

479164

5756
13034

齿 轮 加 工

赠阅

成都工学院图书馆
基本馆藏



西安交通大学

机械教研室编

一九七七年元月

毛主席语录

要搞马克思主义，不要搞修正主义；要团结，不要分裂；要光明正大，不要搞阴谋诡计。

教育必须为无产阶级政治服务，必须同生产劳动相结合。

人的正确思想，只能从社会实践中来，只能从社会的生产斗争、阶级斗争和科学实验这三项实践中来。

理论的基础是实践，又反过来为实践服务。

马克思主义的哲学认为十分重要的问题，不在于懂得了客观世界的规律性，因而能够解释世界，而在于拿了这种对于客观规律性的认识去能动地改造世界。

鼓足干劲，力争上游，多快好省地建设社会主义。

目 录

第一章 齿轮啮合的基本知识

§ 1-1	前言	1
§ 1-2	齿轮齿形的加工原理	1
§ 1-3	渐开线齿轮的基本知识	3
(一)	渐开线形成原理及其几何性质	3
(二)	渐开线的计算公式	4
(三)	渐开线直齿圆柱齿轮的啮合	8
(四)	齿条和齿轮的啮合	16
(五)	变位齿轮	21
(六)	渐开线斜齿圆柱齿轮	23
(七)	渐开线圆柱齿轮常用公式举例	27
§ 1-4	蜗杆蜗轮啮合	31
(一)	蜗杆的造形原理	31
(二)	蜗杆蜗轮的几何参数	39
(三)	蜗杆蜗轮副的啮合	41

第二章 圆柱齿轮的精度和测量方法

§ 2-1	齿轮的精度要求和误差来源	45
(一)	对齿轮传动精度的要求	45
(二)	齿轮制造误差来源及其性质	46
(三)	齿轮传动的精度指标	47
§ 2-2	综合测量	50
(一)	单面综合测量	50
(二)	双面综合测量	58
(三)	齿轮测量项目的选择原则	59
§ 2-3	单项指标的测量	61
(一)	齿轮的运动精度	61
(二)	工作平稳性	69
(三)	接触精度	74
(四)	侧隙	74
§ 2-4	圆柱齿轮传动公差标准及其应用	75
(一)	圆柱齿轮传动公差标准简介	75
(二)	圆柱齿轮传动公差的应用	76

第三章 滚齿加工

3-1 滚齿加工原理	80
(一) 滚切直齿轮	80
(二) 滚切斜齿轮	81
(三) 滚切蜗轮	82
§ 3-2 滚齿机	84
(一) Y38滚齿机的主要技术性能	84
(二) Y38滚齿机的传动系统	84
(三) 滚齿机的差动机构	90
(四) 交换齿轮的选择	93
(五) Y38滚齿机的调整	95
§ 3-3 滚刀	99
(一) 齿轮滚刀的选用	99
(二) 蜗轮滚刀的设计和应用	106
§ 3-4 滚齿夹具	120
(一) 对滚齿夹具的基本要求	120
(二) 滚齿夹具的典型结构	122

第四章 滚齿加工的误差分析

§ 4-1 齿轮加工误差分析及计算的基本出发点	123
(一) 齿轮啮合中瞬时基圆半径的概念	123
(二) 基节误差、齿形误差及周节累积误差和基圆半径变动的关系	124
(三) 基圆半径误差产生的基本规律	126
§ 4-2 齿轮运动误差的分析	128
(一) 齿坯几何偏心的分析	128
(二) 齿坯几何偏心对周节累积误差的影响	130
(三) 机床运动误差对齿轮周节累积误差的影响	131
§ 4-3 齿轮工作平稳性的分析	134
(一) 常见的齿形误差现象及其产生原因	135
(二) 基节偏差的产生原因	137
(三) 各项原始误差与被切齿轮的 ΔJ 和 Δt_f 之间的数量关系	137
§ 4-4 齿向误差的分析	143
(一) 滚齿机刀架导轨误差对齿向误差的影响	144
(二) 工件安装误差对齿向误差的影响	144
§ 4-5 保证齿轮加工精度的方法	146
(一) 对齿坯精度的要求	146
(二) 对工夹具精度的要求	147
(三) 对机床工艺精度的要求	149

(四) 对安装和调整的要求.....	149
§ 4-6 滚齿加工误差的计算示例.....	151

第五章 齿形的其他加工方法

§ 5-1 插齿加工.....	156
(一) 插齿加工的基本原理及其应用.....	156
(二) Y54插齿机.....	158
(三) 插齿刀的选用.....	161
§ 5-2 剃齿加工.....	167
(一) 剃齿加工原理.....	167
(二) Y4232A剃齿机.....	170
(三) 剃齿刀的结构和选用.....	171
(四) 剃齿加工的应用.....	176
§ 5-3 珩齿、研齿和磨齿.....	178
(一) 珩齿.....	178
(二) 研齿.....	181
(三) 磨齿.....	182
§ 5-4 齿轮的冷挤整形.....	188
(一) 齿轮冷挤整形的特点.....	188
(二) 冷挤工艺要求和参数.....	189
(三) 冷挤轮的结构和参数.....	189
(四) 新型单轮式冷挤方法.....	191
§ 5-5 锥齿轮加工.....	192
(一) 锥齿轮的类型和加工原理.....	192
(二) 锥齿轮的各种加工方法.....	195
(三) 弧齿锥齿轮的加工.....	197
(四) 直齿锥齿轮的加工.....	200

第六章 圆柱齿轮加工工艺过程

§ 6-1 圆柱齿轮加工工艺过程的分析.....	211
(一) 大批大量生产方式.....	211
(二) 成批生产方式.....	214
(三) 零星小批生产方式.....	215
§ 6-2 毛坯材料的选择和热处理.....	216
(一) 材料选择.....	217
(二) 热处理对齿轮加工质量的影响.....	218
§ 6-3 齿坯基准面的加工.....	219
(一) 淬火前齿坯基准面的加工.....	219

(二) 淬火后齿坯基准面的加工.....	220
§ 6-4 轮齿的加工.....	221
(一) 轮齿的初加工.....	221
(二) 轮齿的精加工.....	222
(三) 轮齿的加工方案.....	223

附录 实验指导书和齿轮刀具设计计算卡

实验一 周节差和周节累积误差的测量.....	224
实验二 直齿圆柱齿轮的检验.....	227
实验三 滚齿机的调整.....	230
实验四 提高滚齿机传动链精度.....	234
参考资料之一 HYQ010A 滚齿机传动仪工作原理.....	237
参考资料之二 滚齿机传动精度校正机构.....	245
实验五 滚刀的铲齿.....	255
蜗轮滚刀设计计算卡.....	262

第一章 齿轮啮合的基本知识

§ 1—1 前 言

在毛主席无产阶级革命路线指引下,我国的机械制造业、机床、汽车、飞机、船舶、精密仪器以及一些尖端技术等都得到了飞跃的发展。在这些行业中,都非常广泛地应用了齿轮传动。齿轮传动不但适用于功率大、速度高的减速器上,而且也能用于传动角度误差不超过 $2-10$ 秒的精密分度传动机构和其它精密仪器上。因此,生产上所用齿轮的数量极大,品种也极多。为了适应这种情况,一般机床厂、汽车和拖拉机厂、飞机和坦克等工厂都建立有专门的齿轮工段或齿轮车间;近年来,在许多省、市还建立了各种类型的专业齿轮厂(如机床齿轮厂、农机齿轮厂等);成立了齿轮机床研究所及其它有关齿轮的研究单位,对齿轮设计理论和加工工艺及其设备进行了大量的试验研究工作。特别是无产阶级文化大革命以来,我国工人阶级和工程技术人员狠批了刘少奇、林彪的反革命修正主义路线,意气风发,斗志昂扬,在各方面作出了非常显著的成绩。

例如高精度齿轮的生产,过去制造一个5级精度的齿轮(照老标准说精度已超过1级)已属不太容易;而现在提出制造4级或3级精度齿轮的也逐渐增多。

在新工艺、新设备、新材料方面,少无切削加工得到很大发展。例如采用精密铸造、精密锻造、粉末冶金,以及热轧、冷挤、冷打成形等新工艺,减少了切削加工量,大大地节约了材料,提高了劳动生产率,降低了生产成本。

在切削加工方面,近年来也有不少新进展,以珩代磨已在齿轮精密加工方面广泛应用,上海各机床厂采用“滚——剃——珩”工艺已稳定生产6级精度齿轮。蜗杆砂轮磨齿使精密齿轮加工突破了一般磨齿生产率低的关键,为高速磨齿创造了优越的条件。

目前工业上所用的齿轮,大多数是用切削方法加工出来的,而5级和5级以上精度的齿轮,最可靠的加工方法仍是磨削加工。因此,本课程内容主要也限于齿轮的切削加工工艺及其装备。

§ 2—1 齿轮齿形的加工原理

齿轮作为一个被加工零件,也和其它一般零件一样,需要经过若干“道”工序才能加工出来,而在这些工序中,齿形的加工乃是其主要的工序。本课程的内容,也主要是叙述齿形的加工方法及其有关设备。在讨论齿轮的整个工艺时,才对各道工序的相互关系和要求加以分析。

齿形加工方法的种类很多,但一般而言,可分为两大类,即仿形法和展成法。

一、仿形法 按仿形法原理加工时, 刀具的齿形(刃形)或其齿形的投影与所切齿轮齿槽截形完全相同。目前最常见的仿形法加工是在万能铣床上用盘状模数铣刀铣圆柱直齿轮(图1-1, a)。铣削时, 铣刀一面自转, 工件沿本身轴线方向走刀, 每次铣一个齿槽。

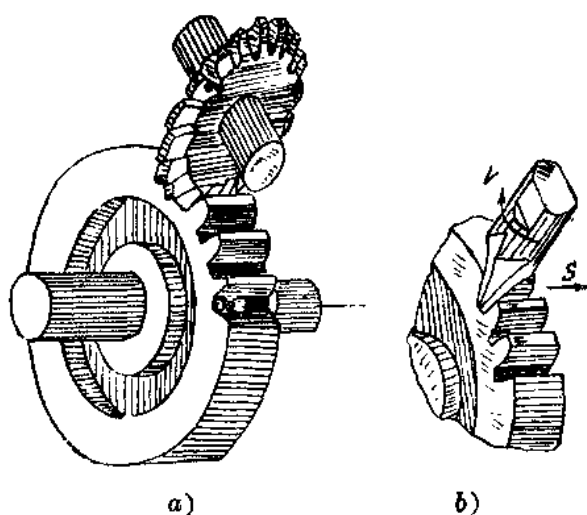


图 1-1

铣完一槽后, 工件退回原来位置, 并借助于分度转过一齿, 再重复上述切削过程。用这种方法加工时, 被切齿轮的齿形精度完全取决于铣刀刃形的制造精度。同时由于用少数几把标准齿轮铣刀加工各种不同齿数的齿轮, 铣刀的刃形本身在理论上就存在着误差, 再加上安装、分度等误差, 所以加工所得的齿轮一般精度是不高的(一般只能达到9级)。而且生产率也比较低。但事物总是一分为二的, 由于这种方法不需要专用机床, 而且刀具成本也较低廉, 因此这种加工方法在单件, 小批生产和修配生产中仍得到广泛应用。此外, 对于巨型斜齿轮及人字齿轮, 用指状模数铣刀加工仍被广泛采用(图1-1, b), 但其截形需根据工件齿形专门设计。

二、展成法 按展成法原理加工时, 刀具与工件的运动关系相当于齿条与齿轮或齿轮与齿轮的啮合关系。在加工过程中, 刀具与工件除应有为了完成切削过程所需的切削运动之外, 还应作相当于一对齿轮(或齿轮与齿条)啮合的运动, 即展成运动。这时, 工件的齿形是经刀具刃形的若干次切削包络而成的(图1-2)。展成法加工中最常见的是: 滚齿、插齿和剃齿。此外, 大多数齿轮磨床也是按展成法原理进行磨齿的。

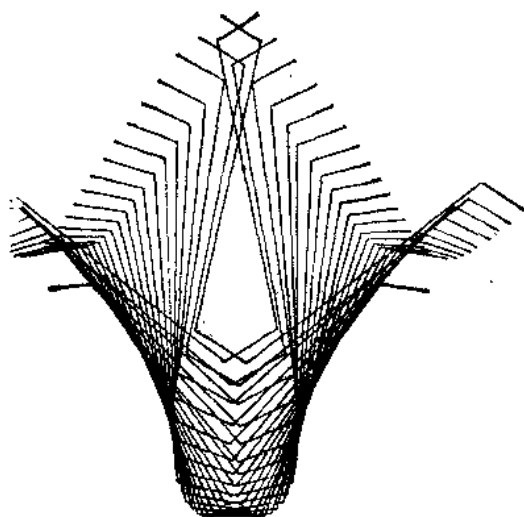


图 1-2

用展成法加工齿轮时,同一把刀具可加工相同模数而齿数不同的各种齿轮,因为工件齿形是依靠齿轮啮合运动由刀具的刀刃包络而成的,同时由于大多数为连续分度(而不是象铣齿那样的间断分度),因此加工精度和生产率都比较高。但是这种方法需要有专用的齿轮机床和刀具,同时机床的调整也比较复杂,因此在成批和大量生产中应用较为适宜。目前这是得到广泛应用的方法。

§ 1—3 渐开线齿轮的基本知识

无论用仿形和展成法加工齿轮时,在工艺分析和工艺装备设计中都用得到齿轮啮合方面的基本原理。“理论的基础是实践,又反过来为实践服务”,工人师傅在齿轮加工的生产实践中积累了许多丰富的知识,并运用这些知识解决生产实践中出现的问题。本节中介绍了在齿轮加工中常用的一些齿轮啮合方面的基本知识。

(一) 渐开线的形成原理及其几何性质

1. 渐开线的形成

如果有一直尺(图 1-3)沿一固定圆周作没有滑动的纯滚动,直尺滚动边上 Q 点在平面上描绘出一曲线 AQ ,此曲线称为渐开线。产生渐开线的圆称为基圆, $\overline{QB}$ 称为发生线。渐开线在基圆上的一点 A 是由直尺处于起始位置(点划线)时产生的。显然,基圆之内不可能有渐开线存在。当直尺从点划线的位置转到 $\overline{QB}$ 的位置时,发生线与基圆的切点从 A 点移到 B 点, A 和 B 点所夹的中心角 ϕ 称为展开角。在齿轮磨床或花键磨床上修整渐开线成形砂轮时,就可采用这种形成原理。此时,金刚石尖在发生线 $\overline{QB}$ 上,而直尺沿基圆作纯滚动时即可修整出渐开线成形砂轮。

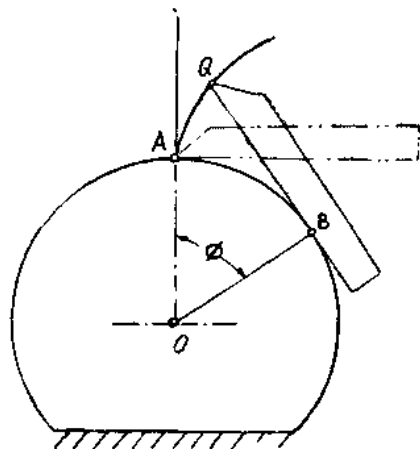


图 1-3

直尺滚动上任一点 M (图 1-4),在纯滚动过程中均可产生同方向的渐开线, AQ 和 CM 它们的形状完全相同,如果绕基圆中心转过 ψ 角,两者可完全重合。因此,用成形铣刀铣齿和用成形法磨齿时,可用分度的方法来铣齿或磨削同向齿廓。直尺的另一端 S 运动过程中同样产生一渐开线 DS ,它的性质也和渐开线 AQ 一样,但方向是对着的。在直尺运动过程中,渐开线 AQ 是从 A 点到 Q 点,而渐开线 SD 是从 S 点到 D 点。两个方向相对的渐开线构成齿轮一个牙齿的左右齿廓。

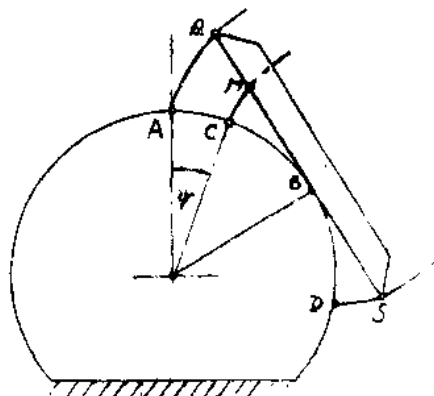


图 1-4

2. 渐开线的几何性质

(1) 发生线 $\overline{QB}$ 与基圆纯滚动时(图 1-5), B 点的相对速度为零,所以 B 点是发生线

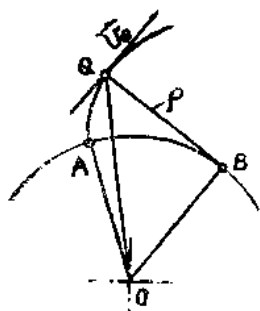


图 1-5

在运动过程中的瞬时转动中心。因此， Q 点的速度 $\vec{V}_Q$ 必垂直于 Q 点和瞬时转动中心 B 的连线 $\overline{QB}$ 。 Q 点的运动轨迹为渐开线，所以 Q 点的相对速度 $\vec{V}_Q$ 的方向就是渐开线上 Q 点的切线方向。又因为速度 $\vec{V}_Q$ 垂直于 $\overline{QB}$ ，所以 $\overline{QB}$ 就是渐开线上 Q 点的法线。由此可知：渐开线上任一点的法线必切于基圆。

(2) 由数学可证明： B 点为渐开线上 Q 点的曲率中心，即渐开线上 Q 点的曲率半径为 $\overline{QB}$ ，一般曲率半径以 ρ 表示，即 $\overline{QB} = \rho$ 。所以渐开线上任一点的曲率半径等于该点

沿基圆切线到切点的距离。由此还可看出：渐开线上离基圆愈远，则曲率半径愈大，也就是说渐开线愈平坦。愈近基圆，则曲率半径愈小，渐开线弯曲得愈厉害，渐开线在基圆上一点的曲率半径 $\rho = 0$ 。

(3) 同一基圆产生的两同向渐开线的法向距离相等。图1-4中两个同向渐开线 AQ 和 CM 之间的法向距离是相等的，始终等于 $\overline{QM}$ 。当发生线沿基圆纯滚动时， $\overline{QM}$ 将包在基圆的 $\widehat{AC}$ 弧上，所以 $\overline{QM}$ 为 $\widehat{AC}$ 弧的展开长度。

(4) 图1-6中比较了不同基圆直径的渐开线形状。由图可见，基圆半径愈大则渐开线的弯曲程度愈小。设想基圆直径为无限大，渐开线就演变为直线。所以，直线是渐开线的一个特殊情况。

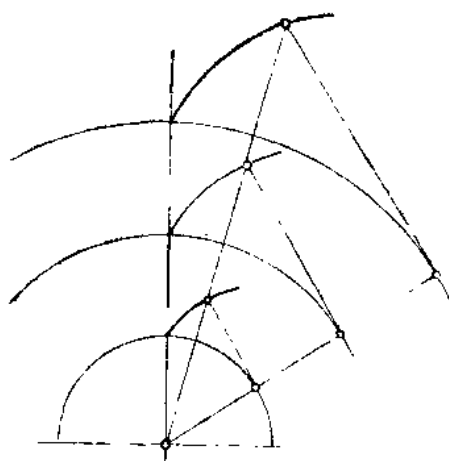


图 1-6

(二) 渐开线的计算公式

在齿轮加工中，常常有必要对渐开线的基本参数进行运算，所以把常用公式引证如下：

图1-7中，发生线 $\overline{QB}$ 在半径为 r_0 的基圆上纯滚动而形成渐开线 AQ 。以下根据此图来推导渐开线的计算公式。

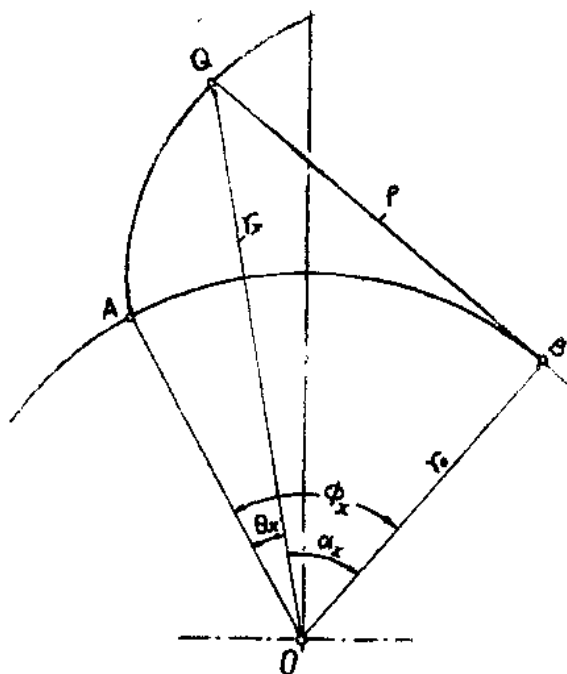


图 1-7

1. 三个基本角度

渐开线上有三个基本而重要的角度，以后经常用到它，希望能熟记。它们是：

展开角——基圆半径 $\overline{OA}$ 与 $\overline{OB}$ 之间的夹角(图 1-7)，以 ϕ_s 表示；

渐开角——基圆中心 O 到渐开线上任意点 Q 的向量半径 $\overline{OQ}$ 与基圆半径 $\overline{OA}$ 的夹角，以 θ_s 表示；

压力角——向量半径 $\overline{OQ}$ 与基圆半径 $\overline{OB}$ 之间的夹角，以 α_s 表示。

2. 渐开线方程式

渐开线方程式以极坐标表示最为普遍，因为这种形式便于运算。我们知道，曲线的极坐标是用向径 r 和极角 θ 来表示的。渐开线上任意点 Q 的极坐标为渐开角 θ_s 和向径 $\overline{OQ}$ (图 1-7)。此时，极角 θ_s 的始边为 OA ，由图可知：

$$\theta_s = \phi_s - \alpha_s \quad (1-1)$$

由渐开线形成原理可知：基圆上 $\widehat{AB}$ 弧长等于直线 $\overline{QB}$ ，如果 Q 点的半径为 r_s ，则

$$\overline{QB} = r_0 \cdot \text{tg} \alpha_s \quad (1-2)$$

所以

$$\phi_s = \frac{\widehat{AB}}{r_0} = \text{tg} \alpha_s, \text{ 弧度} \quad (1-3)$$

将上式代入(1-1)式，得

$$\theta_s = \text{tg} \alpha_s - \alpha_s \quad (1-4)$$

从 $\triangle AOQ$ 求得：

$$r_s = \frac{r_0}{\cos \alpha_s} \quad (1-5)$$

联立以上两式, 得渐开线极坐标方程式

$$\begin{cases} \theta_s = \operatorname{tg} \alpha_s - \alpha_s \\ r_s = \frac{r_0}{\cos \alpha_s} \end{cases} \quad (1-6)$$

式中 α_s 为参数数, 用不同数值的 α_s 代入(1-6)式后, 即可求出对应的 θ_s 和 r_s 的极坐标来。

由(1-6)式可知: 渐开角 θ_s 为压力角 α_s 的函数。为了方便起见, θ_s 用一符号 inv^* 表示它与 α_s 的函数关系, 称为渐开线函数, 即

$$\theta_s = \operatorname{inv} \alpha_s = \operatorname{tg} \alpha_s - \alpha_s \quad (1-7)$$

例: 压力角 $\alpha_s = 20^\circ$ 时, 渐开线函数 $\operatorname{inv} \alpha_s$ 和渐开角各等于多少?

解: $\operatorname{inv} \alpha_s = \operatorname{inv} 20^\circ = \operatorname{tg} 20^\circ - 20^\circ \times \frac{2\pi}{360^\circ}$

即 $\operatorname{inv} \alpha_s = 0.3639702 - 20 \times 0.0174533 = 0.0149043$

渐开角

$$\theta_s = 0.0149043 \times \frac{360^\circ}{2\pi} = 0.85396^\circ$$

为了便于计算, 渐开线函数已编成专用表格, 在齿轮专门书籍中可查到。

3. 曲率半径的计算公式

在生产实践中, 例如在测量齿轮的渐开线齿形精度时, 经常用曲率半径来确定渐开线上各点的位置。所以需要知道渐开线曲率半径和其他参数的关系。

从图 1-7 中可得:

$$\rho = \overline{QB} = \sqrt{r_s^2 - r_0^2} \quad (1-8)$$

或

$$\rho = r_0 \phi_s \quad (1-9)$$

式中 ϕ_s 以弧度值代入,

或

$$\rho = r_0 \operatorname{tg} \alpha_s \quad (1-10)$$

究竟使用那个公式来求曲率半径, 可以根据已知条件, 用较方便的公式来计算。

4. 渐开线上各点的压力角及其变化

压力角 α_s 是渐开线基本参数之一, 研究渐开线压力角的变化规律, 对齿轮的设计和制造都很重要。

我们知道, 两表面接触时是沿它们的法线方向传递力量的。渐开线(在 Q 点)的法线为 $\overline{QB}$ (图1-8), 作用力是沿 $\overline{QB}$ 方向的。推动齿轮旋转时, 运动方向垂直于向径 r_s 。作用力与运动方向之间所夹的角称为压力角, 所以 Q 点的压力角为 α_s 。从几何关系可知:

$$\angle QOB = \alpha_s$$

而

$$\cos \alpha_s = \frac{r_0}{r_s} \quad (1-11)$$

* inv 为英文 *involute* (渐开线) 的缩写, 是国际通用符号。

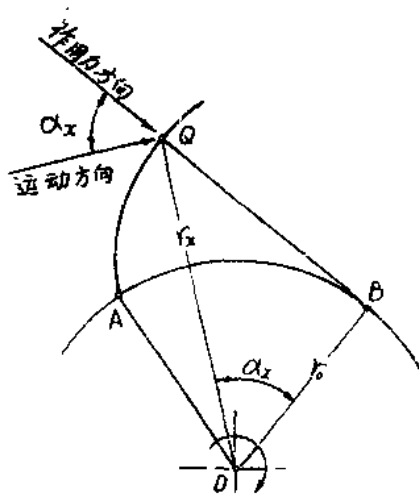


图 1-8

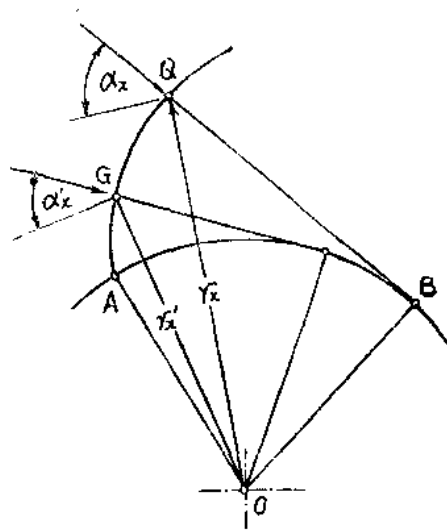


图 1-9

从上式也可求得基圆半径 r_0 为

$$r_0 = r_x \cos \alpha_x \quad (1-12)$$

从(1-12)式可知, 渐开线上每一点的压力角是不同的, 半径 r_x 愈小, α_x 也愈小。当半径 $r_x = r_0$ 时, $\alpha_x = 0^\circ$ 。这就是说, 渐开线在基圆上压力角为最小值 0° 。

渐开线上各点压力角不同的事实, 也很容易从图 1-9 看出, 当 $r_x > r'_x$ 时, 压力角 $\alpha_x > \alpha'_x$, 即渐开线上 Q 点的压力角大于 G 点的压力角。

5. 周节(圆周齿距)和基节(基圆齿距)

图 1-10 中, 发生线上点 Q 和 Q_1 形成两个相邻渐开线。此两相邻渐开线在半径为 r_x 的任意圆周上的距离称为周节(圆周齿距), 以 t_x 表示。而此两相邻渐开线在基圆圆周上的距离称为基节(基圆齿距), 以 t_j 表示。 t_x 和 t_j 有一定的关系。由图 1-10 可知, 当渐开线 AQ 绕基圆中心 O 旋转 ψ 角时, 能与渐开线 A_1M 相重合, 所以

$$t_j = r_0 \psi \quad (a)$$

$$t_x = r_x \psi \quad (b)$$

(b) 式去除 (a) 式, 得

$$\frac{t_j}{t_x} = \frac{r_0}{r_x} = \cos \alpha_x$$

即

$$t_j = t_x \cos \alpha_x \quad (1-13)$$

根据渐开线的几何性质: 基节就是两相邻渐开线的法向距离, 这个法向距离沿整个渐开线始终是相等的。

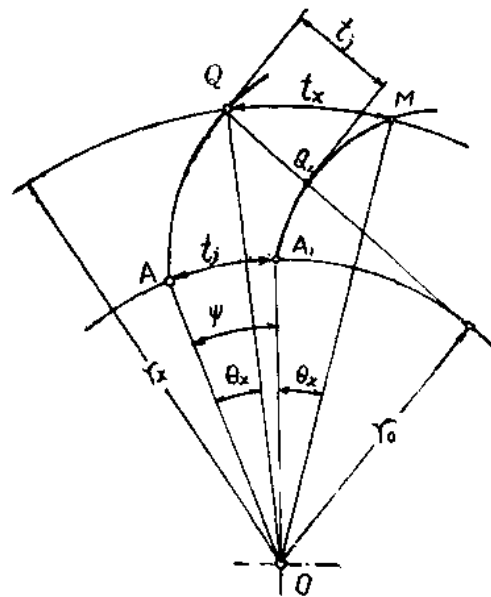


图 1-10

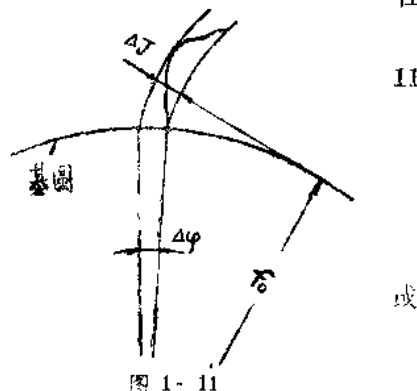
例：现测得齿轮的齿形误差 ΔJ 为 0.01 毫米，问它的中心角偏差是多少？齿轮的基圆半径为 93.969 毫米。

解：齿形误差 ΔJ 是沿渐开线法线方向测量的（图 1-11）。所以中心角偏差为：

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta J}{r_0} = \frac{0.01}{93.969} \text{ 弧度}$$

$$\Delta\varphi = \frac{0.01}{93.969} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi} = 0.0061^\circ$$

$$\Delta\varphi = 22''$$



（三）渐开线直齿圆柱齿轮的啮合

1. 标准渐开线直齿圆柱齿轮的基本参数

渐开线直齿圆柱齿轮的基本参数是：齿数 Z ，模数 m ，齿形角 α_0 ，齿高系数 f 和径向间隙系数 c' 。

齿轮的分圆就是在这个圆上齿轮的模数和渐开线压力角是标准值，而牙齿的齿高从此圆分为齿顶高 h' 和齿根高 h'' （图 1-12）。如分圆直径为 d_f ，分圆周节为 t_f ，则

$$\pi d_f = t_f z$$

或

$$d_f = \frac{t_f}{\pi} z$$

为了便于计算和标准化，避免分圆直径带有无理数 π ，所以令

$$\frac{t_f}{\pi} = m$$

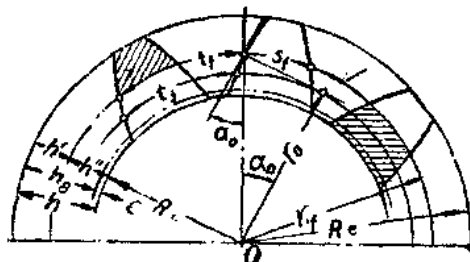


图 1-12

m 称为模数，在分圆上的模数应符合标准中规定的数值。所以齿轮的分圆直径 d_f 为

$$d_f = mz \quad (1-14)$$

齿轮的参数如下计算：

分圆半径

$$r_f = \frac{zm}{2} \quad (1-15)$$

齿顶高

$$h' = fm \quad (1-16)$$

齿根高

$$h'' = (f + c')m \quad (1-17)$$

工作齿高

$$h_g = 2fm \quad (1-18)$$

齿全高

$$h = h' + h'' = (2f + c')m \quad (1-18a)$$

径向间隙

$$c = c'm \quad (1-19)$$

顶圆半径

$$R_e = r_f + h' = \left(\frac{Z}{2} + f\right)m \quad (1-20)$$

根圆半径

$$R_i = r_f - h'' = \left(\frac{Z}{2} - f - c'\right)m \quad (1-21)$$

分圆齿厚 s_f ，对于标准齿轮，分圆上的理论齿厚等于齿槽宽度，各等于分圆周节的一半，即

$$s_f = \frac{m\pi}{2} \quad (1-22)$$

齿轮传动的侧隙由齿厚的负偏差来保证。

渐开线齿轮在分圆上的压力角称为齿形角以 α_0 表示，它等于标准值，我国标准中规定 $\alpha_0 = 20^\circ$ 。

由(1-12)式得齿轮的基圆半径 r_0 为

$$r_0 = r_f \cos \alpha_0 = \frac{mZ}{2} \cos \alpha_0 \quad (1-23)$$

由(1-13)式得基节 t_f 为：

$$t_f = m\pi \cos \alpha_0 \quad (1-24)$$

渐开线齿轮的基本参数，由齿轮的原始齿形决定，都已标准了。

2. 渐开线直齿圆柱齿轮副的啮合

(1) 渐开线齿廓的啮合

图1-13中有两个渐开线 E 和 F ，它们的基圆半径各为 r_{01} 和 r_{02} ，它们可绕各自的基圆中心 O_1 和 O_2 转动。两基圆中心距离称为中心距，以 A_{12} 表示。在某一瞬时，渐开线 E 、 F 在空间的 G 点相切接触。我们知道，当两曲面相切接触时，在接触点必具有公法线。由渐开线的几何性质可知，渐开线 E 、 F 在 G 点的法线必须切于基圆，换句话说：此两渐开线在 G 点接触时的公法线是两者基圆的内公切线，切点各为 A_1 和 A_2 。如果渐开线 F 绕基圆中心 O_2 按图示方向转动，则推着渐开线 E 到 M 点接触。此时，两渐开线的接触点 M 处的公法线，仍是它们基圆的内公切线 $\overline{A_1 A_2}$ 。两齿廓的接触点在空间移动的轨迹称为啮合线。对渐开线齿廓说来，它们的啮合线是一直线，并且是两个基圆的内公切线。显然，在切点 A_1 、 A_2 以外就不可能存在啮合线。所以点 A_1 和 A_2 称为极限啮合点。啮合线 $\overline{A_1 A_2}$ 与连心线 $\overline{O_1 O_2}$ 的交点 P ，称为啮合节点。

设渐开线齿廓 E 、 F 绕各自的基圆中心 O_1 、 O_2 转动的角速度分别为 ω_1 和 ω_2 。要两齿廓在 M 点接触而不脱离，则两齿廓在 M 点的法向分速度应相等，即

$$V_{n1} = V_{n2} = V \quad (a)$$

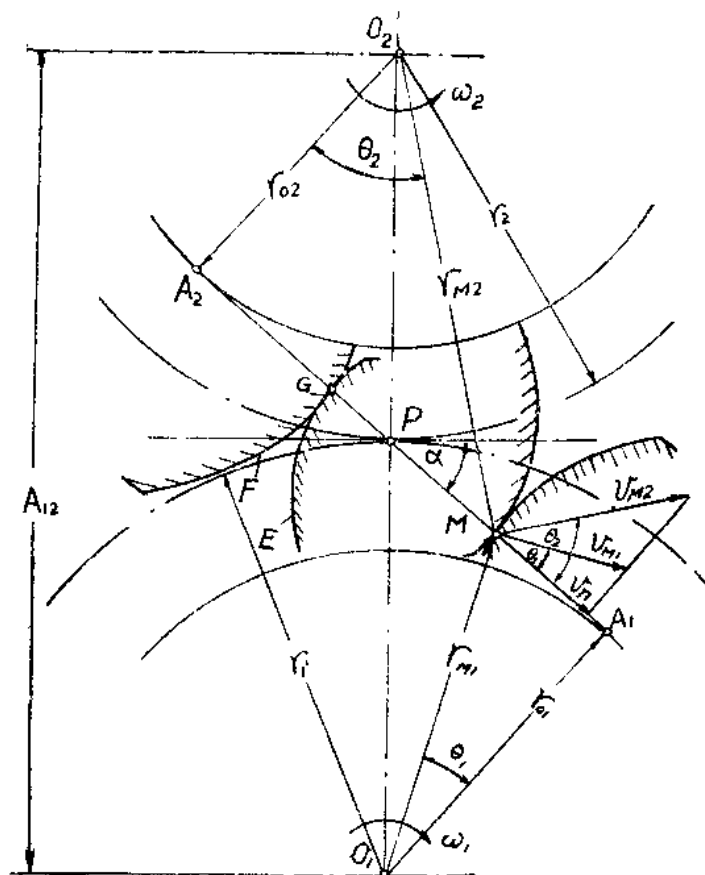


图 1-13

而

$$\begin{cases} V_{n1} = V_{M1} \cdot \cos \theta_1 = r_{M1} \omega_1 \cos \theta_1 \\ V_{n2} = V_{M2} \cdot \cos \theta_2 = r_{M2} \omega_2 \cos \theta_2 \end{cases} \quad (b)$$

式中 r_{M1} ——渐开线 E 上 M 点的半径；

r_{M2} ——渐开线 F 上 M 点的半径。

将 (b) 式代入 (a) 式后，得

$$r_{M1} \omega_1 \cos \theta_1 = r_{M2} \omega_2 \cos \theta_2 \quad (c)$$

将 (c) 式写成比例式：

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{M2} \cos \theta_2}{r_{M1} \cos \theta_1} \quad (d)$$

由 $\triangle O_1 A_1 M$ 和 $\triangle O_2 A_2 M$ 可知：

$$\begin{cases} r_{M1} \cos \theta_1 = r_{O1} \\ r_{M2} \cos \theta_2 = r_{O2} \end{cases} \quad (e)$$

所以

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{O2}}{r_{O1}} \quad (f)$$

由相似三角形原理可知：

$$-\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{r_{02}}{r_{01}} = \frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}} = \frac{r_2}{r_1} \quad (f)$$

从(f)式可看出：两渐开线齿廓传递运动时，它们的传动比为常数，这是渐开线能用来做齿轮齿形的依据。同时还可看出两齿廓的相对运动相当于两个半径为 r_1 和 r_2 的圆周作纯滚动。这两个圆称为节圆。

当两渐开线的基圆半径 r_{01} 和 r_{02} 以及它们的中心距已知时，它们的节圆半径 r_1 和 r_2 用下法求得。

由(f)式可知

$$r_2 = \frac{r_{02}}{r_{01}} r_1 \quad (g)$$

而

$$r_1 + r_2 = A_{12} \quad (h)$$

解(g)和(h)式可得

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1 = \frac{r_{01}}{r_{01} + r_{02}} A_{12} \\ r_2 = \frac{r_{02}}{r_{01} + r_{02}} A_{12} \end{array} \right. \quad (1-25)$$

通过啮合节点 P 作一直线垂直于联心线 $\overline{O_1O_2}$ ，所作直线与啮合线间的夹角 α 称为啮合角。由图1-13可知：

$$\cos \alpha = \frac{r_{01}}{r_1} = \frac{r_{02}}{r_2} \quad (1-26)$$

或

$$\cos \alpha = \frac{r_{01} + r_{02}}{A_{12}} \quad (1-27)$$

这个啮合角就等于上述两渐开线在节圆上的压力角。

(2) 直齿圆柱齿轮副的啮合

a. 啮合过程 图1-14中表示了一对标准渐开线齿轮的啮合情况，它们的中心距为 A_{12} 。设齿轮1是主动轮，以它的左齿廓推动齿轮2转动，则它们的啮合线为 $\overline{A_1A_2}$ 。两齿廓的啮合在 K_1 点开始，而在 K_2 点结束。 K_1 点是齿轮2的顶圆与啮合线 $\overline{A_1A_2}$ 的交点，而 K_2 点是齿轮1的顶圆与啮合线 $\overline{A_1A_2}$ 的交点。 K_1K_2 称为啮合线的有效部分。点 K_1 和 K_2 称为啮合端点。

当两个齿轮的中心距 $A = r_{f1} + r_{f2}$ 时，两齿轮的分圆在啮合节点 P 处相切。此时节圆和分圆重合，即

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1 = r_{f1} \\ r_2 = r_{f2} \end{array} \right. \quad (1-28)$$

传动比

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{r_{f2}}{r_{f1}} = \frac{z_2}{z_1} \quad (1-29)$$

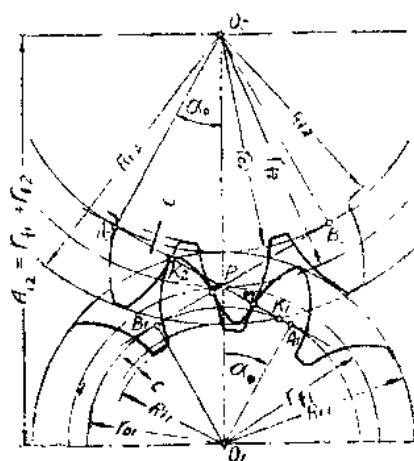


图 1-14