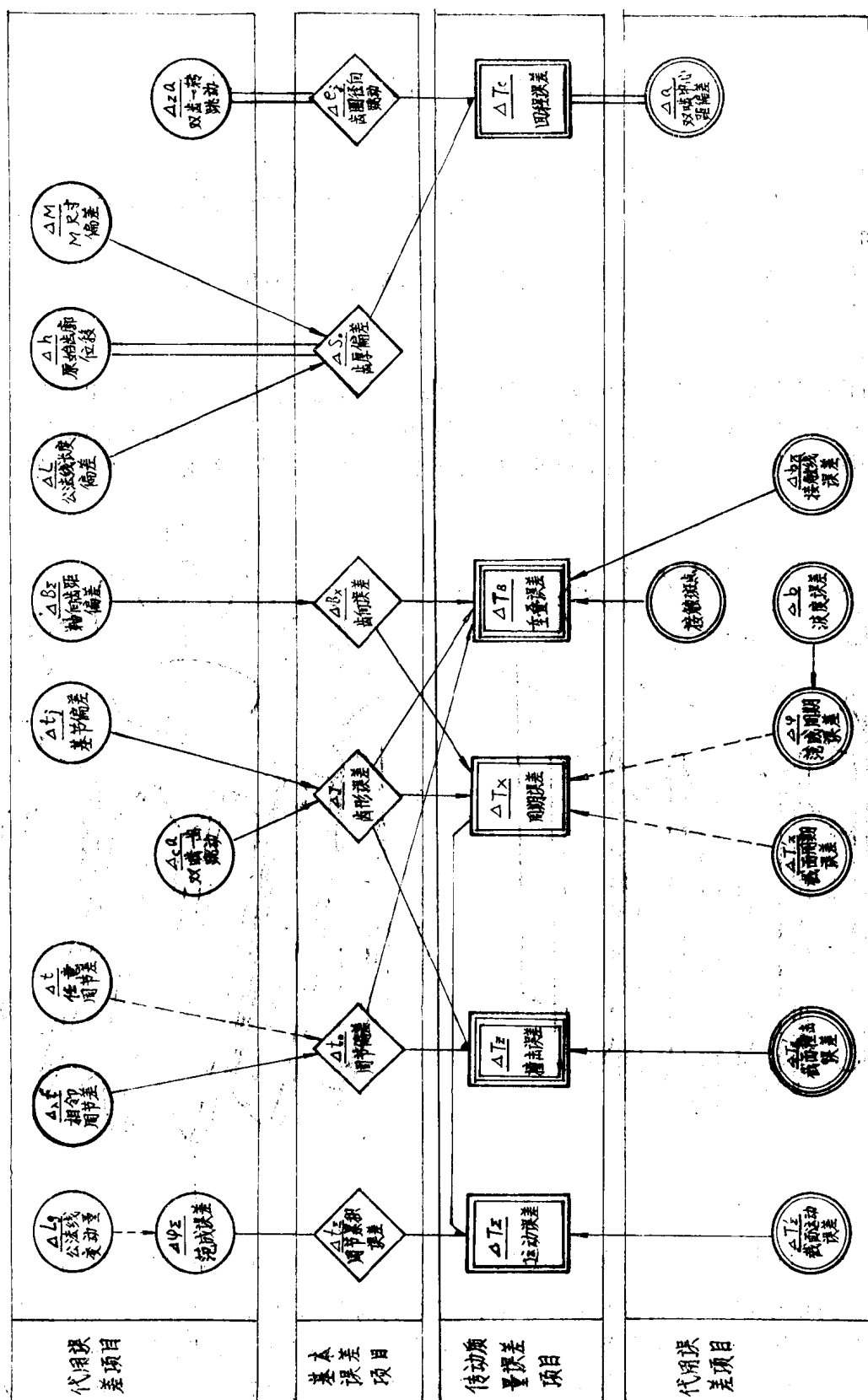


图 2b 斜齿圆柱齿轮误差项目示意图

目。由于齿轮的安装偏心会对上述误差项目产生较大的影响, 因此一般在参数误差项目中还补充了反映齿轮安装偏心的误差项目——齿圈径向跳动, 从而形成了齿轮误差的六个基本误差项目(见图 3), 世界各国一些最早的公差标准(如英、美、法、西德、日本的旧标准)都只列有这些误差项目。



与此同时,和齿轮六个基本误差项目相一致,发展了五类专用的齿轮量仪和量具:周节检查仪、齿形检查仪、导程检查仪,齿圈径向跳动检查仪和齿厚卡尺(见表1)。由于齿轮几何形状复杂,因此齿距、齿形、齿向的测量仪器结构复杂,制造难度大,使用不便,所以在第一阶段还发展了很多在一定条件下可以代替上述误差项目的代用误差项目(见图3)。代用误差项目的最大特点是使用结构简单的齿轮量具就可以方便地测出,或者测量效率很高,或者可以借用其他量仪。这些代用误差项目有:可用简单的基节规就可测出的“基节偏差”,可用公法线千分尺就可测出的“公法线偏差”和“公法线变动量”,可用简单的轴向齿距规就可以测出的“轴向齿距偏差”,可用简单的齿轮切线规可测出的“原始齿廓位移”,可用高效率对滚测量的双啮仪就可测出的“双啮一转跳动”和“双啮一齿跳动”,可用其他量仪测量的“范成误差”和“ M 值偏差”,还有测量结果计算方便的“相邻周节差”和“任意周节差”等。

齿轮误差采用尺寸公差的概念,用六个基本误差项目可以限制住齿轮所有工作齿面上的形状、位置和尺寸,这从设计的观点来看是严密的。但齿轮测量实践与齿轮误差的研究表明,齿轮的传动质量是由齿轮上各种单项误差综合反映的情况而定,这种综合有时叠加,有时抵消,因此,相同大小的参数误差,往往会得到不同的综合质量。由此可见,齿轮误差采用尺寸公差的概念是不严格的,它不能反映各种单项误差之间的相互补偿关系。

从另一角度看,参数误差的测量,由于测量效率的限制,一般只是测齿轮工作齿面上很少的一些点与线来代表所有工作齿面上的几何量误差(参看图2),例如只测几个齿的齿形误差来代替所有齿所有截面上的齿形误差,而各齿的等分误差在各齿面上只测一点就代替了等等。所以,当齿轮不同齿面位置上的误差不一致时,这种单项误差测量的结果就不确切了。

齿轮误差及其测量技术发展的第一阶段一般也可称为“齿轮单项测量的阶段”,它虽然存在一定的缺点,但在四十~五十年代仍是先进的。在这阶段内包括基本误差项目和代用误差项目共发展了十七项(见图3一圈的误差项目),而专用的齿轮量仪和量具共发展了十一类十五种(见表1)。

第二阶段

六十年代初期,国外齿轮测量技术有了两个新的发展:

1. 发展了单面啮合运动误差检查仪,这种仪器模拟齿轮使用状况,以标准元件和被测齿轮以单面啮合传动的形式,来进行齿轮回转速比不均匀的测量,测出一条反映齿轮回转速比不均匀的综合误差曲线——齿轮的运动误差曲线(见图1),在这条曲线上可以得到严格反映齿轮最大回转角误差的综合误差项目——“运动误差”,和在一定程度上反映齿轮传动时工作平稳性的综合误差项目——“周期误差”。

单面啮合的测量方法在三十年代就已提出,但由于采用机械结构,精度不易保证,因此,直到六十年代初期随着光电技术的采用才迅速发展起来。这种仪器主要特点是能直接测出反映齿轮传动质量的综合误差项目,并且测量效率很高,至今在国外还被认为是一种先进的齿轮仪器。

2. 提出了一种在齿形检查仪上用间距等于基节的双触头进行两条齿形误差曲线同时测量的“双触头法”。用“双触头法连续测齿轮上各齿的齿形误差曲线,这时就可组合得到一组“连续齿形误差曲线”(我们为了和动态全误差曲线图相区别,称这种曲线为“静态截面全误差曲线”,见图4),这种曲线包括了各齿的齿形误差曲线和相邻齿形线上的基节偏差,此外还可显示各种齿距误差。显然,这种测量方法和传统的参数误差的测量相比,具有误差反映较全和应

用原有的齿形检查仪即可测出的、二大优点,但它却有一个致命的弱点,即测量效率极低。据资料介绍测一个18齿的齿轮需时70分钟,我们测一个24齿的齿轮费时二个小时,测量的齿数愈多,需要的测量的时间就愈长。同时由于测量时间的增长,测量的精度也大大降低。为此,这种测量方法因为实用价值很低而没有发展起来。



图4 静态截面全误差曲线

由上可知,齿轮误差及其测量技术发展的第二阶段,在六十年代就以单面啮合运动误差检查仪为基础而发展起来。齿轮测量开始从单项测量发展到了传动质量综合测量的阶段。齿轮误差从尺寸公差的概念开始走上了传动质量的概念。世界各国所制定的齿轮精度新标准(如中、法、英、苏、国际标准)都普遍增加了“运动误差”,“周期误差”等反映齿轮传动质量的综合误差项目,并且就以这些综合误差项目作为评定齿轮使用质量的主要指标,而原有的单项误差几乎全部作为代用误差项目予以保留。

为了弥补单面啮合运动误差检查仪的测量结果反映齿轮使用质量不够全面的缺点,在这阶段内还补充了多种能综合反映其他传动质量的误差项目和测量仪器,这些误差项目如“接触线误差”,“接触斑点”,“回程误差(或侧隙)”等等。所补充的测量仪器如“接触线检查仪”,“滚动检查机”等。此外,还增添了一些反映综合质量的代用误差项目及仪器,使齿轮误差的项目增加(增加的误差项目见图3二圈的误差项目)到了二十七项,而齿轮量仪的品种达十五类二十种(详见表1)

无疑,齿轮传动质量误差项目的出现是齿轮误差的进一步发展,而齿轮单面啮合运动误差检查仪的发展则是齿轮测量技术的进步。但由于综合误差项目的测量往往不能分析齿轮误差产生的原因,而误差原因的分析在齿轮生产中是很重要的,因此,一般除配备了单面啮合运动误差检查仪等综合测量仪器外,仍需同时保留原有的参数误差测量仪。为此,第二阶段内齿轮量仪使用时的配备数有增无减。使齿轮测量工作更加复杂。而另一方面反映齿轮使用质量的误差项目还太少,满足不了控制齿轮多种使用质量的需要,因此齿轮单面啮合运动误差检查仪的发展只是丰富了齿轮测量的内容,但并未能改变齿轮测量仪器繁多,使用麻烦的落后面貌。

齿轮动态全误差测量技术的发展

齿轮动态全误差测量技术是在无产阶级文化大革命中由我国发展起来的一项新的齿轮测量技术。这项新技术是以突破单面啮合运动误差检查仪由于测量时啮合系数大于1,分不清误差点代表齿面那一部份的关键为开端的,我们提出了“单面啮合间齿测量法”,设计了跳牙多头蜗杆,使单面啮合测量时啮合系数小于1,测出了全齿形,从而可以在单面啮合检查仪上高效率地准确地测出了动态截面全误差曲线(见图7)。根据这种原理,北京量具刃具厂,汉江机床厂,上海量具刃具厂和湘西仪表总厂成功地发展了能作为分析仪器使用的多种规格的齿轮单面啮合(截面全误差)检查仪。

随着齿轮误差研究的不断深入,我们又提出了两种新的误差曲线——“齿轮动态双向截面全误差曲线图”(见图 12)和“齿轮动态全齿宽全误差曲线图”(见图 9、10),相应地还提出了这两种曲线的齿轮工艺误差的分析方法和传动质量的分析方法。

按照“齿轮动态全齿宽全误差曲线图”的测量要求,又发展了能测出各种动态全误差曲线图的齿轮单面啮合全误差测量仪。以及研制成功能对动态全误差图进行误差数据处理的“用电子计算机的误差处理系统”。

齿轮测量技术的这一发展把齿轮尺寸公差的概念和齿轮传动质量的概念有机地联系在一起,建立了一种齿轮误差的整体概念——“齿轮全误差概念”。依靠所提出的各种动态全误差曲线图以及各种相应的分析方法,使我们对各种齿轮误差的性质和相互关系,齿轮传动质量的控制,齿轮工艺误差的分析等各方面可以获得一个全面而清晰的概念。

齿轮的全误差概念由于解决了动态全误差曲线的高效率测量方法,并研制成功多种齿轮单面啮合全误差测量仪器,因此使这种新概念获得了很大的实用价值。

应用齿轮全误差概念对齿轮误差项目进行的研究,对直接反映齿轮使用质量的综合误差提出了新的误差项目——撞击误差和重叠误差,使齿轮误差项目的总数达到了三十项(见图3)。

齿轮全误差测量新技术中发展的全误差测量仪,由于具有一机多用的特点(例如齿轮单面啮合全误差测量仪一台仪器就可测出齿轮上的全部误差项目,详见表 1),因此,齿轮测量仪器的品种总数虽然增加了二种(见表 1),但对使用者来说,齿轮仪器的配备却可大为简化。但必须指示:齿轮全误差测量仪器和一些结构简单,使用方便的简式齿轮仪器(如双啮仪和齿轮量具)相比,它的结构仍是复杂的,因此在很多情况下采用简式齿轮仪器仍是经济而合理的。

齿轮动态全误差测量新技术目前还仅是在开始发展阶段,但从已有的齿轮测量实践中对齿轮误差理论和啮合原理的研究,齿轮质量的控制,切齿工艺误差分析等各方面都已取得了良好的效果。因此,这种新技术具有强大的生命力,在今后的实践中必将不断丰富而迅速发展。

三 齿轮的全误差概念

“齿轮全误差概念”把齿轮所有工作齿面上的误差视为一个整体,并按啮合顺序统一在啮合线上反映,从而和齿轮的传动质量密切地联系在一起,成为一个完整的集成体,这个集成体将完全呈现在“动态全误差曲线图”上。

新概念认为一个齿轮完整的误差图就是“动态全误差曲线图”。完整的齿轮误差分析就是“动态全误差曲线图”的分析。完整的误差测量就是“动态全误差曲线图”的测量。

(一) 齿轮的动态全误差曲线图

齿轮的“动态全误差曲线图”就是把齿轮工作齿面上各点误差按啮合顺序罗列在一起的一张误差曲线图。

这种曲线图可以是圆形的,也可以是长形的,长形的就是圆形图的展开而已,由于圆形图和齿轮的外形一致,认识和分析齿轮的误差比较形象、方便。因此本文介绍以圆形图为主。

圆形图的角座标是 1:1 地表示齿轮的回转角,而齿轮工作齿面上各点的啮合顺序就是按齿轮的回转角来排列的,因此齿面上的各点的误差就以回转角为角座标而排列在圆形图的圆周上。而误差值的大小是以很大的放大倍数(一般 1000 倍左右)表示在圆形图的径向座标上。

齿轮工作齿面上的被测点很多,为了分析和测量的方便,我们把齿轮一个齿面上一条齿形线的运动误差曲线称为齿形运动误差曲线,作为“动态全误差曲线图”的基本单元。基本单元的不同组合,形成了四种“动态全误差曲线图”:“齿轮动态截面全误差曲线图”(简称 JQ 曲线),“齿轮动态全齿宽全误差曲线图”(简称为 QQ 曲线),“齿轮动态双向截面全误差曲线”(简称 SJQ 曲线)和“齿轮动态双向全齿宽全误差曲线图”(简称 SQQ 曲线)。

1. 渐开线圆柱齿轮的齿形线

渐开线圆柱齿轮的工作齿面是由发生母线 $A-A$ 按渐开线方向展成(见图 2)。对直齿齿轮来说, $A-A$ 线和齿轮轴心线平行,展成的齿面是渐开线面。对斜齿轮来说, $A-A$ 线和齿轮轴心线倾斜一个角度,这个倾斜角在齿轮基圆切平面上就是基圆螺旋升角 β_0 ,这条斜线按渐开线方向展成的齿面是渐开螺旋面。

广义的来说:渐开线圆柱齿轮的啮合是一对渐开螺旋面的啮合,而直齿轮的啮合仅是 $\beta_0 = 0^\circ$ 的渐开螺旋面的啮合——即渐开面的啮合

交叉轴齿轮付(即螺旋齿轮付)渐开螺旋面的啮合,它的接触只有一个点——称为接触点,平行轴齿轮付(即斜齿轮付或直齿轮付)渐开螺旋面的啮合,理论上接触是一条线——称为接触线,它和渐开螺旋面的发生母线 $A-A$ 相重合。

一对齿面的共轭,必定有一条传递位移和力的作用线,这条作用线在渐开线齿轮传动中就称为“啮合线”。作用线必定是两共轭面通过接触点的公法线。因此,渐开线圆柱齿轮的啮合线(见图 5 中之 ae)一定和渐开螺旋面的发生母线 $A-A$ (在基圆切平面上)相垂直,而直齿齿轮的啮合线和齿轮端面平行。对平行轴渐开线圆柱齿轮传动来说,因为每一回瞬间都有很多接触点,因此将有很多条平行的啮合线、形成一个啮合平面(见图 5 中之 $00_1 ee_2$ 平面),当然这啮合平面就是齿轮基圆的切平面。而交叉轴渐开线圆柱齿轮的传动只有一条啮合线。

在渐开线齿轮的传动中,啮合线和齿面交点在齿面上的连线(见图 5 中 ae')我们称为“法

向啮合齿形线”。“法向啮合齿形线”沿螺旋线方向展成的渐开螺旋面 $e'_1 e_2 aS$ 和一般文献介绍的“端面渐开线” ae'_1 沿螺旋线方向展成的渐开螺旋面 $e'_1 e_2 aS$ 是同一个空间曲面。当然对直齿齿轮来说,因为齿轮啮合线和齿轮端面平行,因此,直齿齿轮的“法向啮合齿形线”就是它的“端面渐开线”。

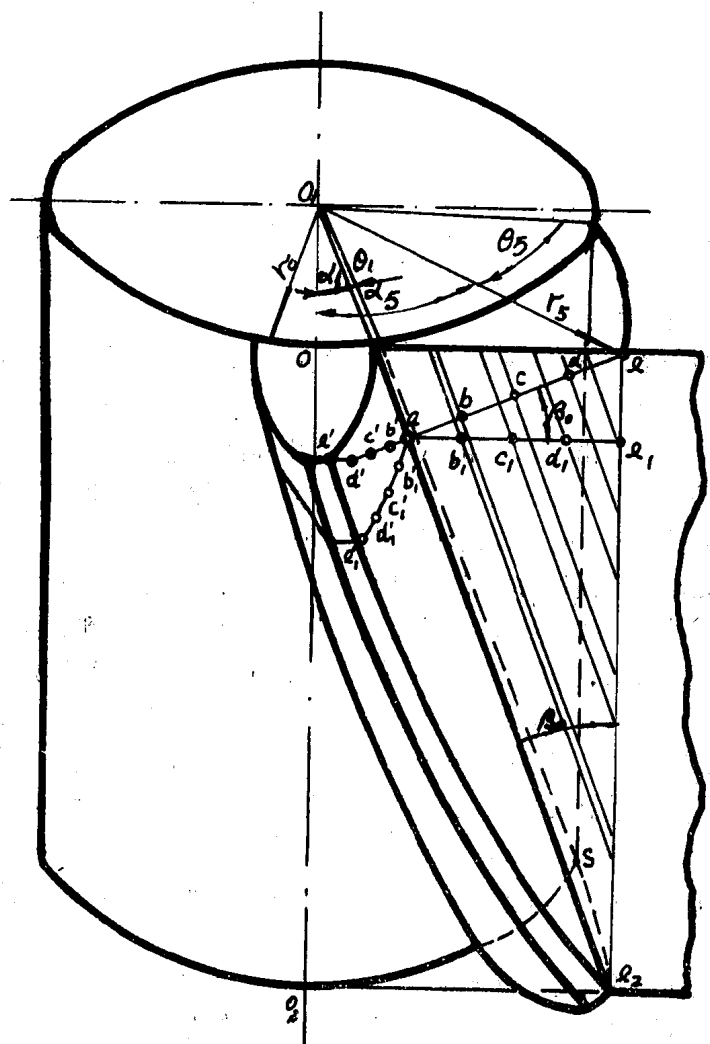


图 5 圆柱齿轮法向啮合齿形图

齿轮动态全误差曲线图基本单元所用的齿形线有两种:一种是“法向啮合齿形线” ae' ,一种是“端面渐开线” ae'_1 。齿形线对螺旋齿轮来说就应该是“法向啮合齿形线”,对直齿齿轮来说是“法向啮合齿形线”也就是“端面渐开线”,对斜齿轮来说,可以有两种齿形线:“法向啮合齿形线”或“端面渐开线”,二者都能代表渐开螺旋面上的基本齿形线。究竟测出那一种齿形线好,从不同的观点将有不同的结论。

从啮合原理角度,符合作用线的原则应该是“法向啮合齿形线”。

从各种齿轮(直齿轮,斜齿轮,螺旋齿轮)有统一的齿形线来说,应该是“法向啮合齿形线”。因为对螺旋齿轮来说只在“法向啮合齿形线”上参加工作,因此必须测出“法向啮合齿形线”的误差。

从反映齿轮的传动质量来说:螺旋齿轮必须测出“法向啮合齿形线”;直齿轮“法向啮合齿形线”是和“端面渐开线”重合的;而斜齿轮将视齿轮误差的性质而定,有时是以“法向啮合齿形线”为主来反映齿轮工作平稳性,有时则以齿轮的“端面渐开线”为主来反映齿轮工作平稳性。

从为了分析工艺误差而言,对滚齿、剃齿、衍齿、蜗杆砂轮磨齿来说,就希望测到“法向啮合齿形线”。而对插齿来说,就希望测到“端面渐开线”(但加工斜齿用插齿较少)。

从测量时的精确性来说,测量“法向啮合齿形线”符合测量方向和被测面垂直的原则,测量精度较高;测量斜齿轮的“端面渐开线”时,测量方向和被测面不垂直,因此测量精度较差,斜齿轮螺旋角愈大这种测量误差愈大。

从测量的方便程度来说,如采用传统的极坐标法测量齿形误差,那么测“端面渐开线”大大方便于测“法向啮合齿形线”。但如果采用我们所提出的“单面啮合间齿测量法”来测量齿形误差,那么高效率地测出来的就是“法向啮合齿形线”。

2. 齿形运动误差曲线

齿轮齿面上的一条齿形线和标准齿形啮合全过程的运动误差曲线,我们称之为“齿形运动误差曲线”。

“齿形运动误差曲线”由三部分组成(见图6):中间部份是一条齿形误差曲线 $a_2 a_3$,两端是两条顶刃啮合误差曲线,齿轮的顶刃啮合误差曲线 $a_1 a_2$ 位于齿形误差曲线的齿顶端,标准齿形的顶刃啮合误差曲线 $a_3 a_4$ 位于齿形误差曲线的齿根端。

齿轮的齿形运动误差曲线的实际啮合顺序是这样的:(参看图6)

如果齿轮是被动,那么齿形运动误差曲线是从啮合点 K_1 开始到啮合点 K_2 的范围内进行齿轮的顶刃啮合,这个顶刃啮合过程在 $\varphi_{\text{顶}}$ 的回转角内完成,在齿形运动误差曲线上就是 $a_1 a_2$ 段齿轮顶刃啮合误差曲线。从啮合点 K_2 开始到 K_3 范围内是齿形线的正常啮合——即在啮合线上的啮合,齿形线的啮合过程从齿轮齿顶开始逐渐向齿根方向移动,在 φ_x 的回转角内完成,在齿形运动误差曲线上就是 $a_2 a_3$ 段齿形误差曲线。 a_2 点代表齿顶点的误差点, a_3 点代表近齿根点的误差点。从啮合点 K_3 开始,则又进行标准齿形的顶刃啮合,这个顶刃啮合过程在 $\varphi'_{\text{顶}}$ 的回转角内完成,在齿形运动误差曲线上就是 $a_3 a_4$ 段的标准齿形顶刃啮合误差曲线。

如果齿轮是主动,那么整个啮合顺序就和齿轮是被动完全颠倒过来,先从 K_4 点啮合再到 K_1 点終了,先标准齿形的顶刃啮合,然后是齿形线的正常啮合(但这时是从齿根开始逐渐向齿顶移动),最后是齿轮的顶刃啮合。这时齿形运动误差曲线的形状和位置完全没有变化, φ'_x , φ_x 和 $\varphi_{\text{顶}}$ 的大小也不变。

(1) 齿形误差曲线

由前可知,渐开线圆柱齿轮的齿形线有二种:“法向啮合齿形线”和“端面渐开线”,因此齿形误差曲线可以是法向啮合齿形误差曲线,也可以是渐开线齿形误差曲线。

用标准齿形在啮合线方向与被测齿轮齿面共轭,这时所测到的是法向啮合齿形误差曲线。

用标准齿形在齿轮端面上与被测齿轮齿面共轭,这时所测到的是渐开线误差曲线。

测量斜齿轮(包括螺旋齿轮)的“法向啮合齿形”和“渐开线”时,在啮合平面上的啮合长度 l 是不等的。这时齿轮的迴转角 φ_x 也是不等的。当然测量直齿轮时两者相同。

测量各种齿轮的端面渐开线时,这时啮合长度:

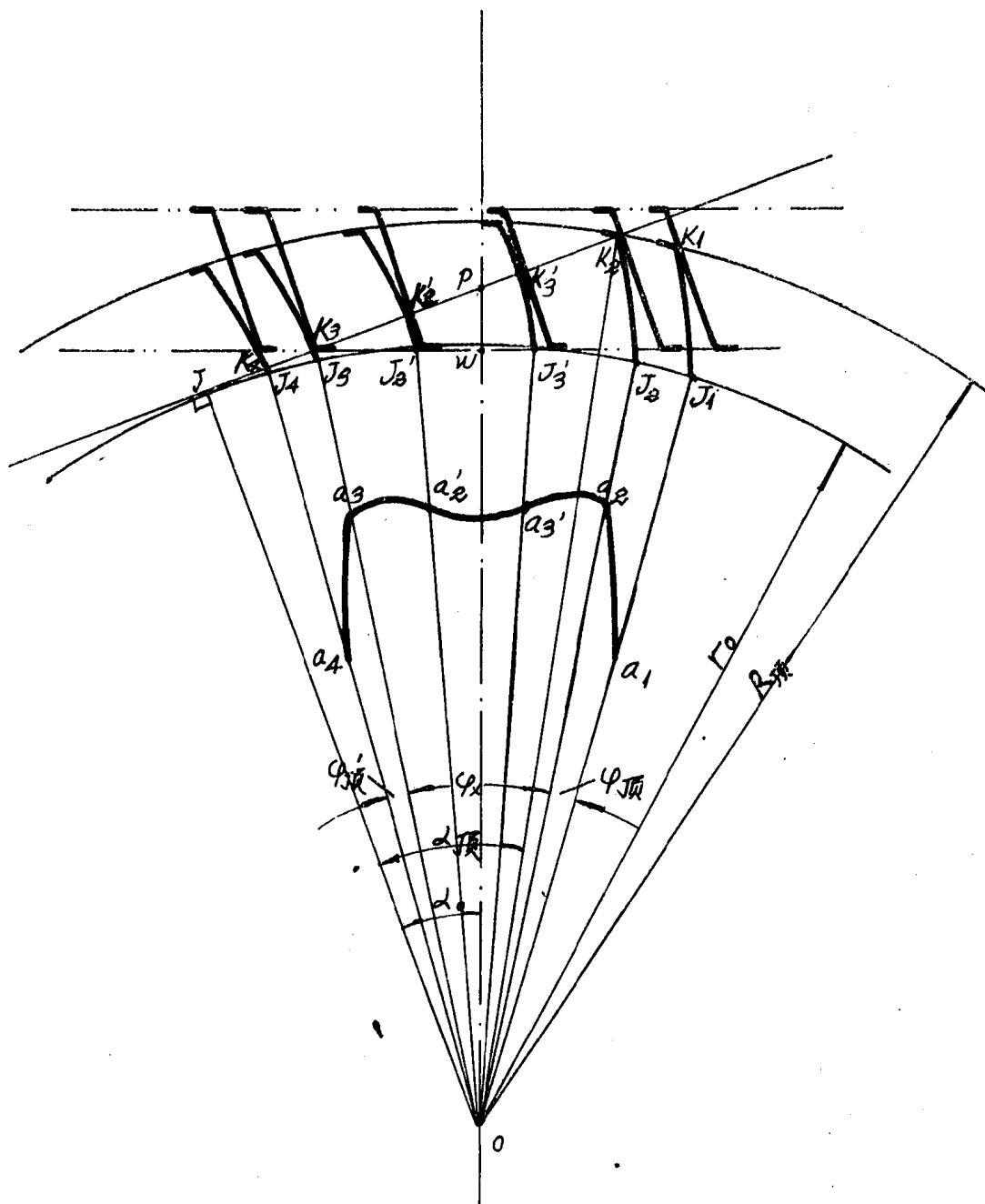


图6 单齿形啮合的全过程

$$l_s = \sqrt{R_{\text{顶}} - r_0} + \sqrt{R'_{\text{顶}} - r_0} - A \sin \alpha_0 \quad (\text{齿轮测齿轮})$$

$$l_s = \sqrt{R_{\text{顶}} - r_0} + r_{\text{分}} \sin \alpha_0 + \frac{f m - x}{\sin \alpha_0} \quad (\text{齿条测齿形})$$

式中 $R_{\text{顶}}$ ——被测齿轮顶圆半径
 r_0 ——被测齿轮基圆半径
 $r_{\text{分}}$ ——被测齿轮分度圆半径
 $R'_{\text{顶}}$ ——标准蜗杆顶圆半径

r'_0 ——标准蜗杆分度圆半径

A ——测量时的中心距

α_0 ——测量时的啮合角

f ——齿高系数一般为 1

x ——节圆半径与分度圆半径之差。当节圆大于分度圆时 x 为正值, 反之为负值。

这时的端面重叠系数:

$$e_s = \frac{l_s}{t'_j} = \frac{l_n \cos \beta_0}{t'_j}$$

式中 t'_j ——是齿轮端面基节

t_j ——是齿轮法面基节

β_0 ——被测齿轮基圆螺旋升角

这时的齿轮回转角(见图 6)

$$\begin{aligned}\varphi_x &= \frac{K_2 K_3}{r_0} = \frac{l_s}{r_0} = \frac{360^\circ}{z t'_j} l_s \\ &= \frac{360^\circ}{z} e_s.\end{aligned}$$

测量斜齿轮的法向啮合齿形时, 这时的啮合线长度: (见图 5)

$$l_n = \frac{l_s}{\cos \beta_0}$$

这时的重叠系数

$$e_n = \frac{l_n}{t_j} = \frac{l_s}{t_j \cos \beta_0} = \frac{e_s}{\cos^2 \beta_0}$$

这时的齿轮回转角

$$\begin{aligned}\varphi_x &= \frac{K_2 K_3}{r_0} = \frac{l_n}{r_0 \cos \beta_0} = \frac{l_s}{r_0 \cos^2 \beta_0} \\ &= \frac{360^\circ}{z t'_j} \cdot \frac{l_s}{\cos^2 \beta_0} \\ &= \frac{360^\circ}{z} \cdot \frac{l_s}{t_j \cos \beta_0} \\ &= \frac{360^\circ}{z} e_n\end{aligned}$$

(2) 齿轮的顶刃啮合误差曲线

齿轮齿形线的正常啮合应是啮合线上的啮合, 在齿轮端截面上就是 $K_2 K_3$ 段(见图 6)的啮合, 这时的啮合作用半径就是齿轮的基圆半径 r_0 。但当齿形线的正常啮合从 K_3 点移到 K_2 点时, 如果相邻一对齿不能接触上(如相邻齿面凹得太多, 或者被测齿轮基节大于标准齿轮的基节, 或者如图 6 所示的单齿形啮合)来接替啮合, 这时原来的齿形线将仍和原来的标准齿形相啮合, 只不过这时的啮合点开始离开啮合线而进行啮合线外的啮合。这种啮合是齿形的齿顶在标准齿形齿面上刮行的过程, 我们称之为齿轮的顶刃啮合。

齿轮顶刃啮合时, 它的啮合作用半径将不再等于齿轮的基圆半径 r_0 。而是逐渐变小, 从而使被测齿轮的转速逐渐加快。离 K_2 点愈远, 这时被测齿轮的啮合作用半径就减少得愈快, 转速也就增加得愈快, 从顶刃啮合误差曲线来说则显得更陡。齿轮的顶刃啮合在齿轮回转角

$\varphi_{\text{顶}}$ 内完成。

当被测齿轮的齿顶和标准齿条的一个齿面在齿轮端平面上顶刃啮合时, 这时齿轮顶刃啮合的回转角 $\varphi_{\text{顶}}$ 和误差值 $\Delta_{\text{顶}}$ 之间的函数关系可按下式计算

$$\begin{aligned}\Delta_{\text{顶}} &= [R_{\text{顶}} \sin(\alpha_{\text{顶}} + \varphi_{\text{顶}}) - R_{\text{顶}} \sin \alpha_{\text{顶}}] - r_0 \varphi_{\text{顶}} \\ &= R_{\text{顶}} \left(2 \sin \frac{\varphi_{\text{顶}}}{2} \cos \frac{2\alpha_{\text{顶}} + \varphi_{\text{顶}}}{2} \right) - r_0 \varphi_{\text{顶}}\end{aligned}$$

$$\because R_{\text{顶}} = \frac{r_0}{\cos \alpha_{\text{顶}}} \text{ 而 } \varphi_{\text{顶}} \text{ 较小时 } \sin \varphi_{\text{顶}} \approx \varphi_{\text{顶}}$$

$$\begin{aligned}\therefore \Delta_{\text{顶}} &= \frac{2r_0}{\cos \alpha_{\text{顶}}} \sin \frac{\varphi_{\text{顶}}}{2} \left(\cos \alpha_{\text{顶}} \cos \frac{\varphi_{\text{顶}}}{2} - \sin \alpha_{\text{顶}} \sin \frac{\varphi_{\text{顶}}}{2} \right) - r_0 \varphi_{\text{顶}} \\ &= 2r_0 \frac{\varphi_{\text{顶}}}{2} - r_0 \operatorname{tg} \alpha_{\text{顶}} \frac{\varphi_{\text{顶}}^2}{2} - r_0 \varphi_{\text{顶}} \\ &= -\frac{1}{2} r_0 \operatorname{tg} \alpha_{\text{顶}} \varphi_{\text{顶}}^2\end{aligned}$$

式中 $\alpha_{\text{顶}}$ —— 齿顶处齿面压力角

由上式可知, 齿轮顶刃啮合误差曲线呈一抛物线。(见图 6a₁a₂ 段)

(3) 标准齿形的顶刃啮合误差曲线

当齿形线的正常啮合从 K_2 点移到 K_3 点时, 如果相邻一对齿不能接触上 (如相邻齿面凹得太多, 或者被测齿轮基节小于标准齿轮的基节, 或者就如图 6 所示的单齿形啮合) 来接替啮合, 这时原来的齿形线将仍和原来的标准齿形相啮合, 不过这时的啮合点也开始离开啮合线而进行啮合线外的啮合。这种啮合是标准齿形的齿顶在被测齿轮齿面上刮行的过程, 我们称之为标准齿形的顶刃啮合误差曲线。

标准齿形顶刃啮合时, 其传动速比也和齿轮顶刃啮合一样发生变化, 所不同的是它使被测齿轮的转速逐渐减慢。离 K_3 点愈远, 这种转速就降低得愈厉害。标准齿形的顶刃啮合在被测齿轮的回转角 $\varphi'_{\text{顶}}$ 内完成。

当标准齿形的齿顶和被测齿轮的一个齿面在齿轮端平面上顶刃啮合时, 这时标准齿形顶刃啮合的回转角 $\varphi'_{\text{顶}}$ 和误差值 $\Delta'_{\text{顶}}$ 之间的函数关系可按下式计算:

$$\begin{aligned}\text{令 } \overline{K_3 K_4} &= S & \overline{W K_3} &= s_0 & \overline{O K_3} &= r_1 & \overline{O K_4} &= r_2 \\ \overline{P W} &= h & \angle W O K_3 &= \xi_3 & \angle W O K_4 &= \xi_4 \\ \therefore A'_{\text{顶}} &= S \cos \alpha_0 - r_0 \varphi'_{\text{顶}} \\ \therefore \varphi'_{\text{顶}} &= \xi_4 - \xi_3 + \operatorname{inv} \alpha_3 - \operatorname{inv} \alpha_4\end{aligned}$$

$$\text{式中 } \xi_4 = \operatorname{tg}^{-1} \frac{S + S_0}{r_1 \cos \xi_3}$$

$$\because S_0 = r_1 \sin \xi_3$$

$$\therefore \xi_4 = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{S}{r_1 \cos \xi_3} + \operatorname{tg} \xi_3 \right)$$

$$\text{式中 } \xi_3 = \sin^{-1} \frac{h \operatorname{ctg} \alpha_0}{r_1}$$

$$\text{式中 } \alpha_3 = \cos^{-1} \frac{r_0}{r_1}$$

式中 $\alpha_4 = \cos^{-1} \frac{r_0}{r_2}$

$$\therefore r_2 = \sqrt{S^2 + r_1^2 - 2Sr_1 \cos(90^\circ + \xi_3)}$$

$$= \sqrt{S^2 + r_1^2 - 2Sr_1 \sin \xi_3}$$

$$\therefore \alpha_4 = \cos^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{S^2 + r_1^2 - 2Sr_1 \sin \xi_3}}$$

$$\begin{aligned} \therefore \varphi'_{\text{顶}} &= \text{tg}^{-1} \left(\text{tg} \xi_3 + \frac{S}{r_1 \cos \xi_3} \right) - \xi_3 + \text{inv} \alpha_3 \\ &\quad - \text{inv} \left(\cos^{-1} \frac{r_0}{\sqrt{S^2 + r_1^2 - 2Sr_1 \sin \xi_3}} \right) \end{aligned}$$

将右边展开成 S 的幂级数, 略去 S^3 以上的项, 则得

$$\varphi'_{\text{顶}} = \frac{S}{r_{\text{分}}} - \frac{1}{2r_0^2 \text{tg} \alpha_3} \sin^2 \alpha_0 S^2$$

$$\therefore \Delta'_{\text{顶}} = S \cos \alpha_0 - r_0 \left(\frac{S}{r_{\text{分}}} - \frac{1}{2r_0^2 \text{tg} \alpha_3} \sin^2 \alpha_0 S^2 \right)$$

$$= S \cos \alpha_0 - S \cos \alpha_0 - \frac{1}{2r_0^2 \text{tg} \alpha_3} \sin^2 \alpha_0 S^2$$

$$= -\frac{1}{2r_0^2 \text{tg} \alpha_3} \sin^2 \alpha_0 S^2$$

显然, 从上式可知: 标准齿条的顶刃啮合误差曲线也呈抛物线。

3. 齿轮动态截面全误差曲线(JQ 曲线)

齿轮的左齿面或右齿面在同一轴向位置上的各齿齿形运动误差曲线所组成的误差曲线, 我们就称为“动态截面全误差曲线”(以下简称“JQ 曲线”)(见图 7)。“JQ 曲线”中各齿齿形运动误差曲线是按各齿面的交替啮合顺序排列于记录图形的角坐标上的。这种交替啮合的先后顺序是这样的(以没有误差的齿轮为例):

如果齿轮是被动(见图 6), 那么第一牙齿形是从齿顶啮合点 K_2 开始, 逐渐向齿根方向移动, 到啮合点 K_3 啮合结束。但当第一牙的啮合点从 K_2 啮合到 K'_2 时, 第二牙的齿顶啮合点就已经同时开始在 K_2 点开始啮合。如此不断交替啮合, 第三牙, 第四牙……各齿齿形就都参加了啮合而完成齿轮整转的传动。

如果齿轮是主动(见图 6), 那么第一牙齿形是从齿根啮合点 K_3 开始, 逐渐向齿顶方向移动, 到啮合点 K_2 啮合结束。但当第二牙的啮合点从 K_3 啮合到 K'_3 时, 第二牙的齿根啮合点就已经同时开始在 K_3 点开始啮合。此如不断交替啮合, 第三牙, 第四牙……各齿齿形就都参加了啮合而完成齿轮的整转的传动。

上述的交替啮合过程, 也就是齿轮传动中啮合系数大于 1 的特点所决定的, 即前一对齿没有啮合完了, 第二对齿就已开始参加啮合。

$$\therefore \overline{K_2 K'_2} = \overline{K_3 K'_3} = t_j (\text{基节})$$

$$\therefore \frac{\overline{K_2 K_3}}{\overline{K_2 K'_2}} = \frac{\overline{K_2 K_3}}{\overline{K_3 K'_3}} = \varepsilon (\text{啮合系数})$$

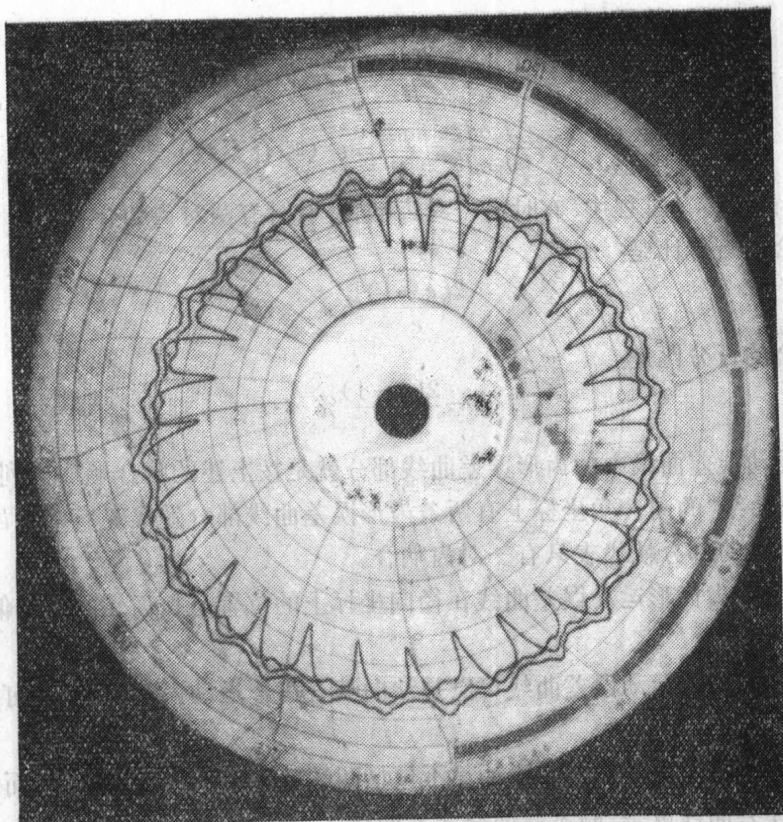


图 7 动态截面全误差曲线和截面运动误差曲线

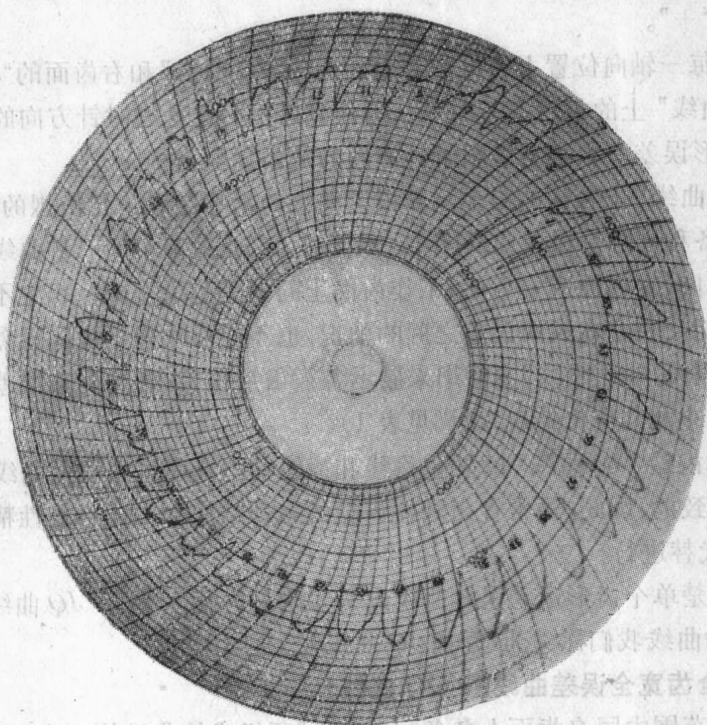


图 8 隔齿的动态截面全误差曲线