北京市中学《数学》第四册

（1978年1月第6版）

第廿、廿一章

教 学 参 考 资 料

北京教育学院教材教研部

1978.6

第廿章　三角函数

数学第四册，以讲函数为主，依次由简到繁地讲解了主要初等函数的基本内容，本章要研究的三角函数也是一种重要的初等函数．

恩格斯指出："纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系，所以是非常现实的材料。"函数概念反映了客观世界中量与量之间的一种确定性的相互制约关系．而三角函数反映的是具有周期性的波动现象中，量与量之间的确定性的相互制约关系．

三角函数的概念，是把三角形和圆联系起来考察而得到的．而不是象研究锐角三角函数那样孤立地从直角三角形本身去考察．恩格斯称赞这种方法是"彻底辩证的方法"（见《自然辩证法》P_{242}或课本P_{211}）．

本章第一单元在角的概念扩充的基础上，采用坐标的方法给出了任意角三角函数的定义．而且研究了各象限的三角函数的符号、三角函数值的计算方法，以及同角三角函数间的关系．从而为以后学习三角函数的图象与和、差、倍、半各种角之间的三角函数关系打下了基础．

第二单元首先介绍了角的弧度制，接着介绍了研究三角函数的几何工具——单位圆．并且运用单位圆，从具体到抽象的依次讲解了三角函数的图象、性质及其应用．

第三单元介绍了三角函数之间的内在联系，以公式的形式给出．其中最基本的是两角和的正、余弦公式．

公式之间的相互导出，以及三角函数式的变形，大量地是通过变换实现的，这些变换反映了公式间的内在联系.

在三角函数这一章的教学中，应当紧密联系函数的一般概念. 使学生明确每一部分所要解决的问题，解决问题的根据和使用的方法. 另一方面，要十分注意三角函数区别于其他函数的特点，通过揭示个性来深刻认识三角函数，通过分析个性来揭示共性.

教学中要充分发挥图形的直观作用，采用数形结合的方法，培养学生“从事物的相互联系中理解事物”.同时又要注意培养学生的逻辑思维能力.

对于许多的函数关系及其广泛的联系，要分清主次，注意抓住主要矛盾.

讲解公式时，要注意揭示每个公式解决的是什么问题，是如何推导出来的，使学生在理解公式的基础上熟练地掌握它.

I　任意角的三角函数（14课时）

一、教学要求

1. 使学生深刻理解任意角的概念并熟练掌握终边相同的角的表示法.

2. 使学生在理解任意角的三角函数的定义的基础上，了解三角函数值在各象限的符号、同角三角函数间的关系，以及诱导公式的推导过程.

3. 使学生熟练掌握同角三角函数间的关系式，并能应用它由已知角的一个函数值，求其他各三角函数值.

4．使学生熟练掌握诱导公式，并能正确迅速地计算任意角的三角函数值．

二、教材分析与教学建议

1．角的概念的扩充（2课时）

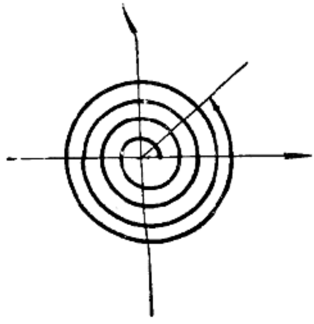
（1）大于360°的角和负角

这一节主要是讲角的概念的扩充，通过实例说明角的概念扩充的必要性．然后分两步扩充角的概念，第一步建立大于360°角的概念．第二步建立负角的概念．教学中，为突出大于360°的角的概念，可运用直观教具或图形表现射线旋转的过程．这是使学生建立大于360°的角的概念的关键．因为，抽掉了射线旋转的过程，就谈不到角的概念的扩充．有了大于360°的角的概念之后，再建立负角的概念，这只需要进一步突出射线旋转的方向就可以了．

（2）终边相同的角　任意一个角都可以通过终边相同这个条件与0°到360°之间的一个角联系起来．这种联系是以后研究三角函数值相互关系的基础．因此，终边相同的角的一般式是本节的重点．教学中要讲清终边位置与角的大小的关系．为了加深对式子$K360°+\alpha$（K是整数）的理解，要对课本中139页类型的例题反复进行训练，让学生熟练掌握．

如：在0°到360°的范围内，找出与1480°角的终边相同的角，教学中可利用图形把给定的角看成是从x轴的正向开始，按逆时针方向旋转4周以后又继续旋转40°角．从而得$1480°=4\times360°+40°$．然后向学生指出为了把一个角β表示成$K360°+\alpha$（α在0°到360°之间）关键是定K和α．为了求K和α，可以用除法：$\because 1480°\div360°=4\cdots\cdots40°$，这里的商4和余数40，就是我们所要求的$K$和$\alpha$．

又如：在0°到360°的范围内．找出与$-800°$角的终边相同的角，用除法：$\because -800° \div 360° = -3 \cdots\cdots 280°$，而余数应为小于360°的正数，所以商的绝对值比已知角为正角时的商多1.从而得$-800° = -3 \times 360° + 280°$．



2．任意角的三角函数（3课时）

在任意角的三角函数定义中涉及P点的坐标与P点到原点的距离，所以单从定义来看三角函数值不仅由α角的大小来确定而且也与P点的位置有关.因此课本中在给出了任意角三角函数的定义之后，就证明了：四个比值的大小与α角的终边上所取P点的位置没有关系．只有论证了这一点，才能说“对于确定的角α，$\sin\alpha$，$\cos\alpha$，$\mathrm{tg}\alpha$，$\mathrm{ctg}\alpha$都有确定的值”.教学中应充分向学生说明，角α确定之后，终边上可以随便取很多不同的点，它们的坐标和它们到原点的距离可以各不相同，但是三角函数的值却是确定不变的．在教学中，要努力让学生从函数一般概念的角度来理解任意角的三角函数的概念．

这一节中的其他问题，如三角函数值的符号，诱导公式一，0°、90°、180°、270°角的三角函数值，都是由任意角三角函数的定义直接推导出来的结果．因此，教学中可充分利用这些内容来巩固三角函数的定义，同时也要注意训练学生的逻辑推理能力．

教学中可以在讲定义之后，先讲例3，并补充几个题目，

然后，结合例3与补充题总结出三角函数值在各象限的符号法则，因为以后确定三角函数值时，往往分别确定它的绝对值和它的符号，所以掌握各象限三角函数值的符号法则是非常重要的。

公式一是以后计算三角函数值的基础，应通过例2使学生切实掌握。

讲解146页例4之后，可以联系函数定义域的概念向学生指出：

$y=\sin\alpha$（α 为任意角度）；

$y=\cos\alpha$（α 为任意角度）；

$y=\mathrm{tg}\alpha$（$\alpha \neq k\cdot 180^\circ+90^\circ$，$k$为整数）；

$y=\mathrm{ctg}\alpha$（$\alpha \neq k\cdot 180^\circ$，$k$为整数）。

3．同角三角函数间的关系（2课时）

$\sin\alpha$、$\cos\alpha$、$\mathrm{tg}\alpha$、$\mathrm{ctg}\alpha$是角 α 的四个不同的三度函数，它们之间是互相联系着的。四个同角三角函数间的关系式，揭示了同一个角的各个三角函数间的内在联系，它是三角函数式变形的重要依据，要使学生熟炼掌握。

148页“注意”之后的一段话，是要使学生注意各个基本关系式成立的条件。

（1）$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，$\alpha$为任何角度；

（2）$\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$，$\alpha \neq k.180^\circ+90^\circ$（$k$是整数）；

（3）$\mathrm{ctg}\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$，$\alpha \neq k.180^\circ$（$k$是整数）；

（4）$\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{1}{\mathrm{ctg}\alpha}$，$\alpha \neq k.90^\circ$（$k$是整数）。

同角三角函数间的四个关系式应用较广，例如，后面诱

导公式和两角和的三角函数关系式的证明过程都要用到它们，本节主要应用它们来解决已知角 α 的一个三角函数值，求角 α 的其他各三角函数值的问题．

四个基本关系式都是应用定义来证明的，教学中可以引导学生认识应用定义来证明基本关系式是常用的方法．

① 从较繁一边化简，化简结果与另一边相同，如证明 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ 所使用的方法．

② 两边同时化简，化简的结果相同．

例：求证 $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$．

证明∵左边 $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{y}{x}$，

右边 $$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\frac{y}{r}}{\frac{x}{r}}=\frac{y}{r}\cdot\frac{r}{x}=\frac{y}{x},$$

$$\therefore\quad \operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

可让学生用这两种方法证明（2）、（3）、（4）三个基本公式，通过证明更好地掌握这几个关系式．

另外要让学生注意：从关系式 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ 不加区别地得出 $\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}$ 是不对的，这是因为一个正数的平方根应该有两个，它们的绝对值相同，符号相反．因此，149 页的两个例题，都是先从 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，导出 $\cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$ 或 $\sin\alpha=\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$，然后再根据角 α 所在的象限，来确定三角函数的符号．

4．任意角的三角函数值的计算（7课时）

这一节主要是解决任意给定的一个角 α 如何计算它的三

角函数值的问题．在解决这个问题的过程中体现了生动的矛盾转化思想．课本中先是从三角函数的定义出发导出了诱导公式一，于是要求任意角的三角函数值，只要解决0°到360°之间的三角函数值的求法就可以了．对于0°到360°之间的三角函数值的求法，又分成了四个象限分别加以解决．对于第一象限，因为角α是锐角时，任意角三角函数的定义和锐角三角函数的定义是一致的，因此，用三角函数表可以解决，然后由公式二、三、四分别解决了二、三、四象限各角的函数值与锐角函数值之间的关系．为了便于计算和研究三角函数的性质，课本中还给出了负角与正角函数值之间的关系．这些诱导公式是计算角的三角函数值和研究三角函数性质的基础，因此是本单元学习的重点．

诱导公式的证明，主要是运用三角函数的定义和关于x轴、y轴、原点对称的点的坐标的特点，因此，熟悉三角函数的定义和对称点的坐标的特点，是掌握诱导公式的关键，为此，在讲诱导公式之前，最好先复习对称点的坐标的特点．讲$\sin(180°-\alpha)=\sin\alpha$的证明时，可以突出分析证明的思路，指出，为了证明$\sin(180°-\alpha)=\sin\alpha$，只要根据三角函数的定义找到$\sin(180°-\alpha)$等于什么和$\sin\alpha$等于什么，然后再运用对称点坐标的特点就可以得到要证明的结果．

课本中讲完诱导公式之后，在159页又系统地总结出求任意角三角函数值的步骤，在这里，要使学生充分理解每个步骤的转化思想，不要死记步骤．课本中推导诱导公式时，都把α限定为锐角，可以告诉学生实际上α可以是任意角．

课本中的例3、例6和例7，是关于已知三角函数值求角的问题．在角的范围没有限制的情况下，解答应写出终边相同的角的一般式．

Ⅱ　三角函数的图象（11课时）

一、教学要求

1．使学生正确理解弧度制的意义，了解弧长、半径和圆心角的关系，熟练掌握角度与弧度的换算关系．

2．使学生会用列表描点法，正确地描绘正弦函数的图象．

3．使学生在理解一般正弦函数图象与 $y=\sin x$ 图象的关系的基础上，会用五点描图法画出一般正弦函数图象的草图．

4．在学生掌握正弦函数的主要性质的基础上，注意联系实际，培养学生分析问题、解决问题的能力．

5．使学生能正确描绘正切函数与余切函数图象．并结合图象了解其主要性质．

二、教材分析与教学建议

1．弧度制（2课时）

弧度制是在生产实践和科学实验中产生的，它在机械运动、电学以及高等数学中有着广泛的应用，它是本单元的一个重点．有了弧度制后，弧长、半径、圆心角之间的关系就可以由 $\alpha=\frac{l}{R}$ 表达，这比用角度制要简便，在角度制中它们的关系为 $\alpha=\frac{180l}{\pi R}$（度）．另外弧度制对几何学、物理学、高等数学中应用三角函数理论提供了方便．

要确立某类量的一种度量制度，关键是给出这类量中的一个量做为单位．单位给定之后，只要用所度量的量同单位量进行比较就可以得到这个量的数量，因此，课本中一开始就给出了一弧度的角的大小，有了弧度单位之后，圆心角的弧度数就是弧长与半径的比，即 $\alpha=\frac{l}{R}$．在教学中，使学生了解上述建立度量制度的一般思想，掌握弧度制的度量单位，是学好这一节的关键．教学中可以指出，规定了不同的单位，就得到不同的度量制度．如长度的市制的单位是尺，公制的单位是米．角度的角度制的单位是度，弧度制的单位是弧度．另外，学生对于弧长的认识也是比较生疏的，所以在讲用半径量弧长时，要利用图形表现弧长的概念．学生掌握了弧度单位之后，教师还要突出如何运用度量的思想来得到某一个角的弧度值，如连续提问：弧长等于半径的2倍、3倍，等于半径的$1/2$、$1/3$……，这个弧所对圆心角为多少弧度？然后指出，要求一个圆心角的弧度数是几，只要看它所对的弧长 l 有几个半径 R，那么，这个角的弧度数就是几．求 l 中有几个 R，就是$\frac{l}{R}$，所以有 $\alpha=\frac{l}{R}$（弧度）．

角度与弧度的换算是本段教材的一个重点，而$360°=2\pi$ 弧度，则是掌握换算的关键．

要想找出两种不同度量制度的换算关系，只要用这两个度量制度的单位去度量同一个量，把得到的两个量数标上单位之后，用等式连接起来就可以得到所需要的关系式．如确定长度单位中的公制与市制的换算关系，只要分别用米、尺去量同一个长度，如分别得到2米和6尺，那么，就有2米＝6尺，即1米＝3尺，1尺＝$1/3$米，角度制与弧度制的换算关系，

也是这样，一个周角用角度制来量为360°，用弧度制来量为 2 π 弧度.

所以有360° = 2 π 弧度.

为了练习换算，可以让学生自己动手，把360°、270°、180°、90°、60°、45°、30°、0°等化为弧度数并要求熟记. 这里要求学生重点理解寻找换算关系的思想.

课本 166页 所说"在用弧度来度量角时，弧度二字通常略去不写."一般是指与三角函数符号一起使用时可以略去，如sin4弧度写成sin4.在换算式的两端则应加以注明，不要忽略，如180° = π 弧度.

2. 正弦函数的图象（6 课时）

正确描绘正弦函数图象，总结正弦函数的基本性质是本段教材的重点. 列表描点法是画函数图象的一般方法，学生比较熟悉. 借用单位圆的概念，取点绘图比较简便，且能通过正弦函数线的变化，印证正弦函数的基本性质. 应注意正弦曲线是指一般正弦函数的图象，并不仅指 $y=\sin x$ 的图象.

课本第174页通过图象总结了正弦函数 $y=\sin x$ 的三个主要性质,即函数的有界性、增减性和周期性.例1的目的主要是给出求任一正弦函数的周期的方法. 例 2 通过分析 $y=2\sin x$ 的图象与 $y=\sin x$ 的图象的关系，给出了函数 $y=A\sin x$ 图象的作法并引出了振幅的概念.例 3 的两个正弦函数，$y=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$与 $y=\sin\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$的图象与 $y=\sin x$ 的图象比较，发生了左右平移.例1、2、3是正弦函数图象的三个基本类型，它反映了周期、振幅、位移（沿横轴）等等特征.运用五点描图法，可以简便、迅速地画出正

弦函数的草图.掌握这个方法的关键是如何确定五个关键点的横坐标.因此，必须首先使学生理解五个关键点的横坐标所具有的特性，以及它们所对应的纵坐标的函数值.有了这个基础，就可以根据（177页）例3，教给学生确定五个关键点的具体方法.一般来说，为了画正弦函数$y=A\sin(ax+b)$的图象，确定五个关键点的横坐标时，只要分别令$ax+b=0$、$\frac{\pi}{2}$、π、$\frac{3\pi}{2}$、2π，解这五个方程就可以得到五个关键点的横坐标应该选取的数值，相应的纵坐标就是$y=0, A, 0, -A, 0$.

确定五点横坐标的方法很多，无论使用哪种方法，都要使学生认识五个关键点之间的内在联系，这可以加深学生对周期、振幅的认识，有助于了解正弦函数的性质.

例4为了画图简便，引入了中间变量$T=100\pi t$，横轴改变为T轴，函数相应表为

$$I_A=220\sqrt{2}\sin T,$$

$$I_B=220\sqrt{2}\sin\left(T+\frac{2}{3}\pi\right),$$

$$I_C=220\sqrt{2}\sin\left(T-\frac{2}{3}\pi\right).$$

它们的周期（对于T）都是2π，分别令$T=0$，得到I_A的第一点横坐标$T=0$；令$T+\frac{2}{3}\pi=0$，得到I_B的第一点横坐标$T=-\frac{2}{3}\pi$；令$T-\frac{2}{3}\pi=0$得到I_C的第一点横坐标$T=\frac{2}{3}\pi$，再用上面介绍的方法，便可列出对应值

表（例4的有关问题详见附录五）.

周期函数是一个重要概念，同时也是数学中的难点.引出这一概念时，可以先让学生观察单位圆中终边相同的角的变化，并复习它的一般表示法$\alpha+2K\pi$（K为整数）.同时指出“它们具有相同的正弦值”的性质．这一性质可以总结为以下公式：

$$\sin(\alpha+2\pi)=\sin\alpha,$$
$$\sin(\alpha+4\pi)=\sin\alpha,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots,$$
$$\sin(\alpha+2K\pi)=\sin\alpha.$$

通过这个具体事实说明一个角每增加周角的整数倍，它的正弦值不变.这就是当自变量每增加2π的整数倍时，正弦函数$\sin x$的值就重复出现，这样的函数叫周期函数.其中使得周期函数重复出现的自变量增加的定值中，有一个最小的正值，即2π，叫做这个周期函数的周期.由此再引出课本中周期函数的定义，学生就较容易接受（关于周期的概念详见附录）.

3．正弦曲线在圆形弯管中的应用（选讲）（2课时）

本段教材是通过对圆形直角弯管下料问题的证明，说明正弦曲线在实际中的应用.关于圆形直角弯管的展开图画法，已在三册下学过，这里给出证明.课本第182页图20-24〔1〕是实物图，形象地说明圆形弯管的形状，图20-24〔2〕是主视图、俯视图与侧面展开图的综合图，据此可以作为下料的依据；图20-24〔3〕是在图20-24〔2〕的基础上，建立坐标系，选定特征点进行证明.证明例1的难点是把展开图上的点相应地转到主视图的俯视图上.教学时应先复习画图下料的方法，然后再讲证明.

4. 正切函数和余切函数的图象（1课时）

本段教材的主要目的是使学生能够正确描绘正切函数及余切函数的图象，并结合图象了解其主要性质. 正切函数选择在 $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$ 范围内作图象，可以从自变量在这一范围内所对应的函数值的变化没有间断去理解.

对照 $y=\sin x$ 的主要性质，正切函数、余切函数有以下性质：

（1）正切函数与余切函数值的变化范围是没有限制的.即

$$-\infty<tgx<\infty; \qquad -\infty<ctgx<\infty.$$

但当 $x=k\pi+\frac{\pi}{2}$（k为整数）时，tgx值不存在；

当 $x=k\pi$（k为整数）时，$ctgx$值不存在.

（2）当x从 $-\frac{\pi}{2}$ 到 $\frac{\pi}{2}$ 时，正切函数是递增的；

当 π 从 0 到 π 时，余切函数是递减的.

（3）正切函数、余切函数的周期是π，这是学生感到困难的地方.在教学中要根据周期函数的意义，结合 $tg(x+\pi)=tgx$ 阐明这一问题. 这个问题的证明可参考附录一、(3).

Ⅲ 两角和与两角差的三角函数（12课时）

一、教学要求

1. 使学生熟练掌握两角和的正弦与余弦公式.

2. 使学生理解本单元公式之间的逻辑关系，掌握各种

公式使用的条件和它在变形中的作用.

3. 能熟练地应用和角、差角、倍角及半角公式进行化简、计算和恒等变形.

4. 通过公式的推导过程培养学生的逻辑推理能力.

二、教材分析与教学建议

1. 两角和与两角差的三角函数（4课时）

本单元的公式，反映了三角函数之间的内在联系，它是研究三角函数间变形的重要手段.

在这些公式中，两角和的正弦与余弦公式是基础，其余公式都可以根据它推导出来.所以掌握两角和的正弦和余弦公式，是本单元的重点和关键.

两角和的正弦与余弦公式的推导过程，是根据三角函数的定义、直角三角形解法来证明的.推导过程较长，联系旧知识较多，学生不易接受.因此，教学中一定要注意层次、循序渐进.

在讲两角和的正弦与余弦公式的推导证明时要注意：

（1）在引入两角和的正弦公式时，使学生通过实际计算明确：

$\sin(\alpha+\beta)$一般地不等于$\sin\alpha+\sin\beta$.

例如： $\because$ $\sin(30°+60°)=\sin 90°=1$,而

$$\sin 30°+\sin 60°=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=1.366,$$

$\therefore$ $\sin(30°+60°)\neq\sin 30°+\sin 60°$.

在这里，可以再一次提醒学生，sin和$\alpha+\beta$不是相乘的关系，而是两角和的正弦值，以免乱用乘法分配律.

然后提出：$\sin(\alpha+\beta)$究竟等于什么呢？

引出公式：$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$，并作图证明.

（2）公式的推导证明过程，可分以下三步：

① 首先向学生指明：两角和的正弦公式就是用单角的正弦、余弦来表示两角和的正弦，为了研究上的方便，把角α、β和$\alpha+\beta$都限制在锐角的范围.从研究方法上来说，是以单位圆为基础，通过和角与单角的正弦线、余弦线的关系来推导这个公式.

② 结合191页图20-29指出：找出和角正弦与单角正弦、余弦的关系，就是要找出线段DC与角α、β的正弦、余弦的关系，由于$DC=DG+GC=FE+GC$，所以只要用α、β的正弦、余弦把FE、GC表示出来，就可以得到所需要的结果.

③ 通过解直角三角形ECG和EOF可以得到

$$FE=\cos\beta\sin\alpha,\qquad GC=\sin\beta\cos\alpha.$$

由此得出两角和的正弦公式，同样，也可得出两角和的余弦公式，向学生指出：这两个公式对于α、β不论是怎样的角都成立，而不再进行一般性的证明.

（3）讲例3时，明确指出，展开式要求用$tg\alpha$、$tg\beta$表示$tg(\alpha+\beta)$，所以必须根据同角的正弦、余弦和正切的关系，将分式的分子、分母同除以$\cos\alpha\cos\beta$，就可达到题目的要求.还要指出$\alpha+\beta$、$\alpha-\beta$、α、β必须使两角和与两角差的正切公式有意义.

（4）在讲193-194页例1、例2时，向学生指出两角和与两角差公式揭示了和、差角与单角之间的三角函数关系，所以如果把一个角看成两个角的和或差，而这两个单角的三角函数值是已知的或可以求出的，那么就可以不通过查表，而求出这个角的三角函数值. 例1就是把75°，15°，看成45°、

30°的和、差，这里45°、30°的正弦值是已知的．

例2是求$\cos(\alpha-\beta)$的值，这里α的正弦值和β的余弦值，而这个问题在学习同角三角函数间的关系时已经解决了．

（5）在讲195页例4时，把$1=tg45°$代入公式后，使所给的式子符合两角和的正切公式的形式，就可以应用公式化简求值．这种把一个数变成相应的一个角的三角函数的方法，在恒等变形中经常采用．例如：可以把$1=\sin90°$，把$\frac{1}{2}=\sin30°=\cos60°$……等等．

（6）讲196页例5的目的是研究$90°+\alpha$与α角的三角函数关系，这四个式子都可以作为诱导公式应用．

（7）关于教材198页的内容，是$\sin(90°+\alpha)=\cos\alpha$借助正弦函数的图象来描绘余弦函数的图象．是对前一个单元三角函数图象教学的补充，在这里应抓住重点使学生明确以下三个问题：

① 通过$y=\sin(90°+x)$和$y=\cos x$的图象对比（见图20-30）使学生明确$y=\cos x$的图象就是$y=\sin x$的图象超前$\frac{\pi}{2}$（即90°）．

② 使学生能正确画出余弦函数图象，并通过图象了解余弦函数性质以及值域和周期．

③ 会用“五点描图法”画出一般余弦函数的草图，并能结合草图正确地说明这个一般余弦函数的周期和振幅．

2．倍角三角函数（2课时）

倍角公式是两角的正弦公式的特殊情况，它在三角函数的变形中有着较为广泛的应用．教学中主要向学生指出，当