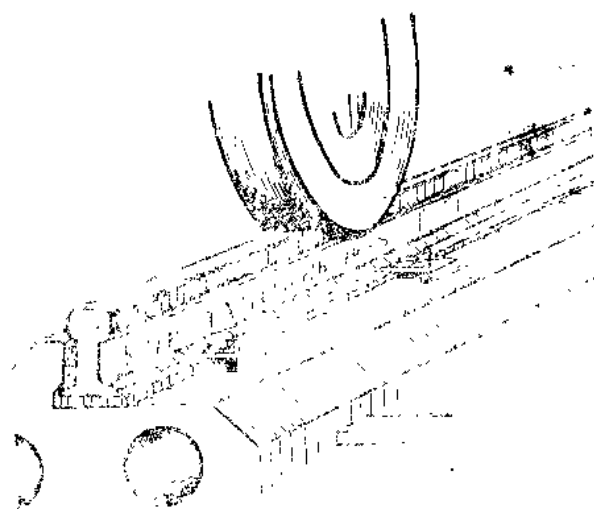


鐵道綫路上部構造 各部分的計算

Г. Е. 斯科洛杜莫夫 著



唐山鐵道學院

1958



鐵道綫路上部構造 各部分的計算

Г. Е. 斯科洛杜莫夫 著

唐山鐵道學院印刷厂印

序 言

本書是1957—1958年度，向中國各鐵道學院“綫路及綫路業務”教研組的教師們及鐵道部鐵道科學研究院綫路研究組研究人員講授“鐵道綫路”課程的講稿。

“鐵道綫路”共分五冊出版：

1. 綫路上部構造；
2. 直綫及曲綫上的軌道；
3. 軌道的連接和交叉；
4. 綫路構造各部分的計算；
5. 路基。

編寫本書的主要參考資料是作者在列寧格勒鐵道學院講授時的講義和講課材料。

編寫本書時，作者遵循了：

甲) 蘇聯交通部教育總局 (Г В В С — М П С) 批准的“鐵道綫路構造”課程的教學大綱。並按照中國高等學校工作的特點，作了修改和補充。乙) 本課程的主要參考書如：

1. “鐵道綫路及綫路業務” П. М. 沙湖年慈；
2. “鐵道綫路構造”第三卷，П. М. 沙湖年慈；
3. “軌道的連接和交叉”，С. В. 阿梅林。

此外，編寫時還利用了其他一些參考資料（見參考文獻一覽表）。

在某些情況下，作者直接引用了上述參考書中的個別原理、敘述及說明。其中引用最多的有：

甲) 第一冊第四章 § 5 的 1—2 中：鋼筋混凝土軌枕製造工藝過程的介紹。

乙) 第二冊第 6 章 § 1—4 中：緩和曲綫的實際測設方法。

丙) 第三冊第 4 章 § 4 中：曲綫上單開道岔的鋪設。

按照聽課者的要求，對某些個別部分講得比較深入一些。

編寫本書時，還部分地利用了作者在中國期間所研究和建議的材料。

照片和插圖，除了利用本人的以外，還廣泛採用了上述各參考書及其他各書中的插圖。

第四冊中包括了研究生洪建華（中間扣件的計算）、王遠清（鋼筋混凝土軌枕的計算）及邵力新（縱向軌枕的計算），在作者指導下，對研究和採用新型綫路結構的試講材料。

最後，對提供必要資料及熱情參加本書的出版與進行科學研究工作的唐山鐵道學院“綫路構造”教研組全體人員、教研組主任沈智揚教授、院領導和其他工作人員以及中南工學院趙方民教授和鐵道部鐵道科學研究院及工務局的工作同志，致以深切的謝意。

作 者

目 錄

序 言

第一章 綫路上部构造各部分的計算

§ 1 概 述	1
§ 2 强度計算所必需的綫路主要特征	2
§ 3 主要的計算系数	3
§ 4 鋼軌的靜力計算	5
§ 5 扣件內應力的計算	10
1 魚尾板的計算	10
2 接头螺栓的計算	14
3 墊板的計算	16
4 扣板的計算	19
§ 6 鋼軌基础的計算	21
1 木枕的計算	21
2 鋼筋混凝土軌枕的設計和計算*	22
3 其他形式鋼軌基础的計算	35
§ 7 道碴層及路基頂面應力的計算	59
甲) 沿軌枕底面上應力的計算	59
乙) 在道碴層內深度为 h 处的应力計算	60

第二章 綫路的动力計算

§ 1 动力計算的基础	68
§ 2 概率論应用在綫路計算强度中的一些基本原理*	71
§ 3 确定車輪对鋼軌总的动压力 $P_{\text{动}}$	80
§ 4 路基与綫路上部構造各元素的动力計算(按1954年計算規程)	84
1 鋼軌底部邊緣的最大弯曲应力	84
2 墊板下軌枕上的最大法向应力	87
3 道碴內的最大应力	88

4	路基頂面上的最大应力	88
5	綫路各元素中的容許应力	90

第三章 不平順对綫路的影响

§ 1	不平順及其对应力的影响	92
§ 2	綫路上不平順的种类	94
§ 3	矩形、正弦綫形及拋物綫形的个别(彼此无关) 的不平順状态的动力作用	95
§ 4	确定車輪通过任意形状的不平順地段时的附加力 P_{nn}	101

第四章 水平力

§ 1	橫向水平力	104
§ 2	在側向力的作用下,鋼軌的撓曲及扭轉	107
§ 3	縱向水平力	110

第五章 綫路計算中的某些問題

§ 1	无接縫綫路	117
1	概 述	117
2	在縱向力作用下綫路的稳定性	118
§ 2	关于局部应力的概念	127
§ 3	新型綫路結構及其計算	129
附录 1	由于应力鋼筋混凝土結構設計规范 (И-148—52) 中摘 录的一些原則	135
附录 2	机車車輛的特性	141
参考文献		143

第一章 綫路上部構造各部分的計算

§ 1 概 述

綫路上部構造的整体結構設計或它的个别部分的設計都应根据技术經濟計算来进行。鉄道綫路不論就作用在綫路上力的多样性來說，或就其結構內部變形的多样性來說，都是很复杂的工程結構物。

和对任何結構物一样，对于綫路上部構造及其个别組成部分也都有一定的要求。

上部構造應該：

1) 有足够的强度，以便当其部件达到最大磨耗时，仍能完全保証列車以規定的速度安全地运行。

2) 是完全稳定的，在任何时刻綫路的工作都应保証全部結構以及其个别部件相互之間的稳定性。

3) 設計綫路时，使能保証車体沿綫路运行的稳定性及其所消耗的能量为最少。

除上述要求外，上部構造的结构还必须經久耐用同时造价低廉。綫路構造的設計，应使它所需的建造費及維修費为最少。組合另件时应保証便于进行修理工作及个别另件的更換，同时又能保証最低限度地破坏列車的正常运行。

尽管任务如此明确，尽管在上部構造設計及計算方面进行了很多工作，但綫路計算的理論还没有获得应有的發展，与機車車輛以不同速度沿綫运行的条件有关的大部分問題，目前还仅限于按綫路强度計算及部分地按綫路稳定計算来解决。

綫路强度計算的理論是和兴建最初几条鉄路同时开始發展的。

远在1835年波·波·梅里尼克夫(П. П. Мельников)工程师在他所著的“論鉄路”一書中，第一次提出了确定鋼軌應力的公式，並提出了必須考虑車体运行速度的影响問題。

1874年費得尔·恩罗里得(Фёдор Энрольд)在得·日·茹拉夫斯基(Д. Ж. Журавский)工程师工作的基础上，研究了求算鋼軌最大撓曲力矩的公式。

1888年—1897年郝劳节茲基教授研究出垂直力及水平力同时作用下計算鋼軌的方法，提出了求力矩及支承反力的公式，並曾试图考虑动荷載在綫路上的动力作用。

1903—1915年，恩·波·彼特罗夫(Н. П. Петров)院士奠定了現代綫路动力計算理論的基础。在多年研究中，彼特罗夫首創了当車輪沿鋼軌运行时所产生的垂直力平衡的微分方程式，首次研究了車輪及鋼軌不平順对軌內應力的影响，並研究了接触應力的理論及其他問題。

把鋼軌当作連續彈性基础上的梁來計算的可能性已被彼特罗夫院士的著作証实了。

卡·友·蔡卡林斯基 (К. Ю. Целинский) 教授的关于在弯道中車輛对于綫路作用的經典研究在科学上是巨大的貢獻。

十月社会主义革命以后, 在綫路計算理論方面的研究才得到了最广泛的发展。

苏联运输事業获得了極好的試驗基地, 如中央科学研究院, 在那里研究出了綫路强度动力計算的新方法, 並解决了綫路及机車車輛相互作用的一系列問題。

在荷載作用下鐵道綫路發生一系列的变形: 撓曲, 压缩, 拉伸, 扭轉等等。

作用在綫路上的力乃是一些多变力的复杂綜合与其相应的变形亦極为錯綜复杂。以致与綫路計算有关的許多問題很难用正确的数学公式加以解决, 因此目前在實踐中, 仅限于用近似的計算方法及一些經驗公式。

§ 2 强度計算所必需的綫路主要特征

綫路强度計算, 以下列假設为基础:

1) 認為鋼軌是置于許多彈性点支座上, 或置于連續的等彈性基础上的梁。

鋼軌在綫路上实际的工作情况与所采用的計算方式略有不同。但已往的計算表明, 按上面两种方案計算結果之差不超过 5—7%, 因而可以这样假設。

2) 計算中, 假設基础單位面积上的压力和該压力所引起的彈性沉落, 成直綫关系, 即 $P = Cy$ 。

式中: P ——單位面积上彈性基础的反力。

y ——彈性沉落。

C ——基础的彈性特征系数。

这种假定不能反映出甚至于在靜力作用下, 在彈性物体中所發生的真实现象, 但由于沒有更好的办法, 只好采用这种假定。在实际运营条件下所發生的沉落范围中誤差不大, 因而采用这种假定对計算精确度尚无影响。

随着列車运行速度的提高, 在列車通过后, 基础还来不及沉落則上述假定失去实际意义, 因此应推求出彈性沉落与作用力間新的关系式。

3) 計算, 是按完整的鋼軌截面进行的, 不考虑螺栓孔眼的削弱。

4) 由于垂直力及水平力的作用所产生的应力, 一般分別計算。同时假設, 垂直力作用在鋼軌的对称面中, 兩股軌綫受相同的荷載作用。

5) 由于目前对水平力的作用研究得还不充分, 所以計算时, 用改正系数及增大安全系数的办法来考虑其影响。

6) 因为获得各变化力准确的数学公式是繁杂的, 所以进行动力計算时, 用一些經驗公式来求这些变化力的数值。

7) 計算是对于軌节中間断面进行的, 並認為鋼軌是鋪設在直綫区段上, 同时綫路及机車車輛是处在容許誤差內的完善状态中。

8) 强度計算时, 鋼軌、扣件及軌枕的自重忽略不計。

上述的前提及假設与綫路的真实情况有出入, 但是在現有的列車运行速度下, 进行实际計算时这些出入不大, 可以忽略不計。

§ 3 主要的計算系數

为了計算綫路上部構造的强度，还需有下列的基本的或初始系數：

1) C —— 公斤/公分³ —— 軌枕的墊床系數，該系數在数值上等于作用在基礎的單位面積上一个垂直的力，因而引起基礎的單位的彈性沉落。

系數 C 表示軌枕下基礎的彈性特征，此外並假設在力的作用下，軌枕不改變自己的厚度，系數 C 与軌枕的尺寸及質量以及和綫路的其它部件无关。

在綫路計算細則中，采用下列 C 值：

碎石道碴 $C = 6$ 公斤/公分³

Ⅱ等礫石、爐渣、貝壳及沙質道碴層 $C = 4$ 公斤/公分³

事实上軌枕的墊床系數不是固定的数值，它在極大的範圍內根据道碴的質量及粒徑大小、湿度、溫度及其它因素而变动。

对于碎石道碴及級配礫石，系數 C 的变化範圍为 5—10 公斤/公分³，但对于細顆粒的道碴， C 为 2—15 公斤/公分³。

2) $\bar{A}$ —— 鋼軌基礎的性彈系數（以公斤/公分表示）。在数值上等于作用在鋼軌下断面中的軌枕上的力，該力引起軌枕的單位彈性沉落。

若軌枕是絕對剛性的，則 $2\bar{A} = Ca\sigma$ 。

式中： a —— 軌枕长度， σ —— 軌枕底面寬度。

事实上在荷載作用下軌枕会撓曲的，在鋼軌下的彈性沉落 y_p 比平均沉落 y_c 为大（图 1）。

因此 $2\bar{A} = Ca\sigma y_c = Ca\sigma \alpha y_p$

式中 α —— 沉落 y_c 与軌下断面內最大沉落的比。

但是根据鋼軌基礎的彈性系數 $\bar{A}$ 的定义，彈性沉落等于 1，所以：

$$\bar{A} = Ca\sigma \frac{\alpha\sigma}{2}$$

$\alpha = \frac{y_c}{y_p}$ —— 軌枕撓曲系數。其值可

用試驗或計算方法确定，对于木枕 α 值在 0.70—0.90 之間。

在剛性基礎（整体基礎，地下鉄道的綫路上等）上修建綫路时，系數 C 及 $\bar{A}$ 的数值，应根据实际上被壓縮及被撓曲的部分（包括彈性緩冲墊，彈性隔板及其它設備）的彈性特征近似地确定之。

图 2 概略地示出了用橡皮墊將鋼軌固定到整体基礎上和地下鉄道的混凝土基礎上的情形（在鋼軌底下采用了橡皮墊及埋入到基礎中的軌枕短塊）。

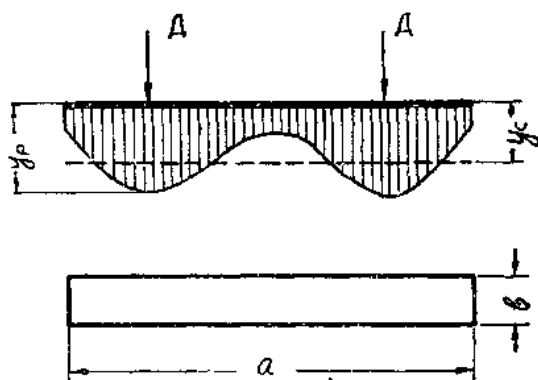


图 1

若彈性部件（彈性墊）的厚度為 h ，彈性模量 E ，並被均勻的力所壓縮，使在單位面積上造成的壓力為 σ ，則根據虎克定律：

$$\sigma = E \epsilon$$

式中 ϵ ——彈性部件的相對壓縮量，等於絕對的壓縮量與部件厚度的比。

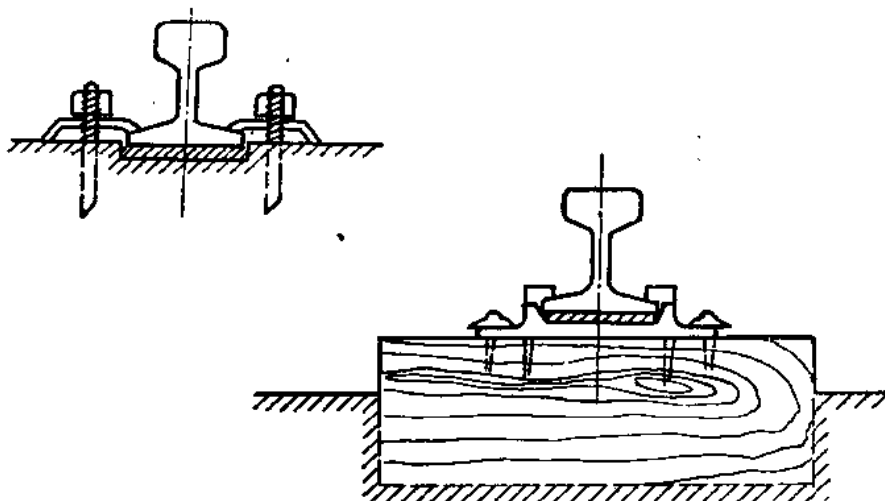


圖 2

根據係數 C 的定義，如果絕對壓縮值 $y=1$ ，則係數 C 將等於單位壓力 σ ，

因此
$$C = \frac{E}{h}$$

若彈性部件呈波紋型，則係數 C 應用實驗確定之。

若鋼軌的彈性部件不止一個，而是幾個，並且傳遞壓力到第 i 個部件上的面積等於 w_i ，則由於作用在受壓部件上的壓力 P ，（按假定沉落與壓力成比例關係）就會產生壓縮量 y_i 。按虎克定律：

$$\frac{P}{w_i} = E_i \frac{y_i}{h_i}$$

因而可求出
$$y_i = \frac{P h_i}{w_i E_i}$$

根據係數 A 的定義將有： A 等於 P ，如果所有的彈性部件沉落之總和等於 1 時，即

$$\sum_{i=1}^{i=n} y_i = 1 \text{ 或 } A \sum_{i=1}^{i=n} \frac{h_i}{w_i E_i} = 1。$$

由上式可求得 A 值：

$$A = \frac{1}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{h_i}{w_i E_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{C_i w_i}}$$

若除了壓縮之外，還有彈性部件的撓曲，則應考慮鋼軌下斷面內的撓曲縱座標。

若軌枕撓曲時，其撓度等于：

$$\gamma_{\delta} = \frac{2A}{C_{\delta aas}}$$

式中 C_{δ} ——軌枕下面墊床系数。

為了確定 A 值，我們有方程式：

$$\sum_{i=1}^{i=n} \gamma_i + \gamma_{\delta} = 1$$

因此
$$A \left(\sum_{i=1}^{i=n} \frac{h_i}{w_i E_i} + \frac{2}{C_{\delta aas}} \right) = 1$$

所以，在一般的情況下， D 的公式具有如下的形式：

$$A = \frac{1}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{h_i}{w_i E_i} + \frac{2}{C_{\delta aas}}} = \frac{1}{\frac{2}{C_{\delta aas}} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{C_i w_i}}$$

進行計算所需的其它主要特征，示于計算本身的过程中。

§ 4 鋼軌的靜力計算

目前綫路強度計算的基礎是計算鋼軌時，把鋼軌作為置于許多單個的彈性支座上或連續的彈性基礎上的無限長的連續梁來看待。

把鋼軌當作是置于許多彈性支座上的梁的研究方法，比第二個方法幾乎早半個世紀以前就有了，並在西歐各國獲得了廣泛的發展，在俄國于上世紀末及本世紀初，也得到了廣泛的發展。

二十世紀初葉，彼特羅夫、克里洛夫院士等的著作對把鋼軌當作是在連續的等彈性基礎上梁的新的計算方法奠定了基礎，這個方法得到普遍的公認，在蘇聯、美國及世界大多數國家里得到廣泛的採用。

1. 把鋼軌當作是置于許多彈性支座上的梁的計算方法

把鋼軌當作是置于許多彈性支座上的梁的計算公式，是利用克拉別依倫 (Крaбeн-pon) 的方法，起始條件法等進行的。

當用上法進行綫路強度計算時，須進行很多的計算工作，自從弗·弗·格里郭利也夫 (В. В. Гpигopьев) 教授制定出一些影響綫及計算表以後，才有可能很快的確定出撓曲力矩及支承反力之值。格里郭利也夫教授利用了馬克斯威爾 (Максвелл) 的相互位移的原則研究出了置于許多彈性支座上的連續梁的計算方法。

表 1 列出置于許多彈性支座上的十一孔梁跨孔中間處的撓曲力矩影響綫的縱座標。
表 2 列出了置于彈性支座上的十孔梁，作用在中央支點上的壓力的影響綫的縱座標。

當計算單獨彈性支座上的梁時，還有一個主要的特征是：表示梁及基礎的彈性特征的係數 γ 。

由結構力學可求出 γ 值： $\gamma = \frac{6 E I}{l^3 \Delta}$ ；令 $\frac{6 E I}{l^3} = B$ ，則

$\gamma = \frac{B}{\Delta}$ ——鋼軌與支座的剛比係數，這個係數系無名數，它等於兩個力的比值，

此處 Δ ——鋼軌基礎的彈性係數， B ——表示一個集中荷載，它作用在置于兩個剛性支座上的梁的中點（梁的兩個支座間的距离等於兩個軌枕跨孔值）上，並在力的作用點處引起梁的撓度等於 l 。可證明如下：

置于兩個剛性支座上的梁的撓曲等於：

$$f = \frac{P L^3}{48 E I}$$

以 $P = B$ ， $f = l$ ， $L = 2l$ 代入上式，則：

$$f = \frac{B (2l)^3}{48 E I}$$

因而 $B = \frac{6 E I}{l^3}$ 公斤/公分。

齊爾曼 (Циммерман) 博士及彼特羅夫院士分別研究了三孔及六孔梁後，得到了係數 γ 之值和使鋼軌發生最大撓曲力矩的公式：

$$M_{max} = \frac{8\gamma + 7}{4\gamma + 10} \cdot \frac{P l}{4}$$

當確定不是由一個荷載而是由一個荷載系所引起的撓曲力矩及支座反力時，首先根據求出的 γ 值，從表中找出對於每一軸的縱座標 μ 及 η 然後按下式計算最大的撓曲力矩及支承反力：

$$M = l \sum P \mu \quad Q = \sum P \eta$$

鋼軌的撓度值：將為 $y = \frac{Q}{\Delta}$ 。

因為所得到的 γ 值一般不為整數而在根據 μ 及 η 的表所查出的 γ 值為整數，所以使用表時應用內插法。為方便起見，表中由所研究的斷面到各荷載的距离，都以各該距离與軌枕跨孔長 l 之比值表示之。當所得到的實際比值 $\frac{x}{l}$ 與表中的數值不吻合時，同樣地在最接近的數值之間用內插法計算之。

為方便起見，計算可列成下表（表3）：

表 3

輪軸順號	x : 由斷面到車軸的距离 (公分)	距离的比值 $\frac{x}{l}$	當 $\gamma > \gamma_p$ $\gamma < \gamma_p$ 及 γ_p	P : 一個車輪上的荷載 (公斤)	$P \mu$ ($P \eta$) (公斤)
			$\mu(\eta)$ 之值		
				$\sum P \mu = \dots\dots$	

$$M = l \sum P \mu \quad \sigma = \frac{M}{W}$$

2. 把鋼軌当作置于連續等彈性基礎上的梁的計算方法

当把鋼軌当作置于連續等彈性基礎上的梁並进行研究时，認為 A 是均匀地作用在軌枕間跨度全部长度內，即用均匀分布在一個跨孔上的，强度为 u 的均布荷载（图 3）

代替集中荷载，均布荷载强度或每延公尺鋼軌上的压力为 $u = \frac{A}{l}$ 。

式中 l ——軌枕跨孔的大小。

u ——公斤/公分²：鋼軌基礎的彈性模量。

当把鋼軌視為置于連續彈性基礎上的梁时，則 u 表示鋼軌下基礎的彈性特征的数量， u 在数值上的大小相

当于加在鋼軌單位长度上的力，它能使鋼軌下的基礎發生單位彈性沉落。

鋼軌基礎彈性模量是按將鋼軌置于連續彈性基礎上計算綫路强度时主要的系数。

$$u = \frac{Caab}{2l} \text{ 公斤/公分}^2$$

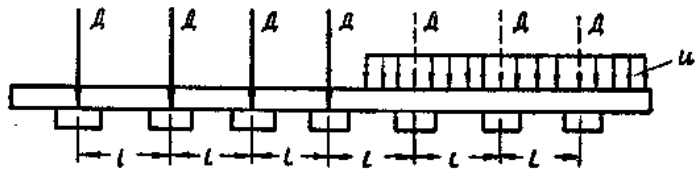


图 3

彈性模量的数值与軌

枕根数及其尺寸与状态、道碴种类及其紧密程度、道碴凍結及融化的情况有关。路基的状况，尤其当运行速度不大时也同樣能影响到 u 值的大小。

对于道碴捣固良好的綫路，可采用 $u = 220 - 350$ 公斤/公分²（对于碎石道碴）或 $u = 150 - 250$ 公斤/公分²（对于沙質道碴）。

确定彈性模量的实践証明：它的实际数值在很大範圍內变动：从未凍結状态道碴的 $50 - 350$ 公斤/公分² 到凍結状态道碴的 $800 - 900$ 公斤/公分²。

因此当需要很高的精度时，彈性模量之值应通过在该区段上的实验求得。

把鋼軌当作置于連續彈性基礎上的梁时，其計算公式的演算如下：

在置于連續彈性基礎上的梁（鋼軌）上，作用一集中荷载 P 。我們这样来选取座标：使力 P 的方向通过原点；鋼軌縱軸右边部分为正的 x 座标軸；向下的 y 軸为正的；向上作用的力以及使梁的撓曲向正縱座标一边凸出的力矩都認為是正的。（见图 4）。

彈性綫的微分方程式为：

$$\frac{M}{EI} = \frac{1}{\rho} = \pm \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{[1 - (\frac{dy}{dx})^2]^{3/2}}$$

式中： ρ ——力矩 M 作用点处彈性綫的曲率半徑。

$E = 2.1 \times 10^6$ 公斤/公分²——軌鋼的彈性模量。

I ——鋼軌对平行于軌底的中性軸的慣性力矩。

$\frac{dy}{dx}$ 之值是傾斜角之正切，这个傾斜角是弯曲梁軸綫上某点的切綫对于水平綫所成的夾角，当变形很小时 $\frac{dy}{dx}$ 与 1 比較起来是很小的，所以这个数值的平方一般可以略去不計。这样則：

$$M = -EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -EI y''$$

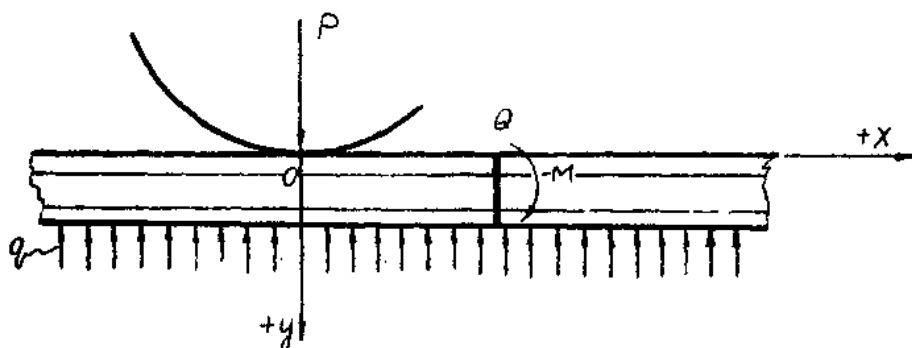


图 4

因为在所研究的情况中仅有一个集中力，並且位于座标原点，因此橫向力及支座反力將为：

$$Q = \frac{dM}{dX} = -EI y'''$$

$$q = \frac{dQ}{dX} = -EI y^{IV}$$

支座反力数值以鋼軌基础的彈性模量表示， $q = uy$ ，則可写成：

$$q = uy = -EI y^{IV}$$

因此可求得置于連續彈性基础上梁的彎曲微分方程式：

$$y^{IV} + \frac{u}{EI} y = 0$$

令 $\frac{u}{EI} = 4K^4$ 或 $K = \sqrt[4]{\frac{u}{4EI}} \text{ CM}^{-1}$

所得到的系数 K 是把鋼軌当作置于連續等彈性基础上的梁計算时的比附加主要系数，这个系数称为鋼軌基础和鋼軌的剛比系数。

將方程式 $y^{IV} + 4K^4 y = 0$ 进行一般积分則得：

$$y = C_1 e^{KX} \cos KX + C_2 e^{KX} \sin KX + C_3 e^{-KX} \cos KX + C_4 e^{-KX} \sin KX。$$

积分常数 C_1, C_2, C_3, C_4 由下列的边界条件以确定之。

1) 当 $x = \infty$ 时， $y = 0$

將 x 及 y 之值代入 y 的方程式中則有：

$$C_1 = C_2 = 0$$

將 C_1 及 C_2 之值代入后，方程式具有下列形式：

$$y = C_3 e^{-KX} \cos KX + C_4 e^{-KX} \sin KX$$

$$2) \text{ 当 } x=0 \text{ 时 } \frac{dy}{dx} = 0$$

將 x 及 $\frac{dy}{dx}$ 之值代入方程式中，移項求解后得：

$$C_3 = C_4 = C$$

將 C_3 及 C_4 之值代入方程式之后，方程式可改寫为下式：

$$y = C e^{-KX} (\cos KX + \sin KX)$$

$$3) \text{ 当 } x=0 \text{ 时, } Q = -\frac{P}{2}$$

因为 $Q = -EI y'''$ 所以对方程式右边部分第三次导函数將等于 $-\frac{P}{2EI}$ ，所以当 $x=0$ 时可求出：

$$C = \frac{P}{8K^3 EI}$$

当 C 值代入基本方程式后，則有

$$y = \frac{P}{8EI K^3} e^{-KX} (\cos KX + \sin KX)。$$

但因为 $4K^4 = \frac{u}{EI}$ ，即 $4K^4 EI = u$ ，則

$$8K^3 EI = \frac{2u}{K}$$

$$\text{所以 } y = -\frac{PK}{2u} e^{-KX} (\cos KX + \sin KX)$$

因为力矩 M 之值等于 $-EI y''$ ，所以取基本方程式的二次导函数可求出：

$$M = -\frac{P}{4K} e^{-KX} (\cos KX - \sin KX)$$

$$\text{橫向力 } Q = \frac{dM}{dX} = -\frac{P}{2} e^{-KX} \sin KX$$

$$\text{令 } e^{-KX} (\cos KX - \sin KX) = \mu$$

$$e^{-KX} (\cos KX + \sin KX) = \eta$$

$$\text{則有 } y = \frac{PK}{2u} \eta; \quad M = -\frac{P}{4K} \mu; \quad q = uy = \frac{PK}{2} \eta$$

由置于連續彈性基础上的梁还原到位于許多軌枕上的鋼軌时，必須注意到，抵抗反力乃集中于軌枕上，所以在一個軌枕上的压力等于每延公尺的抵抗反力与跨孔长之乘积：

$$Q = ql = uyl$$

$$\text{或 } Q = \frac{PKl}{2} \eta$$

撓曲力矩 M 、撓度 y 及軌枕上的壓力 Q 的图解示于图 5，在这个图上的 x 值，表示由所研究的断面到荷載处的水平距离，当在这个距离下 M 、 y 及 Q 的縱座标具有最大值及零值。

根据單位力（如图 5 所示）相互轉換的原理，这些图同时也是 M 、 y 及 Q 的影响綫。

在荷載系的作用下，按下列公式确定計算断面內的 M 、 y 及 Q 值（图 6）。

$$M = \frac{1}{4K} (P_1 \mu_1 + P_2 \mu_2 + \dots + P_n \mu_n)$$

$$= \frac{1}{4K} \sum_{i=1}^n P_i \mu_i$$

$$y = \frac{K}{2u} (P_1 \eta_1 + P_2 \eta_2 + \dots + P_n \eta_n)$$

$$= \frac{K}{2u} \sum_{i=1}^n P_i \eta_i$$

$$Q = \frac{Kl}{2} (P_1 \eta_1 + P_2 \eta_2 + \dots + P_n \eta_n)$$

$$= \frac{Kl}{2} \sum_{i=1}^n P_i \eta_i$$

式中 $\sum P_i \mu_i$ 及 $\sum P_i \eta_i$ ——是代替該荷載系的当量荷載。

μ 及 η 的影响綫縱座标之值由表中求得，在表中其值換成 KX 的函数。

这里： K ——以前求出的基础及鋼軌的剛比系数。

x ——影响綫的流动橫座标（图 6）或所研究的断面到載重处的距离。

鋼軌內的应力，与以前的計算方法一样，按下式确定：

$$\sigma = \frac{M}{W} \text{ 公斤/公分}^2$$

式中 W ——鋼軌的抵抗力矩。

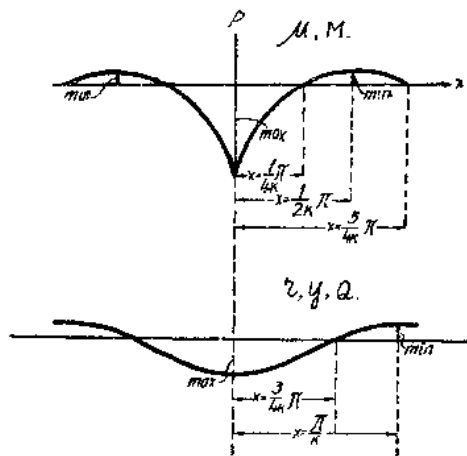


图 5

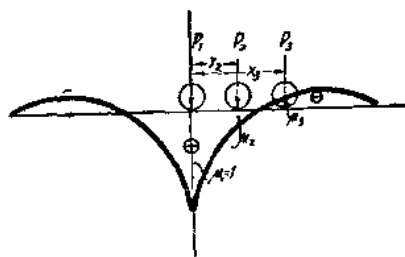


图 6

§ 5 扣件内应力的計算

1. 魚尾板的計算

接縫处魚尾板的工作情形，与中部有荷載的双支点梁相同。当接縫中部有荷載时，軌头压力在魚尾板中部若干长度 l 內傳布到魚尾板上。

压力的傳布是按曲綫形規律进行的，但是計算时，采用三角形压力傳布图，更常見的是用集中荷載代替均布荷載。

当荷載位于接縫範圍外时，压力是由下面通过鋼軌傳布到魚尾板上，而魚尾板的工作如同中部有荷載的双支点梁，只是由下面傳來压力。

按魚尾板工作的特点，魚尾板內弯曲应力，以近似于三角形应力图的形式沿魚尾板长度內分布。 $P43$ ， $P50$ ， $P65$ 各型鋼軌所用魚尾板的平均截面为其計算截面。

魚尾板也和鋼軌一样，是在变量荷載及周期变化的应力的不固定状态的条件下工作着。

图 7 表示車輪在接縫上或接縫附近时，魚尾板工作的示意图。

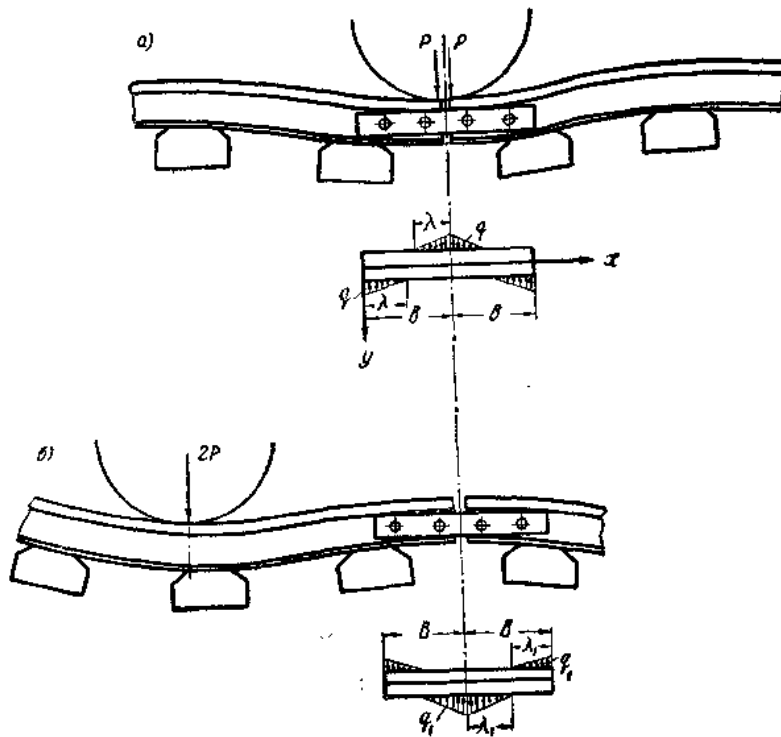


图 7

根据魚尾板工作情况的分析及其失效情形知道：綫路上魚尾板破損的原因是由鋼料的疲勞所引起。

按魚尾板工作的特点，其强度計算由以下各部分组成：

- 1) 計算因靜力而产生的正負力矩的最大值及其相应的应力。
- 2) 計算一定周期時間內，作用在接縫上的垂直力的总和。
- 3) 按鋼料疲勞强度計算魚尾板的耐久性。

要想准确地計算在任意作用的荷載下魚尾板內的应力，是很困难的。因此，实际計算时，鋼軌对魚尾板的压力采取集中荷載的形式。此时，魚尾板中央弯曲力矩的数值为：

$$M_o = \frac{\left[\frac{P \alpha_o^2}{6} - \frac{R_1 (\alpha_o - \alpha_1)^3}{6 \alpha_o} - \frac{C_1}{l^2} \right] l + \frac{E I \epsilon}{\theta \epsilon}}{\frac{I}{I_n} \cdot \frac{\alpha}{2} - \frac{\gamma (\alpha_o - \alpha_1)^3}{2 \alpha_o (6\gamma + \frac{2}{3})}}$$

式中: B —— 魚尾板长度的一半。

l —— 和接縫相鄰的枕木中心綫間距离。

l_1 —— 接縫軌枕中心綫間距的一半。

I —— 鋼軌对通过其重心的軸綫的慣性力矩。

I_n —— 兩塊魚尾板对通过重心軸的慣性力矩。

ϵ —— 垂直平面內鋼軌及魚尾板之間的相互移动量。

R_1 —— 荷載作用下取去魚尾板时, 接縫枕木上的支点反力, 其值为:

$$R_1 = \frac{-\frac{2}{3} + \frac{5}{6} \alpha_1 + 5\gamma + 3\gamma \alpha_1}{6\gamma + \frac{2}{3}} \cdot P$$

此处 $\gamma = \frac{B I}{D l^3}$

D —— 鋼軌基础的彈性系数。

C_1 —— 积分常数, 等于。

$$C_1 = \frac{l^2 (18\gamma^2 + 18\gamma^2 \alpha_1 + 26\gamma \alpha_1 + 5\gamma + \frac{7}{6} \alpha_1)}{6 (6\gamma + \frac{2}{3})} \cdot P$$

式中: $\alpha_1 = \frac{l_1}{l} \circ$

$$\alpha_o = \frac{\theta}{l} \circ$$

負号弯曲力矩的計算与鋼軌的情况相同。其数值按截面在两个相等的, 且与截面等距离的車輛車輪荷載的条件下, 按下式确定:

$$M_1 = \frac{1}{2K} P e^{-KX} (\cos KX - \sin KX)$$

除此以外, 魚尾板內弯曲应力的求算, 也可以按簡化的方法进行。由試驗确定: 一对魚尾板經受的弯曲力矩的大小, 不超过作用在整个鋼軌断面內的弯曲力矩 M 的 85%。

考虑到兩塊魚尾板所承受的壓力, 不是均匀分布的, 所以确定一塊魚尾板最多可以承受到一对魚尾板所受的总力矩的 60%。

所以一塊魚尾板能承受的最大弯曲力矩按下式确定:

$$M_{max} = 0.60 | 0.85 M | = 0.5 M \circ$$

以图 8 所示的示意图, 作为計算的壓力傳布示意图, 則可用下式求算傳布到一个魚尾板上的壓力值 $2P$: