

画法几何学

机械教研室編

长春地质勘探学院

目 录

画法几何課前介紹	1
§ 1 画法几何研究的对象和目的	1
§ 2 学习本课程的方法及特点	2
§ 3 对每一阶段学习方法的指示	4
第一章 緒論	6
§ 1—1 画法几何的发展概况	6
§ 1—2 祖国及苏联在本课程上的贡献	6
§ 1—3 关于投影的基本概念	8
第二章 点	11
§ 2—1 点的正投影	11
§ 2—2 点在二投影面体系中的位置	13
§ 2—3 点在三投影面体系中的投影	17
§ 2—4 点的正投影与直角坐标的关系	19
自我檢查問題	20
第三章 直綫	21
§ 3—1 直綫的投影	21
§ 3—2 直綫上的点及点把直綫分成定比	22
§ 3—3 直綫的跡点	23
§ 3—4 直綫与投影面的相对位置	24
§ 3—5 其他象限的綫段	31
§ 3—6 二直綫間的相对位置	34
§ 3—7 相交二直綫所成角度的投影	37
自我檢查問題	39
第四章 平面	41
§ 4—1 平面的表示法	41
§ 4—2 特殊位置的平面	45
§ 4—3 一般位置的平面	53
§ 4—4 平面內的特殊直綫	56
§ 4—5 平面图形的投影图	60

80 画法几何
60 机械制图

I 220 卷第 (4)

§ 4—5 二平面的相对位置	63
自我檢查問題	70
第五章 直線与平面	71
§ 5—1 相互平行的直線与平面	71
§ 5—2 相交的直線与平面	73
§ 5—3 相互垂直的直線与平面	78
自我檢查問題	83
第六章 投影改造	84
§ 6—1 投影改造的目的	84
§ 6—2 变更投影面法	85
§ 6—3 旋轉法	96
自我檢查問題	106
第七章 体及体表面之点綫	108
§ 7—1 平面立体及其表面的点綫	108
§ 7—2 曲面立体及体表面的点綫	111
自我檢查問題	113
第八章 直線平面与立体相交及立体表面的展开	114
§ 8—1 平面切截立体	114
§ 8—2 立体表面的展开	122
§ 8—3 直線与立体相交	126
自我檢查問題	130
第九章 体与体的相貫	131
§ 9—1 二曲面立体的相貫綫	131
§ 9—2 平面立体与曲面立体的相貫綫	135
§ 9—3 二平面立体的相貫綫	140
自我檢查問題	144
第十章 軸測投影	145
§ 10—1 軸測投影的基本概念	145
§ 10—2 軸測正投影	147
§ 10—3 軸測斜投影	150
§ 10—4 軸測图的繪制	151
自我檢查問題	160

画法几何課前介紹

§ 1 画法几何研究的对象和目的

画法几何主要研究的对象是：

- (1) 研究用投影方法在平面上表示空間形体的大小形状和位置。
- (2) 研究各种图解方法，来解决属于空間几何图形的作图問題。

一个未来的地质工程师，其所以要学习本课程是因为目前地质勘探工作是在高度技术水平上发展，在地质勘探中采用了很多机械，如鑽探机、水泵、空气压缩机、风鑽等等。而一切机器或者仪器都是用图来表示出他的構造，一个地质工程师常常需要根据图样来了解这些机器或仪器之性能与構造，这样就需要有熟練的讀图能力。另外在設計一些机件工具或仪器时，最后亦需用图样表示出来，才能送工廠制造。这样就需要画图之能力。学习画法几何就是要为我们今后的讀图提供出理論根据和必要的基础，使我们能看图又能画图。

但画法几何还不仅仅只是为制图打基础，对于一个地质学院的学生来说，学习画法几何还有更重要的目的和意义，就是它还给我们許多地质专业課程打下了基础。画法几何中的許多概念和方法，在矿体几何，地质制图，構造地质等課程中常常会用到。除此以外，在本課程的学习过程中，将会培养同学的空間想象能力，增强立体概念，这种立体概念对于我们来说，也是十分重要的，在学习矿物結晶学时立体概念如果不强，学起来是相当困难的。今后做为一个地质工作者，

常常要根据一些地面情况和勘探资料来想象出埋藏在地下的矿体的形状，并且准确的计算出它们的储藏量。要做到这些没有立体概念也是不成的。

除了以上所说的以外，画法几何中也还要谈到一些空间的作图原理和方法，我们可以利用它来解决空间各式各样的问题，并且往往通过分析计算来得快，象这样的问题在我们今后学习及工作中常会遇到。

§ 2 学习本课程的方法及特点

(1) 本课程前后联系性很强，往往第一堂讲的内容，第二堂就要用到，没有学好前一次作业的基础，要作后一次作业就有困难。由于这样一个特点，因此要求同学一开始就必须抓紧，在听第二讲以前必须对第一讲已有透彻的了解，在作第二个作业前，对第一个作业一定要很好掌握，尤其对课程前一阶段的教材，决不能因其简单而忽视，否则基础没学好，学到后面一些复杂的东西，就会造成很大困难。

(2) 必须经常练习根据投影图来想象空间，当然，在刚开始学习时，空间想象力不强，可以自己动手做一些简单的立体模型，以帮助我们思考，和建立空间概念，但决不能一味的依赖模型或者立体图，这样下去，就不再是帮助我们思考，而是限制了我们的空间想象力，同学们应当多多的熟悉投影图，这样才能逐步的建立自己的空间概念。

(3) 在学习中应培养分析说理，总结归纳，以达到掌握原则。画法几何有很丰富的内容，但原则原理总结起来不过数百字。学习本课程就要掌握这些原则原理，否则你会觉得本课程内容千变万化无法掌握。要掌握原则就得通过分析说理总结归纳。分析就是分析每一方法所根据的条件，每门科学都有很丰富的内容，教师在讲解时不可能把

每一內容都講到，而是講一些有代表性的，這時你一定要分析教師所講的解題方法，是在什麼條件情況之下適用，也就是搞清教師所講問題是代表那一類型的問題，這樣，以後再遇到同一類型的問題時，就可以應用這一方法來解決，這樣你所学到的就不是一個孤立的問題，而是解決這一類型問題的方法。同時還要分析條件情況相類似問題的不同點與共同點，找出它們產生共同點的因素，這樣可以將許多複雜問題簡化起來。說理就是應該能說出每一方法所根據的原理。這樣，當問題的條件略有改變時，能夠將所学到的原理推廣應用。否則只知方法不知原理，將會無從下手。應該指出，生產實際中的問題並不象書本上那樣單純，要是做不到這一點是解決不了實際問題的。關於如何分析說理在各講課階段中將具體舉例說明。

(4) 在學習中應防止只知其然而不知其所以然的學習方法。但對有些問題，例如平面切截圓錐時截斷面為一橢圓，拋物綫。或雙曲綫的證明，因並非本課之主要內容，所以並不要求去鑽研它們在數學上的論證。

(5) 必須認真地獨立地完成習題課中和家庭作業的練習。只有這樣才能把我們課堂中所學的鞏固下來。同時作業中的作圖應當是整潔而精確的。所以必須用圓規和直尺進行，不能了草亂畫。這樣不僅可以避免錯誤，還能節省我們的時間。

(6) 在完成作業中，同學們常會發生作題目十分困難。產生這種問題的原因一般是這樣的：①復習得不深入、懂得不透徹。②理論是懂了，但未能總結分析，不會靈活運用。③立體概念不強，不會把空間和投影圖聯繫起來。因此要解決作題上的困難，首先必須深入復習，復習時不要單純的死記死背，也不要看完一遍就放下。要不僅把內容消化了，而且要系統起來。否則印象是暫時的，肤淺的，過一個

时候就忘記了，这样当作題时自然就会感到困难。所以要求同学在講完以后及时复习，并練習做复习小結，把这一講的教材內容系統归纳起来。才会領会掌握教材中的精神，遇到題目也就迎刃而解了。

(7) 在每章以后均附有自我檢查問題，供同学在复习以后檢查自己是否已掌握本章的主要內容。此处应避免沒有复习就按題解答，这样只会使同学片面的了解，而不是全面的領会，是沒有好处的。为帮助同学应用理論来解決問題，除講的例題外，書中还附有参考例題，閱讀这些例題領会其解題方法，可以帮助我們更好的解題，在习题集中也附有一些补充題目，同学有时间也可以試作一下。

認真地、系統地、有規律地学习，多开动腦筋，注意本課程的特点和它正确的学习方法，学好画法几何是非常容易的。不过在科学的道路上，平坦的大道是沒有的，只有那些不畏艰难的人，才有希望登上科学的頂峰！未来的紅色地質工程師們，努力吧！

§ 3 对每一阶段学习方法的指示

画法几何在不同阶段有着不同的学习方法，茲分別指示如下：

第一阶段 第一章至第四章 § 4.3 节为止，在这一阶段中主要是討論点綫、面在空間的位置。学习时应注意以下几点：

①应多想空間，要开始就注意培养自己的立体概念，才能逐步的建立和巩固。否則到后来將因立体概念缺乏而产生解題困难。到那时再想把立体概念补充起来，困难就大了。

②对介紹之各种特性及方法，不單应理解，还須熟悉，但这种熟悉不应是那种死背条文的記憶，而是通过想象出空間形狀来熟悉这些特性及方法。

③这部份是本課程之基础，必須牢固掌握，不能視為簡單而放

松，否則勢必使后階級的学习发生很大困难。

第二阶段 第四章至第六章，这一阶段主要討論点綫面的相对位置 and 它們的作图問題。

本阶段中，空間概念逐步复杂，对于一些复杂的作图題，單凭空間想象往往不易得出結果。故本阶段中介紹了一些作图方法和理論，同学必須熟悉这些方法和理論，应用它来帮助想象空間，同时解題中应注意分析和思考。

本阶段中，主要是想象点、綫、面之間在空間的种种相对关系，至于它們对投影面之間的准确位置并不一定要求想出，故想象时可暂时离开投影面，想出它們之間的关系，得出解題的方法步驟后，再回到投影图上来作图，按这样的步驟解題就容易了。

第三阶段，第六章以后的立体部分。

本阶段中学习的內容基本上仍是应用了以前点綫面相对位置的作图原理并加以发展，在此处已不是一些簡單的綫面，而是由好些面組成的立体。

这一章理論方面并不深奥，但在作图时应用这些理論时常需要較强的立体概念，因之在作图中就常常会遇到一些困难。因此本阶段之学习不仅应懂得了作图原理，而且还要重視作題，通过它来发展立体概念，从而深入掌握作图的理論。題目中綫条往往很多，应培养自己耐心細致的工作，这种練習对以后学习机械制图是很有帮助的。

記筆記时，如遇到图太复杂，可用細一点鉛笔輕輕画一下，課外复习时一定要重新再整理一遍。因为重画一遍要比看几遍印象深刻的多，理解亦透彻。这是这一阶段学习的特点。

第一章 緒 論

§ 1—1 画法几何的发展概况

在人类生产劳动的过程中，为了要交换意見，傳播科学和文化，因此常常要利用「文字」。但由于文化和生产的逐步发展，單靠文字已經漸漸不能滿足上述要求了，因而又产生了「图」。事实証明，有許多問題几乎用文字无法叙述，而用「图」却可以清楚明了地表現出来。比如我們要描述一个地質構造，要說明一个晶体的形狀，或是叙述一部鑽探机的構造时，用图来表达是相当方便的。因此在很早时候，人类就已經知道利用「图」了，同时也已經知道了一些画图的方法。由于历代人民的劳动和研究，使这方面逐步获得了发展。

科学理論都是从人类生产实践中产生和发展起来的，画法几何的发展过程就是一个明显的例子。和唯心主义的哲学相反，我們科学的唯物主义是这样認为的：「任何一門科学都不是由于人类的喜爱而創立的，也不是人类自由思維或幻想的产物」。远在画法几何总结成一門系統的科学以前，劳动人民已經把画法几何的一些方法和規則应用在各个不同的領域中了。所以画法几何这門科学是在生产中发展出来，逐步丰富，最后才总结成一門系統科学的。

§ 1—2 祖国及苏联在本課程 上的貢獻

画法几何的實踐运用，在我国已有几千年的历史。就拿古代敦煌壁画中的图案來說，其中的正三角形，正多边形，橢圓、和其他一些

复杂的几何图形等，决不可能用徒手画成，一定有相当完备的仪器和作图方法，从中国最古的技术经典周官考工记中可以知道，远在春秋时代我国劳动人民就创造了「规」，「矩」等绘图工具。

宋代李诫曾著「营造法式」一书，它完整的总结了两千多年间祖国在建筑技术上的成就。书中图样约占四分之一的篇幅，十分完整地运用了正投影，斜投影和轴测投影法，这比法国学者蒙若（1746—1818）总结出正投影的年代约早七百余年。又如明代宋应星曾著天工开物一书，其中很多插图几乎与正确的轴测投影差不多，以上这些书中的画法都具有一定的根据，但是由于封建统治，轻视劳动，使历代很多在这方面的创造均被埋没了。以致未能总结出较为完整的科学体系来。在国民党旧社会，由于理论脱离实际，认为画法几何是「雕虫小技」处处遭到歧视，因而大大影响了这门课程在我国的发展。

自中华人民共和国成立以后，由于党和政府正确的领导，扭转了以往忽视本课程的偏向，相信随着我国社会主义的发展和科学技术的提高，画法几何在教学、研究方面一定能有重大的成就。

苏联的科学家们对本门科学也曾作出了许多光辉的成就。在十六世纪末期，古代俄罗斯的城市图已与现在的轴测投影相似，在1796年俄国的热力学工程师И·И·波尔朱诺夫曾绘制了第一张蒸汽机的投影图，这也是早于法国蒙若发表画法几何之前的。1796年俄国科学家Я·А·谢瓦茨雅诺夫就著作了画法几何学。在1907年科学院士Е·С·费道洛夫发表了制图基础的新几何学，以后又发表了新画法几何学。其中都曾运用了投影几何的原理，另外他还以结晶图形的基本理论和矢量画法几何闻名于世界，同时还是第一个用图解法研究结晶构造和其他自然科学的人。

十月革命以后，由于苏联在生产上的迅速发展，使本课程相应的

得到了很大的提高。在最近三十多年間，苏联科学家发表了許多极有价值的論文和著作。使本課程的內容和理論又发展和深入了許多。同时將本課程推广和应用到許多自然科学中去。象 $B \cdot \text{Я} \cdot$ 阿納索夫的「画法几何应用于三元及四元系的化学平衡图」， $\Gamma \cdot \text{Д} \cdot$ 阿那諾夫的「在力学問題中的正投影法」等。尤其值得我們注意的，是科学家 $\Pi \cdot \text{А} \cdot$ 雷諾夫著了「地質矿山測量实用投影学」一書，書中应用了画法几何原理来解决一些地質勘探中的問題。这些都有力的駁斥了資產階級学者認為画法几何学无可发展的謬論。同时也表現了苏联科学思想的特点，即力求把科学面向生活。使科学理論与生活实践联系起来、讓科学研究成果服务于人民的和平幸福生活，这应当是所有科学工作者一致努力的方向。

§ 1—3 关于投影的基本概念

如果要把空間的一点 A 表現于 H 平面上，（图 1.1）可在 H 平面外选一任意点 S 作为光源，由发光点 S 引經過 A 点的光綫 SA ，这光綫 SA 交平面 H 于 a 点，这 a 点就是 A 点表現在 H 平面上的地位。也就是 A 点在光源 S 的照射下，落在 H 面上的影子。我們称它为 A

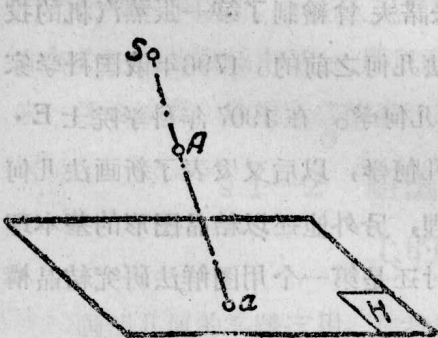


图 1.1

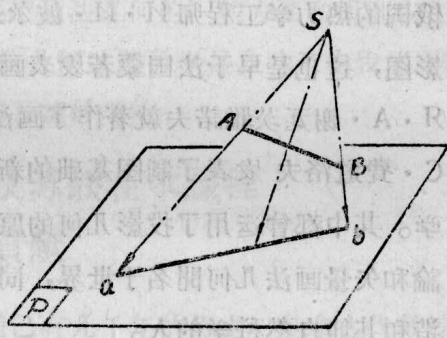


图 1.2

点在 H 平面上的投影。S 点称为投影中心；SA 称为投影线；H 平面称为投影面。

又如要把 P 平面外的一段直线 AB 投影在 P 平面上，(图 1.2) 由投影中心 S 出发，通过 AB 线上所有的点引投影线，这些投影线与 P 平面的交点的总和就构成了 AB 线段在 P 平面上的投影 ab。

在上述两个例子中，得到投影的方法是经过一点(投影中心)发出投影线，将物体投影在投影面上。故称为中心投影。 $ab \neq AB$

如果把投影中心 S 点移至无穷远处，此时投影线间将是互相平行的，如图 1.3 所示。用这种方法得到的投影称为平行投影。 $ab = AB$

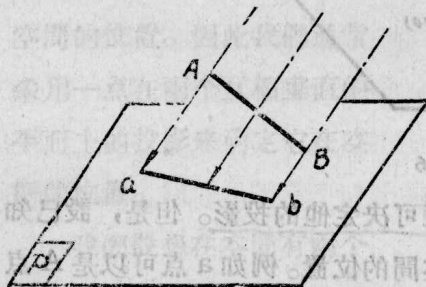


图 1.3

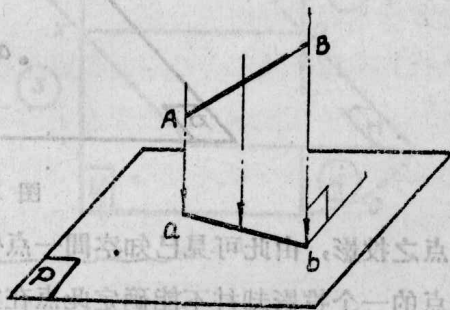


图 1.4

在平行投影中，由于投影线方向的不同，又可以分成斜投影(图 1.3)和正投影(图 1.4)两种。斜投影中，投影线与投影面是斜交的；正投影中，投影线与投影面是正交的。

在工程中用得最多的是平行投影中的正投影。因为它作图简单精确，在图形上能清楚反映物体的形状、位置和大小，而且便于度量，本书中将主要介绍正投影法。

设已知空间一点 A 及投影面 P，要求 A 点在 P 面上的正投影，便可通过 A 点作一投影线垂直于投影面，投影线与投影面之交点 a 即 A

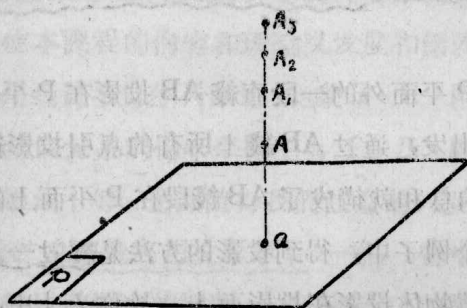


图 1.5

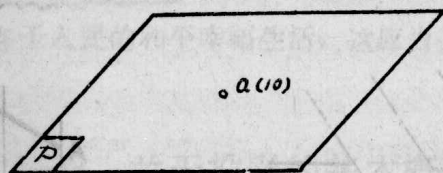


图 1.6

点之投影，由此可見已知空間一点便可决定他的投影。但是，設已知点的一个投影却不能确定此点在空間的位置。例如 a 点可以是 A 点的投影，亦可以是 $A_1 A_2 A_3$ 等的投影。因此，欲用投影图来表示空間一点的位置必須有兩個投影，或者用数字标註出該点距离投影面的高度。（图 1.6）后一种方法称为标高投影法。

正——
斜——
平——

第二章 点

§ 2—1 点的正投影

从前一章不难看出，任何种类的投影方法都有共同的一点特性，即在一定的投影条件下，空间的点可以完全决定它的投影的位置，但点的一个投影却不能完全决定这一点在空间的位置。因此我们通常采用一点在两个互相垂直的平面上的投影来确定它在空间的位置。

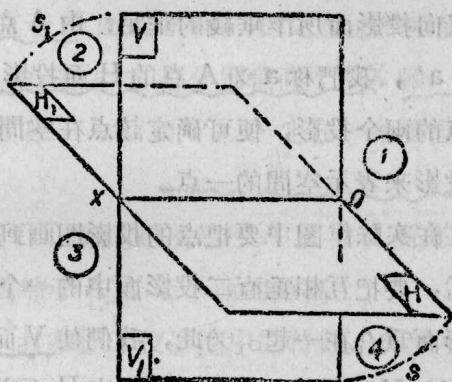


图 2.1

我们设想在空间有两个

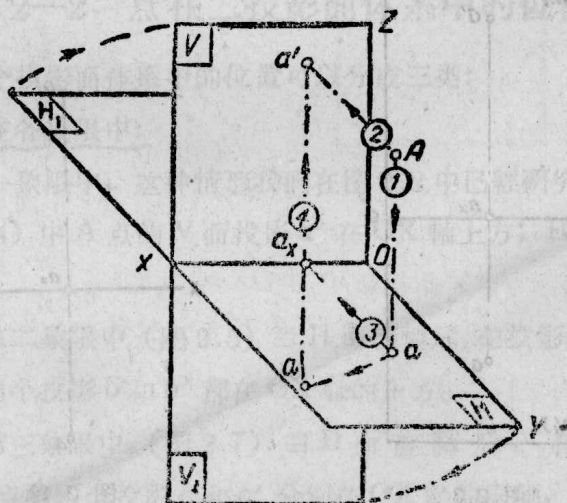


图 2.2

互相垂直的投影面，一个是直立着的叫直立投影面，或简称 V 面；一个是水平的，叫水平投影面，或简称 H 面。这两个投影面的交线 OX 叫做“投影轴”（图 2.1）。

这两个互相垂直的投影面把空间分成了四部分，每一部分叫做一个「象限」。这四个象限在空间排列的顺序如图 2.1 所示。

图 2.2 中，A 点在第一象限，因为点在投影面上的正投影就是由该点向投影面所作垂线的垂足：由 A 点向投影面分别作垂线，得垂足 a 与 a'，我们称 a 为 A 点的 H 面投影，a' 称为 A 点的 V 面投影，由点的两个投影，便可确定该点在空间的位置，因此就可以用点的两个投影来表示空间的一点。

在实际作图中要把点的投影图画到平面的图纸上来，因此在投影之后，要把互相垂直二投影面中的一个绕投影轴 OX 旋转 90° ，使二投影面重合在一起。为此，我们使 V 面不动，使 H 面以 OX 为轴旋转到与 V 面重合，旋转时规定 H 面前部向下旋转后部向上旋转，

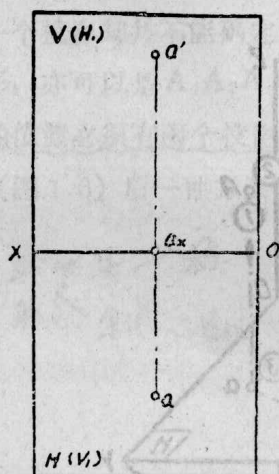


图 2.3

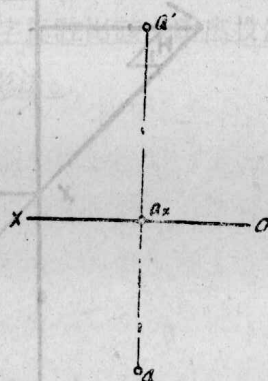


图 2.4

(图 2.2) 这种二投影面重合后的图就叫做投影图 (图 2.3)。

普通因为平面是广濶无边的，所以在投影图上不需画出投影面的界限，只画一个投影轴 OX 就行了 (图 2.4)。

在两个投影面体系的投影图中，A 点的投影有下列特性：

1) A 点的 H 面投影和 V 面投影的联线 $a'a \perp OX$ 轴。

自图 2.2 中可知，从 A 点向投影面所作之二垂线 Aa 及 Aa' 决定一平面，此平面必然同时垂直于 H 面及 V 面，因之也必然垂直于 H 面和 V 面的交线 OX 轴，故 aa_x 和 $a'a_x$ 都分别垂直于 OX 轴，当 H 平面绕 OX 轴旋转到重合位置时， aa_x 和 $a'a_x$ 一定在一条垂直于 OX 轴的直线上。

2) A 点的 V 面投影 a' 至 OX 轴的距离等于 A 点与 H 面的距离；H 面投影 a 至 OX 轴的距离等于 A 点与 V 面的距离。

了解了投影图产生的规律，并掌握了投影图中的特性，自然不难从投影图中看出所表示的空间点的位置。

§ 2—2 点在二投影面体系中的位置

点在两个投影面体系中的位置可以分成三类：

1) 点在各象限中：

点在第一象限中，这种情形我们在图 2.2 中已经研究过了，在投影图 (图 2.4) 中 A 点的 V 面投影 a' 在 OX 轴上方；H 面投影 a 在 OX 轴下方。

(01) B 点在第二象限中 (图 2.5) 当 H 面旋转后，在投影图 (图 2.6) 上，B 点的两个投影 b 和 b' 都在 OX 轴的上方。

C 点在第三象限中 (图 2.7) 当 H 面旋转后，在投影图 (图 2.8) 上，C 点的两个投影 c 和 c' 分别在 OX 轴的两侧，但 H 面投影

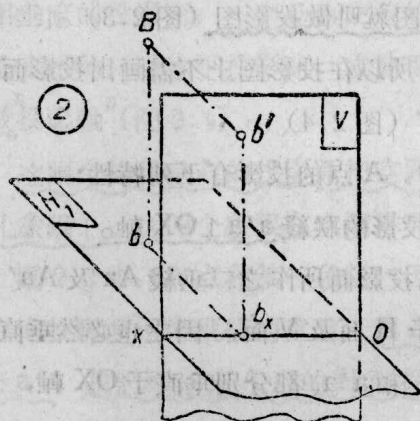


图 2.5

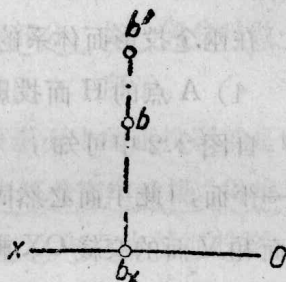


图 2.6

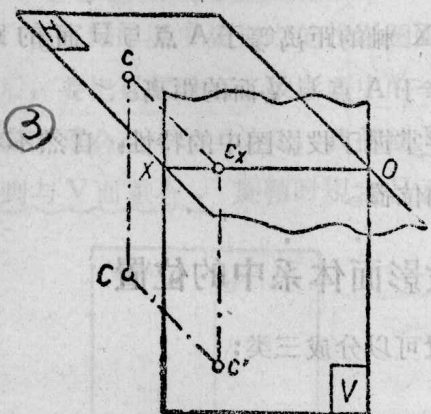


图 2.7

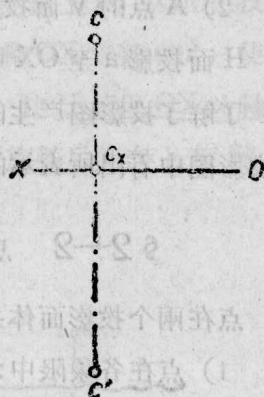


图 2.8

c 在 OX 轴的上方, V 面投影 c' 在 OX 轴的下方。

(3) D 点在第四象限中 (图 2.9) 当 H 面旋转后, 在投影图 (图 2.10) 上, D 点的两个投影 d 和 d' 都在 OX 轴的下方。

2) 点在投影面内:

E 点在 H 面的前半部内, (图 2.11) E 点至 H 面的距离等于零。