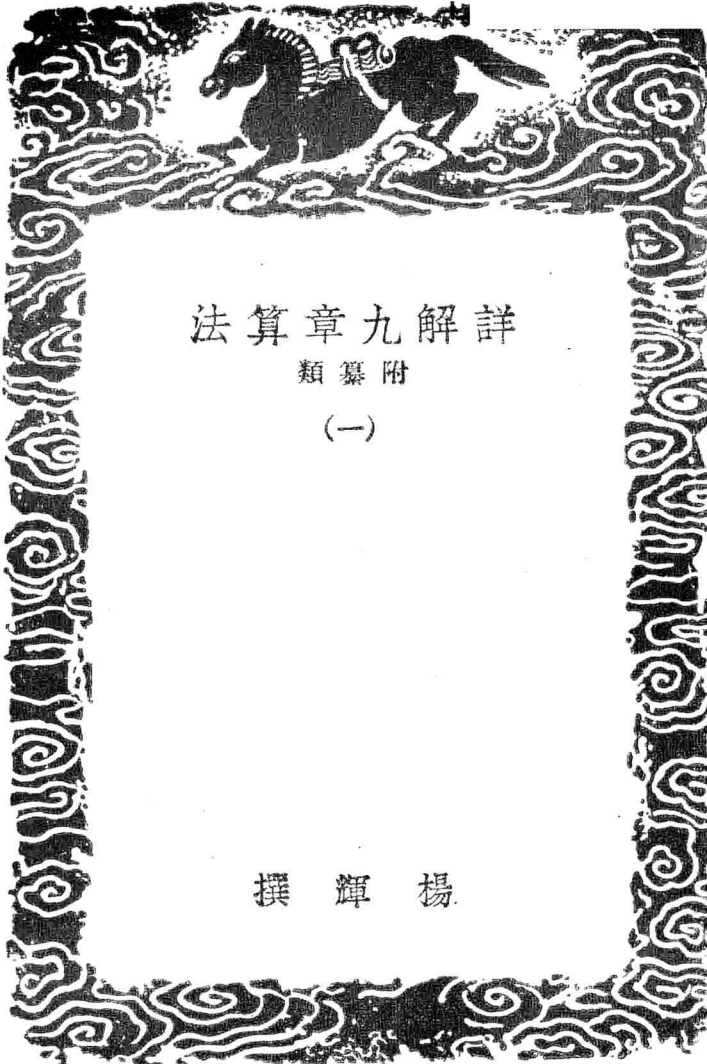


詳解九章算法

附纂類

一





詳解九章算法

附纂類

(一)

楊輝撰

昔在包犧氏始畫八卦以通神明之德以類萬物之情作九九之術以合六爻之變暨于黃帝神而化之引而申之於是建歷紀協律呂用稽道原然後兩儀四象精微之氣可得而效焉記稱隸首作數其詳未之聞也按周公制禮而有九數九數之流則九章是矣往者暴秦焚書經術散壞自時厥後漢北平侯張蒼大司農中丞耿壽昌皆以善算命世蒼等因舊文之遺殘各稱刪補故校其目則與古或異而所論者多近語也徽幼習九章長再詳覽觀陰陽之割裂總算術之根源揆蹟之暇遂悟其意是以敢竭頑魯采其所見爲之作注事類相推各有攸歸故枝條雖分而同本幹者知發其一端而已又所析理以辭解體用圖庶亦約而能周通而不黯覽之者思過半矣且算在六藝古者以賓興賢能教習國子雖曰九數其能窮纖入微揆測無方至於以法相傳亦猶規矩度量可得而共非特難爲也當今好之者寡故世雖多通才達學而未必能綜於此耳周官大司徒職夏至日中立八尺之表其景尺有五寸謂之地中說云南戴日下萬五千里夫云爾者以術推之按九章立四表望遠及因木望山之術皆端旁互見無有超邈若斯之類然則蒼等爲術猶未足以博盡羣數也徽尋九數有重差之名原其指趣乃所以施於此也凡望極高測極深而兼知其遠者必用重差勾股則必以重差爲率故曰重差也立兩表於洛陽之城令高八尺南北各盡平地同日度其正中之時以景差爲法表高乘表間爲實實如法而一所得加表高卽日去地也以南表之景乘表間爲實實如法而一卽爲從南表至南戴日下也以南戴日下及日去地爲勾股

詳解九章算法序

爲之求弦。卽日去人也。以徑寸之筒。南望日。日滿筒空。則定筒之長短。以爲股率。以筒徑爲勾率。日去人之數爲大股。大股之勾。卽日徑也。雖夫圓穹之象。猶曰可度。又況泰山之高。與江海之廣哉。徽以爲今之史籍。且略舉天地之物。考論厥數。載之于志。以闡世術之美。轍造重差。并爲註解。以究古人之意。綴於勾股之下。度高者重表。測深者累矩。孤離者三望。離而又旁求者四望。觸類而長之。則雖幽遐詭伏。靡所不入。博物君子。詳而覽焉。

夫算者數也。數之所生，生於道。老子曰：道生一，是也。數之所成，成於九。列子曰：九者究，是也。爰昔黃帝推天地之道，究萬物之始，錯綜其數，列爲九章，立術二百四十有六，始之以方田，終之以勾股，其爲用也大矣。若施之於圭表，則穹窿之天可考；推日月之晦明，步五星之盈縮，驗晨昏晝夜不移，行氣候寒暑無忒。若施之於勾股，則磅礴之地可度，望山嶽之高低，測江海之淺淺，籌道里廣遠之積，方田疇形體之畧，若施之於諸術，則萬物之情可察，經緯天地之間，籠絡覆載之內，凡言數之見者，又焉得逃於此乎？變交質之息耗，衰貴賤之等差，均役輸遠近之勞，商功徒輕重之力，盈朒明隱互之形，方程正錯綜之失，至於物物不齊，疊疊無盡，該貫總攝，區分派別，廣大纖微，莫不悉舉，可謂包括三才，旁通萬有之術也。是以國家嘗設算科取士，選九章以爲算經之首，蓋猶儒者之六經，醫家之難素，兵法之孫子，歟。後之學者，有倚其門牆，瞻其步趨，或得一二者，以能自成一家之書，顯名于世矣。比嘗較其數，譬若大海汲水，人力有盡，而海水無窮。又若盤之走圓，橫斜萬轉，終其能出于盤哉。由是自古迄今，歷數千餘載，聲教所被，舟車所及，凡善數學者，人人服膺而重之，奈何自靖康以來，罕有舊本，間有存者，狃于末習，不循本意，或隱問荅以欺衆，或添歌象以衒己，乖萬世益人之心，爲一時射利之具，以至真術淹廢，僞本滋興，學者泥於見聞，俛俛然入於迷望，可勝計邪？居仁由義之士，每不平之，愚向獲善本，不敢私藏，而今而後，聖人之法，暗而復明，仆而復起，學之者得覩其全經，悟之者必達微旨矣，不亦善乎？謹命工鏤板，庶廣其傳，四方君子，得以

詳解九章算法 序

鑒焉。時聖宋紹興十八年戊辰歲八月旦丙戌日寓臨安府汴陽學算榮榮序

九章算經九卷。周公之遺書。而漢丞相張蒼之所刪補者也。算數之書。凡數十家。獨以九章爲經之首。以其九數之法。無所不備。諸家立術。雖有變通。推其本意。皆自此出。而且知後人無以易周漢之舊也。自唐有國。用之以取士。本朝崇寧。亦立於學宮。故前世算數之學。相望有人。白衣冠南渡以來。此學旣廢。非獨好之者寡。而九章算經亦幾泯沒無傳矣。近世民間之本。題之曰黃帝九章。豈以其爲隸首之所作歟。名已不當。雖有細草。類皆簡捷殘闕。惜於本原。無有劉徽李淳風之舊註者。古人之意。不復可見。每爲慨歎。慶元庚申之夏。余在都城。與太史局同知算造楊忠輔德之論歷。因從其家得古本九章。乃汴都之故書。今祕館所定著。亦從此本寫以送官者也。謹案。晉志。劉徽所注九章。實魏之景元四年。觀其序文。以謂析理以辭。解體用圖。又造重差於勾股之下。辭乃今之註文。其圖至唐猶在。今則亡矣。重差之法。今之海島算經是也。又李淳風之注。見於唐志。凡九卷。而今之盈不足方程之篇。咸闕淳風注文。意者此書歲久傳錄。不無錯漏。猶幸有此存者。今此乃是合劉李二註。而爲一書云。其年六月一日乙酉。迪功郎新興隆府靖安縣主簿括蒼鮑澣之仲祺謹書。

夫習算者以乘法爲主。凡布置法者。欲其得宜。定位呼數。欲其不錯。除不盡者。以法爲分母。實爲分子。繁者約之。復通分而還源。此乘除之規繩也。題有分者。隨母通之。母不同者。齊子併之。田不匠者。折併直之。數皆求者。互乘換之。差等除實。別而衰之。疊壘積者。以形測之。數隱互者。維乘併之。爲問。正負入之。勾股旁要。開方求之。節題匿積。演段取之。此算法之盡理也。黃帝九章。備全奧妙。包括羣情。謂非聖賢之書。不可也。靖康以來。古本浸失。後人補續。不得其真。致有題重法闕。使學者難入其門。好者不得其旨。輝雖慕此書。未能貫理。妄以淺也。聊爲編述。擇八十題。以爲矜式。自餘一百六十六問。無出前意。不敢廢先賢之文。刪留題次。習者可以聞一知十。恐問隱而添題解。見法隱而續釋註。刊大小字。以明法草。僭比類題。以通俗務。凡題法解白不明者。別圖而驗之。編乘除諸術。以便入門。纂法問類次。見之章末。總十有二卷。雖不足補前賢之萬一。恐亦可備故來之觀覽云爾。景定二年辛酉歲正月十七己卯日。錢塘楊輝謹序。

詳解九章算法

宋楊輝撰

盈不足 以御隱雜互見。接盈者謂之腠不足者謂之腠所出率謂之假令盈腠維乘兩設者欲爲同齊通計齊則不盈不腠之正數故可併之爲實并盈不足爲法齊之法三十二者是四假令有盈十二齊之二十一者是三假令亦腠十二并七假令名爲一實故并三四爲法注云若兩設有分者齊其子同其母此問兩設俱見零分故齊其子同其母又云令下維乘上訖以同約之不可約故以同乘之所出率以少減多者餘謂之設差以爲少設則并盈腠是爲定實故以少設約法則爲人數約實則爲物價盈腠當與少設相通不可偏約亦當分母乘設差爲約法實。

術曰置所出率盈不足各居其下令維乘所出率并以爲實并盈不足爲法實如法而一有分者通之盈不足相與同其買物者置所出率以少減多餘以約法實爲物價法爲人數其一術曰并盈不足爲實以所出率以少減多餘爲法實如法得一人以所出率乘之減盈增不足卽物價。

法曰置所出率盈不足各居其下所出率盈不足盈多也令維乘四維所出率各人併以爲實已乘所出率併盈不足爲法相併卽實如法而一盈腠爲法有分者通之有分者通無分者不用盈不足相與同其買物者之率同列其位也置位所出率人數盈率不足置所出率以少減多相減餘以約法實預爲約實爲物價法爲人數其一法曰併盈不足爲實以所出率以少減多餘爲法實如法而一得

人。位無互乘。以此所出率乘之。乘人減盈增不足。卽物價也。

解題以盈胸乘出率者。是假盈胸爲母。出率爲子。互乘齊其數也。或問先有出率。而後有盈胸。今不以而乘出率。此之謂也。又問併盈胸爲人數者。何議曰。上下相乘。其理則一。欲存盈胸併爲人數。故以盈胸爲母。已乘出率。二子既併而盈胸者。故亦併之爲人。此作法之意。不亦隱乎。

今有共買物。人出八盈。三人出七不足。四問人數物價各幾何。

答曰。人七人。物價五十三。此術意謂盈不足爲衆人之差。以所出率以少減多。餘爲一人之差。以一人之差約衆人之差。故得人數也。

解題隱互爲題法按後草

草曰。以盈不足。盈三文。不足四文。令維乘所出率。維乘卽是互乘。以盈三乘出七。爲二十一。不足四乘出八。爲三十二。併以爲實。十三。併盈不足

爲法。三四得七。實如法而一。實五十三爲物。價法七爲人數。比類。舊例支銀人給八兩。回納三兩。人給七兩。申添四兩。問

草曰。同三兩。添四兩。五乘七兩。八兩。求之。

今有共買雞。人出九盈。一十一人出六不足。十六問人數雞價各幾何。

答曰。九人。雞價七十。

今有共買雞。一云準人出半盈。四人出少半不足。三問人數雞價各幾何。

答曰。四十二人。雞價十七。

共買雞。各出二分之一。盈四文。各出三分之一。不足三文。問人價各幾何。

者曰人四十二 璣價十七

解題法云有分者通之即此問

草曰有分者通之出三分之二一盈四二通為八以盈不足維乘所出率虧九乘三分之一得九併之以

為實得十七併盈不足為法出率分母三互乘盈八分母二以法除之合問其一草曰併盈通為八

以出率三分不足為實分乘得十八併之得四十二以所出率分之二得三其三分之一互乘其二少減多

餘一為法實如法而一四二以所出率乘之減盈增不足即物價也出二分之一乘四十二人出二

率三分之一乘四十二人出三分除比類問買物三人共出一百虧三百文二人共出一百盈四百文

得十四增不足三亦十七即物價也

今有共買牛七家共出一百九十不足三百三十九家共出二百七十盈三十問家數牛價各幾何

答曰一百二十六家牛價三千七百五十按此術并盈不足者為眾家之差故以為實置所出率

之差以除即家數以出率乘之減盈增不足故得牛價也

解題注云盈不足相與同其買物者即是此問

草曰置所出率盈不足各居其下出二百九十

七家虧三百三十盈不足相與同其買物者置所出率以少減多餘以約法實此問有一假戶數

以戶數為母。出率為子。互乘。用副置相減為約法。母乘為戶積。出一貫七百一十六。十三家盈不足。令虧三百三十。出一貫八百九十六。十三家盈三十。副置出率。以少減多。餘一百一十八。為約法。盈不足。令維乘所出率。併之為實。併盈不足。乘戶率為法。併盈不足。三百六十。以戶積六十三。乘得共二萬二千六百八十家。以法八百除之。合問。比類。給絹五人。共三疋。剩一疋。其六人。共四疋。少一疋。如前法求。答曰。三十人。十九疋。少一疋。分五人。

今有共買金。人出四百。盈三千四百。人出三百。盈一百。問人數。金價各幾何。

答曰。三十三人。金價九千八百。

解題。盈此問上下皆盈。兩盈不足法。曰。置所出率。盈不足各居其下。出四百一人。盈三百一人。盈三貫四百。令維乘所出率。以少減多。餘為法實。先以人數互乘出率。以少減多。餘為法。次以盈不足維乘。以少減多。兩盈兩不足。以少減多。餘為人實。實九百八十貫。法百實如法而一。前題盈不足為問。以盈不足為母。出兩不足。為分母。以所出率為分子。互乘。各以少減多。猶減分也。

今有共買羊。人出五。不足四十五。人出七。不足三。問人數。羊價各幾何。

答曰。二十一人。羊價一百五十。

今有共買犬。人出五。不足九十。人出五十。適足。問人數。犬價各幾何。

答曰。二人。犬價一百。此術意謂以所出率以少減多。餘者是一人不足之差。為衆人之差。以一人差約之。故得一人之數也。

盈朒適足法曰置所出率盈朒適足各居其下。有盈無朒有朒無盈此乃總法故言盈朒副置出率以少減多餘爲約法盈朒適足令維乘所出率爲實。猶母互乘子也以求物價。有盈無朒有朒無盈亦總法也盈朒以爲人實實如約而一其
一法曰以盈或不足之數爲實置所出率以少減多餘爲法實如法而得一人以適足出率乘人爲物價也。

草曰。此問無盈置所出率不足適足各居其下。出五文不足九副置所出率以少減多餘。四十爲約法令不

足適足維乘出率爲實。出空不足九十以不足九爲人實。出率之實爲物積皆如約法。四十而一合

問。其一以不足九爲實所出率。出五文以少減多餘。四十爲法實如法而一人。得二以適足。十五乘人數

二。得物價百合問。

今有共買豕人出一百盈一百人出九十適足問人數豕價各幾何。

荅曰。一十人。豕價九百。

今有米在十斗桶中不知其數滿中添粟而舂之得米七斗問故米幾何。

荅曰。二斗五升。

術曰以盈不足術求之假令故米二斗不足二升令之三斗有餘二升。按桶受一斛若使故米二斗須

四斗八升課於七斗是爲不足二升若使故米三斗須添粟七斗以滿之七斗得糲米四斗二升課於
七斗是爲有餘二升以盈不足維乘假令之數者欲爲齊同之意實如法即得故米斗數乃不盈不朒

之正數也

答曰故米二斗五升新米四斗五升

解題本是互換取用題借盈不足法為之

術曰取用入互換法以糲米率減粟率餘為糠率以得米減白積餘為糠實入互換法以所有糠乘所求糲率為實

所有糠率為法實如法而一

草曰以糲率三減粟率五餘為糠率二得米七減白積十餘為糠實三以所有糠三乘所求糲率為實

乘得九斗所有糠率二為法實如法而一除得新米四斗五升減

又盈不足法曰假令故米二斗不足二升以故米二斗減十斗白積八斗以糲率乘之以粟率除之得

以故米三斗減十斗白積七斗以糲率乘之以粟率除之得四斗假令二斗不足二升令之三斗有餘二升

升維乘其上併之得十為實有餘不足併之為法實如法而一先得故米比類官鹽釐容滿二十斛

中有出未盡鹽添滿而更煎共得二百五十斤問新故鹽幾何答曰故百五十斤減盤滿積四百斤餘一百

術草曰以成鹽數二十減斛積五十餘耗滿三十為法以共鹽二百斤減盤滿積四百斤餘一百斤為所有耗以斛重二十乘之為實實如法而一耗三十斤得新鹽百斤減共數

即故鹽盈不足術曰假令故鹽百三十斤多六十令之故鹽一百六十斤不足三十斤

今有垣高九尺瓜生其上蔓日長七寸瓠生其下蔓日長一尺問幾何日相逢瓜瓠各長幾何
答曰五日十七分日之五 瓜長三尺七寸一十七分寸之一 瓠長五尺二寸一十七分寸之一

十六

術曰假令五日不足五寸令之六日有餘一尺二寸按假令五日不足五寸者瓜生五日下垂蔓三尺不足五寸令之六日有餘一尺二寸者若使瓜生六日下垂蔓四尺二寸瓠生六日上延蔓六尺課於九尺之垣是為九尺之垣是為有餘一尺二寸以盈不足維乘假令之數者欲為齊同之意實如法而一即設差不盈不胸之正數即得日數以瓜瓠一

日之長乘之故各得其長之數也

解題合率商除借合率術草曰以垣高為實九尺併瓜瓠蔓長為法七寸實如法而一除之盈不足率草

曰假令五日不足五寸令維乘併日數為實九尺併盈不足為法七寸實如法而一合

比類出錢一十貫買銅一斤九文買錫一斤七文欲共斤數相等幾何答曰各重六百二十五斤實如法而一

今有蒲生一日長三尺莞生一日長一尺蒲生日自半莞生日自倍問幾何日而長等

答曰二日十三分日之六各長四尺八寸一十三分寸之六

術曰假令二日不足一尺五寸令之三日有餘一尺七寸半按假令二日不足一尺五寸者蒲生二日及一尺五寸故曰不足令之三日有餘一尺七寸半者蒲增前七寸半莞增前四尺是為過一尺七寸

半故曰有餘以盈不足乘除之又以後一日所長各乘日分子如日分母而一日各得日分子之長也

故各增二日定長即得其數

術曰假令二日不足一尺五寸二日內蒲長四尺五寸莞長三尺蒲莞相較是不足一尺五寸令之三日有餘一尺七寸半三日內蒲長二尺五寸