

资本市场创新与风险管理
主要参考文献
《金融研究》
(2005)
(上)

中南财经政法大学
新华金融保险学院
湖北金融研究中心
中国投资研究中心
2009·武汉

证券市场复杂行为分形标度 分析与机会决策研究^{*}

曹宏铎

(北京大学光华管理学院, 北京, 100871)

摘 要:以中国深市为研究对象,探讨BM在证券市场的适用性。研究表明中国证券市场存在相关性,表现为分形时间序列,其行为不符合BM运动性质,而服从分数布朗运动(FBM)。标度分析表明市场存在短周期和长周期,并给出了周期值。在行为心理学框架下对时变Hurst指数演变形式进行了分析,分析了在市场不同阶段,时变Hurst指数揭示的市场易变行为、均值回复、长程相关性。证明了分数布朗运动的 h_0 微分方程-F- h_0 微分方程,在此基础上给出了分数布朗运动下的Black-Scholes公式(F-Black-Scholes公式),使Black-Scholes公式成为其特例。讨论了H指数对投资决策的影响,给出此时根据H指数的投资决策的步骤和策略。

关键词:投资行为;分数布朗运动;分形时间序列;标度指数;F- h_0 微分方程;投资机会决策

中图分类号:F830 **文献标识码:**A **文章编号:**1002-7246(2005)01-0138-08

一、引 言

现代金融理论是建立在资本资产定价模型(CAPM)和有效市场假说(EMH)两大基石上的。这些经典理论承袭经济学的分析方法与技术,其模型与范式局限在“理性”的分析框架中,忽视了对投资者实际决策行为的分析。随着金融市场上各种异常现象的累积,模型和实际的背离使得现代金融理论的理性分析范式陷入了尴尬境地。在此基础上,20世纪80年代,行为金融理论悄然兴起,并开始动摇了CAPM和EMH的权威地位。行为金融理论在博弈论和实验经济学被主流经济学接纳之际,对人类个体和群体行为研究的日益重视,促成了传统的线性研究范式向以生命为中心的非线性复杂范式的转换,使得我们看到了金融理论与实际的沟壑有了弥合的可能。

收稿日期:2004-04-12

作者简介:曹宏铎(1972.8-),男,河北人,北京大学光华管理学院博士后,讲师。研究方向为:复杂经济系统决策、金融行为控制与决策、企业发展战略。

^{*}此文受中国博士后科学基金(2003034180)支持。

行为金融理论的发展历史可以简单概括为以下几个阶段。(1) 19 世纪 Gustave Lebon 的“The Crowd”和 Mackey 的“Extraordinary Popular Delusion and the Madness Of Crowds”是两本研究投资市场群体行为的经典之作;凯恩斯是最早强调心理预期在投资决策中作用的经济学家,他基于心理预期最早提出股市“选美竞赛”理论和基于投资者“动物精神”而产生的股市“乐车队效应”;Purcell 是现代意义上金融理论的最早研究者,在其《以实验方法进行投资研究的可能性》(1951)论文中,开拓了应用实验将投资模型与人的心理行为特征相结合的金融新领域。后来的 Paul、Slovic 等人继续进行了一些人类决策过程的心理学研究。(2) 心理学行为金融阶段(从 1960 年至 80 年代中期)。这一阶段的行为金融研究以 Tversky 和 Kahngelman 为代表。Tversky 研究了人类行为与投资决策模型基本假设相冲突的三个方:风险态度、心理会计和过度自信,并将观察到的现象称为“认知偏差”。Kahneman 和 Tversky(1979)共同提出了“展望理论”,使之成为行为金融研究中的代表学说。但是当时的行为金融的研究还没有引起足够重视,一方面是因为此时 EMH 风行一时,另一方面是因为人们普遍认为研究人的心理、情绪对金融研究是不科学的。(3) 金融学行为金融阶段(从 20 世纪 80 年代中期至今)。市场不断发现的异常现象引起金融学界的注意,大量的证据表明许多金融理论还不完善;再加上期望理论得到广泛认可和经验求证,所以这个时期的行为金融取得了突破性的进展。这个时期行为金融理论以芝加哥大学的 Thaler 和耶鲁大学的 Shiller 为代表。Thaler(1985, 1999)研究了股票回报率的时间序列、投资者心理会计等问题。Shiller(1981, 1984)主要研究了股票价格的异常波动、股市中的“羊群效应”(Herd Behavior)、投机价格和流行心态的关系等。此外,Orden(1998)对于趋向性效应(disposition effect)的研究, Kahneman 等(1998)对反应过度和反应不足切换机制的研究都受到了广泛的关注。与上一阶段相比,这个阶段的行为金融理论研究是从投资策略上加以完善,注重把心理学研究和投资决策结合起来。

股票市场是一个自由度极大的信息系统,市场中投资者对长期信息的反应在一定程度上以因果关系出现,同时人们也不一定在任何时候都回避风险。他们可能经常追求风险,特别是当他们认为如果不赌一回就必然受损的时候;另一方面人们在设定主观概率时并不是无偏的,这样人们可能在接受信息时并不对其作出反应,而是当信息达到一定临界值时才会作出反应,这是一种非线性关系。Mandelbrot 在上世纪 60 年代提出了分数布朗运动(FBM),其中 Hurst 指数对基于时间序列的市场行为分析有着重要作用。而进一步研究市场行为的标度分布对数量性地刻画市场运行内部机制是一项重要的基础工作。

二、R/S 分析及股票市场标度指数实证研究及分析

赫斯特(Hurst)指数在对分数布朗运动的分形研究中具有重要作用,可以证明 FBM 的轨道分维数 $D_B^G = 2 - H$,其轨迹分维数为 $D_B^G = H^{-1}$ [3]。

对于分数布朗运动, Mandelbrot B. B 等得到如下结果 [3]:

$$R(h)/S(h) = (ah)^H \quad (2.1)$$

其中 a 为常数, h 为时间间隔。

H 指数的计算可以用赫斯特(H. E. Hurst)提出 R/S 分析法进行。

考虑一时间序列 $\{\zeta(t)\}$, $t=1, 2, \dots$, 对于任意一整数 $h \geq 1$ 定义均值序列:

$$\langle \zeta \rangle_h = \frac{1}{h} \sum_{t=1}^h \zeta(t), \quad h=1, 2, \dots$$

$x(t)$ 表示累积离差: $x(t, h) = \sum_{u=1}^t (\zeta(u) - \langle \zeta \rangle_h)$, $1 \leq t \leq h$

$R(h)$ 表示极差: $R(h) = \max_{1 \leq t \leq h} x(t, h) - \min_{1 \leq t \leq h} x(t, h)$, $h=1, 2, \dots$

标准差 $S(h)$ 定义为: $S(h) = \left[\frac{1}{h} \sum_{t=1}^h (\zeta(t) - \langle \zeta \rangle_h)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$, $h=1, 2, \dots$

则由原始数据计算 $R(h)/S(h)$, $h=2, 3, \dots$, 然后在 $\ln R/S - \ln h$ 坐标系中用直线拟合观测点, 该直线斜率即为 H 指数的值。

下面我们借助 R/S 分析对深圳股票市场对数收益率时序 (1992.10.3~2001.6.15) 进行研究。研究序列为 $GZ_{\Delta t=1}$, $GZ_{\Delta t=5}$, $GZ_{\Delta t=10}$, $GZ_{\Delta t=20}$, 分别对应日对数收益率、周对数收益率、双周对数收益率、月对数收益率。结果见表 1 与图 1。

表 1 GZ 序列循环长度与 H 值

	N	T_s	T_l	H_{T_s}	r_{T_s}	θ_{T_s}
$GZ_{\Delta t=1}$	2000	160	1080	0.9308	0.9503	0.0286
$GZ_{\Delta t=5}$	400	32	216	0.9109	0.9502	0.1593
$GZ_{\Delta t=10}$	200	16	108	0.8622	0.9921	0.0674
$GZ_{\Delta t=20}$	100	8	54	0.8733	0.9981	0.0456

续表 1:

H_{T_l}	r_{T_l}	θ_{T_l}	H	r_H	θ_H
0.7078	0.8754	0.0173	0.6507	0.9362	0.0205
0.7823	0.8985	0.0705	0.7000	0.9474	0.0845
0.8711	0.9246	0.0821	0.6906	0.9434	0.1024
0.8887	0.9466	0.0895	0.7576	0.9615	0.1042

结果分析:

1. 图 1 表明四个时间序列均有 $H > \frac{1}{2}$, 表明深圳股票市场具有分形特征。同时也表明深圳股票市场具有长程正相关。

2. 从图 1 可以发现在 R/S 分析图上有两个明显的拐点。第一个拐点发生于相当 $T=160$ 天时, 第二个拐点发生于相当 $T=1080$ 天时, 我们认为这体现了产生分形时间序列的非线性动力系统对不同信息的记忆长度的不同。当 $T > 1080$ 天后, H 基本为 $\frac{1}{2}$ 。另一方面也表明中国股票市场有一个较强短期行为模式。这一点在以往的分析中并没有说明。对 $GZ_{\Delta t=1}$ 的分析表明 $H_{\Delta t=1}=0.65$, $T_s=160$ 天 (T_s 代表短期周期)。

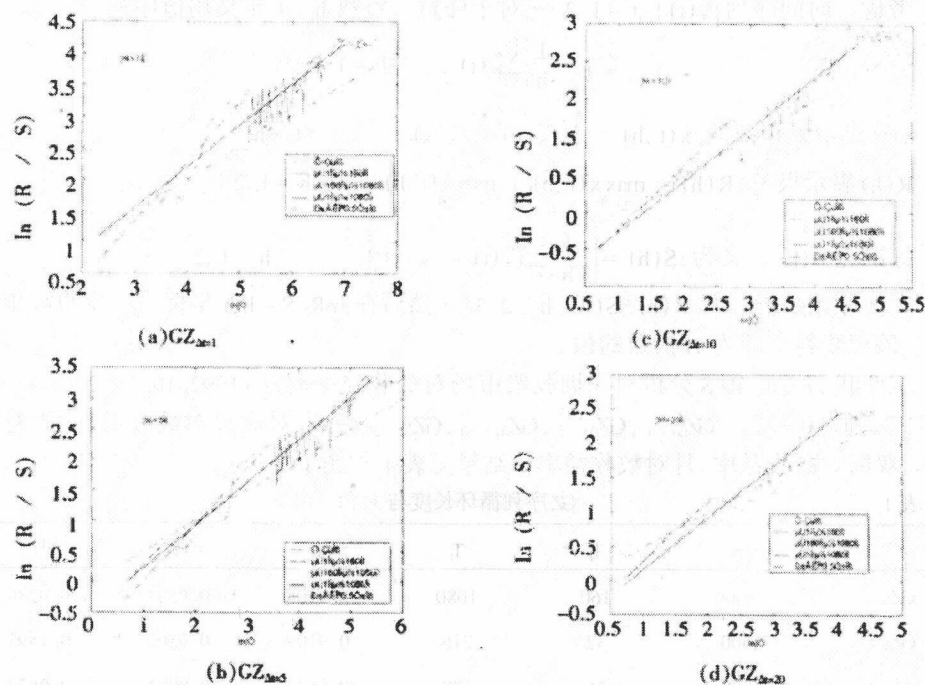


图 1. R/S 分析结果图

3. 从图 1 与表 1 可以知道深圳股票市场具有一个 1080 天或 54 个月或 4.5 年的稳定长期循环周期。并且可以发现这个周期并不随着分辨率的提高而有所变动。这一点在其他文献中还没有发现类似的分析。另一方面,也表明对于 $H > \frac{1}{2}$, 确实隐含着今天事件影响到明天。这不是简单序列相关,在序列相关中信息是迅速衰减的。 $H > \frac{1}{2}$ 表明它是一个更长的记忆函数:信息在很长的时间内影响未来。影响随时间衰减,但其速率比短期依赖要慢。因此,循环长度的度量从统计学上来讲它是序列相关的消除时间。用非线性动力学的术语说,初始条件的记忆在大约 54 个月之后消失,需要注意的是 4.5 年的循环是一个平均循环,即只是统计循环。因为非周期循环是非线性动力系统的特征。

从 $GZ(\Delta t = 1, \Delta t = 5, \Delta t = 20)$ 的不同 H 值的分析发现,短期 H_5 与 H 依次递增表明深圳股票市场存在明显的短期投资行为。而这种短期投资行为所产生的短期依赖性经过短周期后将消散掉。 GZ 序列随 Δt 的不同而产生不同 H 值,可以认为是分形随时间标度的不同产生的多重分形测度。其内部机制可以由分数布朗运动方程分析得出^[6]:在相同的涨落力机制下, H 指数随时间标度的增大而增大。同时,由于时间标度的增大,噪声在相应的时间尺度内消散的也多。

4. 运用 R/S 分析计算的是 Hurst 指数的均值,而引入时变函数(即认为 Hurst 指数随时间而变化,事实也是如此)利用小波分析对其时-频分析发现 H 指数在股指运行的不同阶段表现不同,在股指运行下降期末 H 指数表现为由 0.5 附近向下运行,运行至底

部出现最小指,在恢复期依然小于 0.5。表明在下降期投资群体行为特征分化,而在底部区域投资行为表现出长程负相关,即均值回复行为,表明在策略上,投资者采取的是“高抛低吸”,而在群体行为上体现的是疑虑谨慎的心理。在上涨期,H 指数逐渐增大并超过 0.5,体现出长程正相关,表明投资者信心逐渐恢复,并逐渐呈现出“群体过度自信”特征。

三、市场行为分形标度在投资机会决策中的应用

布朗运动 (Brownian motion) 或称维纳过程 (Wiener Processes) 在现代金融数学中占有重要地位。1900 年法国的 Louis Bachelier 发表了论文 “th éorie d é la sp é culation” (投机理论), 第一次给予 Brown 运动以严格的数学描述。1973 年, Fischer Black 和 Myron S. Scholes 提出了著名的 Black - Scholes 公式, 给出了欧式期权定价。Robert C. Merton 从不同角度研究了期权定价问题^[1]。以上研究均是从 Brown 运动的性质出发的。现代期权定价理论的发展对投资决策理论产生了巨大的影响。传统的投资决策方法多是现金流折现法, 以净现值法最具代表性, 其不足是没有很好地处理项目投资的时间选择问题。投资时间的选择对项目投资者是一种权力, 对投资时间的选择可以使投资者避免收入减少的风险, 同时进一步看清增长的潜力。Dixit 和 Pindyck 指出^[4]: 投资过程基本上是不可逆过程, 投资资本应被视为一种沉没资本; 投资者有权延迟投资机会, 投资机会类似于一种金融期权。同时 Pindyck 在连续时间模型下研究了投资时间选择性对投资机会价值和投资决策的影响。其研究也是基于维纳过程中变量的 Markowitz 性基础上的。

在现代期权定价理论中占有显著地位的 Black - Scholes 模型是以基于布朗运动的 Itô 随机微分方程为基础的。首先我们研究对于分数布朗运动接受 Itô 随机微分方程的形式。

(定理 1) 对于分数布朗运动, 单变量 Itô 随机微分方程随 H 指数变化。(i) 当 $H > 1/2$ 时, Itô 随机微分方程不含有变量的二阶偏微分项。(ii) 当 $H < 1/2$ 时, Itô 随机微分方程含有时间参量 H 指数的分数阶项。

证明: 令 $x(t)$ 服从随机微分方程:

$$d(x(t)) = a[x(t), t]dt + b[x(t), t]dz \quad (3.1)$$

其中: z 为 H 指数的分数布朗运动;

W 为 x, t 的连续可微函数, 则 ΔW 的泰勒展开式为:

$$\Delta W = \frac{\partial W}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial W}{\partial t} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \Delta x^2 + \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial t} \Delta x \Delta t + \dots \quad (3.2)$$

将 3.1 离散化得:

$$\Delta x = a(x, t) \Delta t + b(x, t) u (\Delta t)^H \quad (3.3)$$

u 为从标准正态分布中任取的一随机变量, 则:

$$\Delta x^2 = b^2 u^2 (\Delta x)^{2H} + o(\Delta t) \quad (3.4)$$

由 $E(u^2) - [E(u)]^2 = 1$ 知 $E(u^2) = 1$, 则

$$\Delta x^2 = b^2 (\Delta t)^{2H} \quad (3.4')$$

当 $\Delta x \rightarrow 0, \Delta t \rightarrow 0$ 时, 有

$$dw = \frac{\partial W}{\partial x} dx + \frac{\partial W}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} b^2 (dt)^{2H} \quad (3.5)$$

将(3.1)式代入(3.5)有:

$$dw = \left[\frac{\partial W}{\partial x} a + \frac{\partial W}{\partial t} \right] dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} b^2 (dt)^{2H} + \frac{\partial W}{\partial x} b dz \quad (3.6)$$

(1) 当 $\frac{1}{2} < H < 1$ 时, $2H > 1$, $(dt)^{2H} = 0$

则 $dw = \left[\frac{\partial W}{\partial x} a + \frac{\partial W}{\partial t} \right] dt + \frac{\partial W}{\partial x} b dz$ 。(i) 得证。

(2) 当 $0 < H < \frac{1}{2}$, $0 < 2H < 1$, $(dt)^{2H}$ 成为 dt 的分数阶项。(ii) 得证。

定理 1 可以推广到 W 为 n 个变量, 与时间 t 的连续可微函数情形。

在投资机会决策的期权定价中可以认为投资机会价值为 $W(v, c, t)$ 。 c 与 v 分别是项目投资支出与项目经营带来的现金流现值之和。 c 与 v 的变化服从布朗运动或分数布朗运动。

$$\frac{dc}{c} = (r - \lambda_c) dt + \sigma_c dz_c \quad (3.7)$$

$$\frac{dv}{v} = (r - \lambda_v) dt + \sigma_v dz_v \quad (3.8)$$

r 为折现的无风险利率, 假定为常数。 λ_v, λ_c 分别是在风险中性世界中 v 和 c 的期望增长率低于均衡期望增长率 r 的部分, 它们也分别被称为 v 和 c 风险的市场价值。 λ_v 代表竞争者进入同一生产领域或生产扩张造成投资迟后项目价值降低率。 λ_v 也可以看作投资推迟后损失的可提前获得的现金流, 当项目有效寿命很长, λ_v 可以近似看成单位时间现金流与当时项目价值的比率。项目投资一方面投资者从项目中获得便利受益, 另一方面将损失资本沉没费用, y 与 k 分别代表便利率与沉没费率, 则 $\lambda_c = y - k$ 。 dv 与 dz 的瞬时相关系数为 ρ , 假定为常数^[2]。

当 dz_v 与 dz_c 为维纳过程时, 根据 Black - Scholes 模型 W 满足方程:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial v^2} \sigma_v^2 v^2 + \frac{\partial^2 W}{\partial v \partial c} v c \rho \sigma_v \sigma_c + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial c^2} \sigma_c^2 c^2 + (r - \lambda_v) v \frac{\partial W}{\partial v} + (r - \lambda_c) c \frac{\partial W}{\partial c} + \frac{\partial W}{\partial t} = rW \quad (3.9)$$

当投资机会可以推迟很长时间, 而 W 的取值与时间 t 无关时, (3.9) 变为:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial v^2} \sigma_v^2 v^2 + \frac{\partial^2 W}{\partial v \partial c} v c \rho \sigma_v \sigma_c + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial c^2} \sigma_c^2 c^2 + (r - \lambda_v) v \frac{\partial W}{\partial v} + (r - \lambda_c) c \frac{\partial W}{\partial c} = rW \quad (3.10)$$

边界条件为: $W(v^*, c^*) = v^* - c^*$

$W \rightarrow 0$, 当 $v \rightarrow 0$

$W \rightarrow 0$, 当 $c \rightarrow +\infty$

文献 [4], [5] 给出了上式的一种解析解。

然而当 dz_v 与 dz_c 为分数布朗运动 ($H \neq 1/2$) 时, 情况将变得复杂化。

当 $H_v > 1/2$ 且 $H_c > 1/2$ 时, 根据 [定理 1] 及其推广知式 (3.10) 变为

$$(\gamma - \lambda_v) v \frac{\partial W}{\partial v} + (\gamma - \lambda_c) c \frac{\partial W}{\partial c} = \gamma W \quad (3.11)$$

当 $H_v < 1/2$ 或 $H_c < 1/2$ 时, 则根据 [定理 1] (3.10) 式将出现 dt 的分数阶项。在此仅

讨论 $H_v < 1/2$ 且 $H_c < 1/2$ 的情况。根据 Black - Scholes 模型及[定理 1](3.10)变为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial v^2} \sigma_v^2 v^2 (\Delta t)^{2H_v-1} + \frac{\partial^2 W}{\partial v \partial c} v c \rho \sigma_v \sigma_c (\Delta t)^{H_v+H_c-1} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial c^2} \sigma_c^2 c^2 (\Delta t)^{2H_c-1} \\ & + (r - \lambda_v) v \frac{\partial W}{\partial v} + (r - \lambda_c) c \frac{\partial W}{\partial c} = rW \end{aligned} \quad (3.12)$$

则式(3.12)不存在解析解, Black - Scholes 模型失效。

下面给出 H 指数分数布朗运动投资机会决策分析步骤:

(1) 运用 R/S 分析法分别求出 V, C 的 H 指数 H_v, H_c 。

(2) 当 $H_v = H_c = \frac{1}{2}$, 则运用 Black - Scholes 模型求解。

(3) 当 $H_v > \frac{1}{2}$, 且 $H_c > \frac{1}{2}$ 则运用式(3.11)求解。

(4) 若 $H_v < \frac{1}{2}$ 或 $H_c < \frac{1}{2}$, 设当前时刻 $t=0, v(0)=v_0, c(0)=c_0, W(0)=v_0-c_0$, 则根据实际情况有以下六种选择:

- 投资或为避免过大风险而放弃投资。
- 投资或为获得更大投资受益而等待。
- 投资或为减少风险而等待。
- 放弃。
- 放弃或等待受益回升。
- 放弃或为避免机会丧失而等待。如表 2。

表 2 分数布朗运动投资机会决策方案

H, ΔV W(0), ΔC		$H_v > 1/2$		$H_v < 1/2$			
		$H_c < 1/2$		$H_c > 1/2$		$H_c < 1/2$	
		$V(0) - v(-h) > 0$	$V(0) - v(-h) < 0$	$V(0) - v(-h) > 0$	$V(0) - v(-h) < 0$	$V(0) - v(-h) > 0$	$V(0) - v(-h) < 0$
$W(0) > 0$	$C(0) - c(-h) > 0$	b)	c)	a)	c)	c)	b)
	$C(0) - c(-h) < 0$	b)	a)	c)	b)	a)	b)
$W(0) < 0$	$C(0) - c(-h) > 0$	e)	f)	d)	f)	f)	e)
	$C(0) - c(-h) < 0$	e)	d)	f)	e)	d)	e)

例如当 $H_v > \frac{1}{2}$ 且 $H_c < \frac{1}{2}$ 时, 则考察 $v(0) - v(-h) > 0, c(0) - c(-h) > 0$ 且 $W(0) > 0$ 时, 可以投资, 也可以等待以便获得更大机会价值。因为投资项目价值仍将上涨 ($H_v > 1/2, v(0) - v(-h) > 0$), 而投资项目支出还会下滑 ($H_c < 1/2, c(0) - c(-h) > 0$)。以上所得出的投资策略表明在分形市场的情况下 Black - Scholes 模型所给出的投资者风险中性的假设是不合理的。从投资策略中可以看出, 一个最终的决策必须包含投资者的风险偏好。

参考文献

- [1] [英]肯尼斯·法尔科内著,曾文曲,刘世耀译.分形几何——数学基础及其应用[M].沈阳:东北大学出版社,1996.318-319.
- [2] Mandelbrot B.B. & Van Ness J. W. Fractional Brownian motion, fractional noise and application. SIAM Rev[J],1968(10): 422-437.
- [3] Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Natures[M]. San Francisco:W. H. Freeman and Co., 1982.
- [4] Dixit A K, Pindyck R S. The options approach to capital investment. Harvard Business Review, May - June 1995,105~115.
- [5] 范龙振,唐国兴.投资机会的价值与投资决策——几何布朗运动模型.系统工程学报,1998,13(2)8~12.
- [6] 曹宏铎,韩文秀,李.投资机会决策中分数布朗运动理论.系统工程学报,2001,16(1)45-49.
- [7] 曹宏铎,李.经济系统分形机制与股票市场 R/S 分析.系统工程理论与实践,2003,23(3)9-17.
- [8] Kahneman, Daniel, and Amos Tversky (1979). Prospect theory: An analysis of decision under risk, Econometrica 47, 263-291.
- [9] Kahneman, Daniel, and Mark W. Riepe (1998). Aspects of investor psychology, Journal of Portfolio Management, 52-65.
- [10] Thaler, R. H. (1985). Mental accounting and consumer choice, Marketing Science 4, 199-214.
- [11] Thaler, R. H., (1999), "The end of behavioral finance, Financial Analysts Journal (11-12), 18-27.
- [12] Shiller, R. J. (1981). Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends? American Economic Review 71, 421-498.
- [13] Shiller, R. J. (1984). Stock prices and social dynamics, Brookings Papers on Economic Activity 2, 457-498.
- [14] Shiller, R. J. (1999). Human behavior and the efficiency of the financial system, in J. Taylor, and M. Woodford, ed.: Handbook of Macroeconomics.
- [15] Shiller, R. J. (2000). Irrational Exuberance, Princeton University Press.
- [16] Odean, Terrance (1998). Are investors reluctant to realize their losses? Journal of Finance 53, 1775-1798.

Abstract: As a sample, Shenzhen Stock Market is researched depending on R/S analysis. It indicates correlation exists in Shanghai stock market, and the behavior represents fractal time series and subjects to fractal time series (FBM). The scale analysis makes clear that it indicates there are a long period and a short period in the market. In the frame of behavior psychology, analyze variability mean reverting, long run correlation basing on vary-time H index on different stage. The Itô-Differential Equation of FBM is given, and further more Black-Scholes formula of FBM (F-Black-Scholes formula) is given. The influence of H index on investment decision making is discussed. Finally, steps and tactics to make investment decision are given out on the basis of H index.

Key words: investment behavior; fractal time series; scale index; F-Itô Differential Equation; decision making of investment opportunity

(特约编辑:王素珍)(校对:GH)

我国债券市场收益率曲线影响因素的实证分析

王一鸣 李剑峰

(北京大学经济学院金融系, 北京 100871; 中央国债登记结算有限公司信息部, 北京 100032)

摘要: 本文对宏观经济变量对收益率曲线的几个特征有何影响进行了实证分析, 发现宏观经济变量更多的是对整个收益率曲线的位置有影响, 也就是对整个债券市场的总的收益率有影响; 消费价格指数对不同待偿期债券之间收益率关系的影响最大, 期限结构包括了有关未来消费增长的信息; 股票市场指数则对总的收益率存在负效应, 即股票的上扬会引起债券收益率的整体下降。除了宏观经济因素会对债券收益率曲线有影响外, 还有其他因素会有影响, 如各债券本身的一些因素等等, 因此研究结果不支持纯预期理论。

关键词: 零息票收益率曲线; 债券市场; 因子分析; 自回归分布滞后模型

中图分类号: F832.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1002-7246 (2005) 01-0111-14

一、引言

零息票收益率曲线(yield curve)是指在相同违约风险水平下的各期零息债券(zero-coupon bond)的平均年收益率曲线, 又称为利率期限结构。一条零息票收益率曲线可以建立在任意种类的利息率基础之上, 例如, 可以构造一条国库券收益率曲线, 也可以构造银行同业拆借利率的收益率曲线, 还可以构造AAA级公司债的收益率曲线等。与其它附息债券收益率曲线相比, 零息票收益率曲线描述了一系列收益率, 它们不受与债券到期前所收到利息的再投资率有关的假设的影响。因此从零息票收益率曲线中所导出的贴现因子、远期利率以及各曲线间利差等不受再投资率假设的影响。零息票收益率曲线已成为许多金融工具估价和包括这些工具在内的证券组合进行风险管理的不可缺少的组成部分。由于大多数美元互换合约的协议利率都以LIBOR为基础进行定价, 因此基于LIBOR的零息票收益率曲线在互换估价和确定互换利率方面发挥重要的作用。美国国库券收益率曲线是利差分析(特别是期权调整利差分析等债券分析技术)的核心, 从而支撑了其债券市场

收稿日期: 2004-12-06

作者简介: 王一鸣(1966.11-), 男, 江西人, 博士, 副教授, 供职于北京大学经济学院金融系。

李剑峰(1978.5-), 男, 河北人, 硕士, 供职于中央国债登记结算有限公司信息部。

的价格估计。零息票收益率曲线在风险管理系统中也发挥着重要作用,在衡量市场风险和设定风险限度中都要使用零息票收益率曲线的不同情况来对交易中的有价值证券组合进行重复估价,以得到在某一时限内证券组合价值变动的分布;另外风险管理系统还经常利用建立在零息票收益率曲线基础上的模型来得出一些重要的敏感度衡量指标。

对于一般投资人和交易商而言,根据收益率曲线可以在任何时点判断债券的理论价格,以进行投资组合的避险和衡量投资的绩效。由于标准的收益率曲线是基于国债而言的,而国债一般是被认为是无违约风险的,所以一般情况下可视收益率曲线为无风险基准点(benchmark),进而,投资人和交易商可以借助债券市场的利率期限结构对风险性的金融产品及其金融(利率)衍生产品进行价值评估。此外,在国外有很多金融学者都很重视收益率曲线对宏观经济趋势的预测作用,因为从传统理论来看,长期债券的收益率的当期确定是基于对未来宏观经济的预期,所以反过来如果知道利率期限结构的形状,即知道了长期债券的收益率情况,进而就可以推断一国的宏观经济趋势,因此,对于政策制定者而言,也可以把利率期限结构作为货币政策的分析工具。在国内,由于还没有完全实现利率市场化,债券市场发展相对滞后,因此债券市场的理论研究成果相对比较少,利率期限结构的规范化研究还没有发现。但要大力发展和完善我国金融市场,为我国经济发展建立一个有效的金融市场,债券市场发展是不可缺少的组成部分,因此对它的研究也就非常迫切和重要。而利率期限结构是债券市场的基础研究问题,本文试图填补这一空缺,研究和检验影响收益率曲线的宏观因素。我们通过使用主成分分析,发现第一个因素起主导作用,它解释了收益率 43% 的变异性,同所有期限的收益率都存在很高的相关性;第二个因素主要是和一些中长期债券(6-10 年)的相关性较高(绝对值都在 50% 左右);第三个因素和长期债券的相关性更高,该因子可能是反映宏观经济走势的某个指标有关;第四个因素和收益率曲线的两端(即短期和长期)相关性较高。此外,我们使用自回归分布滞后模型方法,通过对各宏观经济变量是否对收益率曲线的几个特征(截距、斜率、曲度)有影响这一问题的实证分析,发现宏观经济变量更多的是对整个收益率曲线的位置(截距)有影响,也就是对整个债券市场的总的收益率有影响,这和前面通过因子分析得到的结论是一致的,而对于不同待偿期债券之间收益率的关系(斜率、曲度)影响最大的是消费价格指数,期限结构包括了有关未来消费增长的信息。除了宏观经济因素会对债券收益率曲线有影响外,还有其他因素会有影响,如各债券本身的一些因素等等,因此研究结果表明我们不能支持纯预期理论。

全文结构安排如下:首先采用因子分析方法对收益率曲线的风险影响因素进行实证检验;然后分析和检验宏观经济变量对收益率曲线的影响;最后给出全文实证结论。

二、收益率曲线风险影响因素的因子分析

2.1 因子分析模型。

所谓因子分析,就是只要可能就仅用几个潜在的但不能观察的随机量去描述许多变量间的协方差关系。因子分析的基本目的就是用少数几个因子去描述许多指标或因素之间的联系,即将相关比较密切的几个变量归在同一类中,每一类变量就成为一个因子,

以较少的几个因子反映原资料的大部分信息。

本论文不想过多介绍因子模型的理论推导过程,如有兴趣可以参阅任何一本多元统计教程,一般都有非常详细的推导过程,下面仅给出该理论的正交因子模型:

有 m 个公共因子的正交模型:

$$X_p \times 1 = \mu_p \times 1 + L_p \times_m F_m \times 1 + \varepsilon$$

其中, μ_i 为变量 i 的均值;

ε_i 为第 i 个特殊因子;

F_i 为第 i 个公共因子;

λ_{ij} 为第 i 个变量在第 j 个因子上的载荷;

此外,不能观测到的随机因子 F 和 ε 要满足下列条件:

F 和 ε 独立;

$$E(F) = 0, Cov(F) = I;$$

$$E(\varepsilon) = 0, Cov(\varepsilon) = \Psi, \Psi \text{ 是对角阵。}$$

2.2 数据问题。

相对于股票市场的研究来讲,到目前为止我们对债券市场的研究很少。究其原因,虽然这和在我国的资本市场上股票投资长期占主导有关,但研究债券市场(特别是在进行实证分析时)所必需的债券交易数据获得的困难也是相当重要的原因之一,而且这种困难更多不是主观原因造成,而是在客观上债券交易就是存在很大的不连续性,这就要求我们在实证分析的时候一定要对我们所运用的数据进行过滤。本实证部分所采用的数据和对数据的过滤过程如下:

首先,由于从2001年下半年开始的股票市场的连续走低,使得债券市场最近一两年的交易较前些年的活跃程度有了很大的提高,所以我们决定采用从2002年1月开始至2003年4月为止的债券交易数据。由于是要分析的是收益率曲线的风险因素,也就是各债券收益率的波动性,这要求单个数据的时间跨度不能太大,比如,若采用月数据就很难反映在一个月内的收益率的波动情况;再考虑到交易的连续性,如果采用日数据的话,可能会出现连续几天同一个待偿期的券种都没有交易的情况。基于以上两点考虑,我们决定采用周数据。

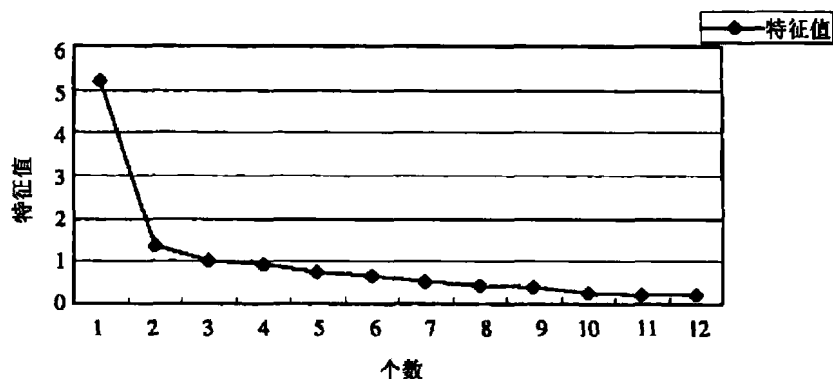
其次,我们知道收益率曲线(期限结构)无非是反映收益率与债券到期期限之间的关系。而这个期限不是债券的票面期限,在实际构造收益率曲线时有两个选择:一是待偿期(收益率计算当日距离该债券到期日之间的时间长度);二是久期(即能够回收当期支付的现金的平均期限)。在国外,这两种期限是都有采纳的,其中久期用的更为多一些,但在中国,据我们所知,目前的收益率曲线还都是以待偿期为准。出于计算方便的考虑,本论文暂也先用待偿期这个概念,因为这两个期限对于本问题并不会产生本质的影响。基于此,我们选择的期限有:1年、2年、3年、4年、5年、6年、7年、8年、9年、10年、15年、20年。在实际的数据里,一个债券的待偿期正好为整数年的情况是很少的,出于易用性的原则,我们采用了归并法,即采用那些与这些整数年最为接近的债券的收益率,如1.034年会归为1年期债券、而1.8971会归为2年期的债券。如果与某一整数年最相近

的债券的待偿期超过了 0.3 年,对于这种偏差比较大的,我们采用了插值法来最终确定该整数年的收益率。

再次,在采用周数据时,在尽量保持数据连续性的原则下,对于一周交易债券过少(或是用插值法多于 3 次(包括 3 次))的周样本,选择删除。如五一和十一长假,还有就是过年休假等造成的一周内可能只有一两天进行交易的都属于要删除的周样本。最后,我们确定了最终的样本为 60 周的交易数据。

2.3 因子分析的实证分析。

本次实证使用的统计软件为 SAS8.0。最后通过因子分析过程,共选出 4 个最能解释中国债券收益率风险的 4 个因素:因子 1、因子 2、因子 3、因子 4。在确定最终采用几个解释因子的时候,我们运用的方法是主成分分析方法中的“崖底碎石图”。



确定因子个数的“崖底碎石图”

从图中可以看出,实际上该特征值曲线在因子 3 处已经明显出现了“拐点”,但我们考虑如果仅用三因子的话,只能解释 60% 强的收益率的变异性,而且因子 4 与因子 3 的解释程度相差不大(从表一可以看出),我们决定还是用 4 因子更能说明问题一些,在下面的分析中也会很清楚的说明这个问题。具体的因子解释收益率变异性的数据如下表。

表一:

	特征值	特征值差	百分比	累计百分比
因子 1	5.21678144	3.857768	0.4347	0.4347
因子 2	1.35901349	0.332641	0.1133	0.548
因子 3	1.02637218	0.115146	0.0855	0.6335
因子 4	0.91122629	0.160166	0.0759	0.7094

上表的数据表明,这 4 个因素共可以解释收益率 70% 强的变异性:

第一个因素起主导作用,它解释了收益率 43% 变异性,而且通过下表(即每个因素和原始变量的相关性)可以很明显发现因子 1 其实同所有期限的收益率都存在很高的相关性,由此我们很自然可以推测因子 1 是和市场所有的债券相关的一个因素,是所有债券

的收益率的加权平均,即可以被认为是整个市场的总成分(或是再具体一些:中国债券总指数)。

第二个因素主要是和一些中长期债券(6-10 年)的相关性较高(绝对值都在 50% 左右),由此我们可以推测这个因素应该和中长期所共同具有的某个特征相关性很大,我们猜测可能和久期有关。

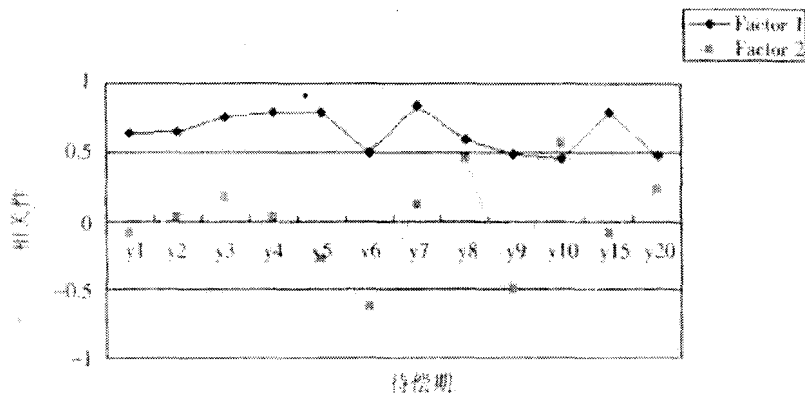
第三个因素和长期债券的相关性更高,所以这个因素应该和影响长期债券的某因素有关,而我们知道长期债券的收益率的高低与人们对于宏观经济的走势有很大的关系,因此我们推测该因子可能是反映宏观经济走势的某个指标有关,比如 GDP 的年增长率。

第四个因素同样也不能被我们所忽视,相比较来看,该因子和收益率曲线的两端(即短期和长期)相关性较高,因此可以定义这个因素为收益率曲线的曲度效应或是凸性。

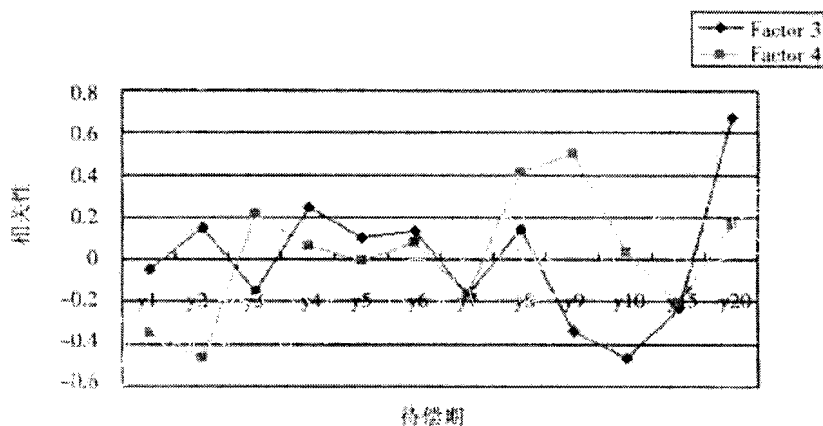
表二:

	因子 1	因子 2	因子 3	因子 4
y1	0.63731	-0.08647	-0.05027	-0.34919
y2	0.64418	0.03237	0.151	-0.46413
y3	0.75554	0.16445	-0.14615	0.21661
y4	0.78394	0.02682	0.24699	0.06259
y5	0.79448	-0.2807	0.1028	-0.00696
y6	0.49571	-0.62336	0.13531	0.0769
y7	0.84066	0.11931	-0.16638	-0.16586
y8	0.5876	0.45385	0.13955	0.41352
y9	0.48357	-0.50156	-0.34261	0.49712
y10	0.45174	0.56964	-0.46828	0.03361
y15	0.78676	-0.08686	-0.23003	-0.20597
y20	0.47375	0.22705	0.6731	0.16702

这种各因素与各期债券的相关性也可以从下面的“债券收益率变化与各因素之间的相关图”中更明显的看出:



债券收益率变化与因素 1 和因素 2 的相关性



债券收益率变化与因素 3 和因素 4 的相关性

三、宏观经济变量对收益率曲线的影响分析

上面我们的因子分析完全出于统计的方法,没有联系到实际经济变量的影响,而我们知道在现实生活中,众多的宏观经济变量都会直接或者间接的对利率产生影响,那么这些宏观经济变量当然会对收益率曲线的形成发挥作用(特别是对长期债券的收益率)。虽然这些影响我们可以认为通过短期利率(这个实际上具有很高敏感性的变量)作用于收益率曲线的形成过程,但是如果认为作用的效果能够完全渗透,那这种看法未免武断^①。特别是如果考虑到中国资本市场的实际情况,即利率没有完全浮动,那么我们更有理由来考查一下其他的宏观经济变量对收益率曲线的一些特征的影响^②。在前一部分的因子分析的实证结果中,同样可以推测在决定收益率变异性的几个因素中,肯定是包含一些宏观经济变量,所以在这一部分里,我们尝试研究一下宏观经济变量对收益率曲线的几个特征(如:截距、斜率、曲度)的影响。

在国外研究宏观经济变量以及它们之间的相关影响时,有好多的研究方法和模型可用,复杂的模型可能包括近百个方程,简单的模型可以用时间序列的方法考查单变量的相关特征。但在七十年代的经济波动中,一些传统的模型的预测和解释能力都受到事实的冲击。直到八十年代,Sims 于 1980 年提出向量自回归(VAR)用于宏观经济的研究。该方法在捕捉多元变量时间序列的动态变化特征方面有着很重要的应用,特别是在数据描述和预测具有很高的可信度。所以在这部分考查一些重要的宏观经济变量对收益率曲线的影响时,我们尝试使用 VAR 的方法。

具体应用时,考虑到样本的数量有限,决定用 VAR 的单方程形式,也称为自回归分布

① 许多利率期限模型,如 Vasicek 模型、CIR 模型、Ho-Lee 模型、Brennan-Schwartz 模型和 Longstaff-Schwartz 模型等认为短期利率影响整个利率期限结构的主要状态变量。已有许多实践表明支配利率行为的随机过程还有许多其他因素,可能与多个外生变量相关,多因素模型可能为各种期限的利率差异提供最佳的解释。

② 虽然我们选取的短期利率是回购利率,但利率非市场的这种影响不能忽视。

滞后模型(ADL),方程形式如下:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n \beta_{ji} x_{j,t-i} + \varepsilon_t \quad (3.1)$$

其中, y_{t-i} 为因变量的自身滞后值; $x_{j,t-i}$ 为其它自变量; ε_t 服从独立且同分布。 m 为因变量自身的滞后阶数; n 为其他变量的滞后阶数; k 为外生变量个数。在本论文中,由于样本数据问题,我们取 $m=1, n=1, k=4$, 即 ADL(1,1,4)。

3.1 数据问题。

无论是债券市场的数据还是宏观经济的数据,我们都采用的是月度数据。因为如果用日数据或是周数据,一是那些宏观经济变量的数据几乎不可能获得,二是收益率曲线的那些特征可能极不稳定;如果采用季数据或是年数据,时间跨度又过大。

采用的宏观经济变量主要有:1. M1:狭义货币;2. PCI:消费价格指数;3. SINDE:沪市的综合指数;4. FD:财政存款。之所以考虑这几个指标是因为:M1:因为储蓄投资和债券投资在一定程度上有着此消彼涨的关系,而 M1 这个指标又是衡量储蓄投资最重要的一个变量;PCI:消费价格指数是衡量宏观经济状况基本都要用的一个指标;SINDE:股票市场与债券市场的相互影响关系是很显然存在的;FD:财政部自身可用资产的多少直接影响其发债的动力,自然会对债券市场产生影响。由于这几个变量相对于收益率来讲数值过大,所以取其各自的对数。

债券市场的数据除了象上一部分那样进行过滤之外,由于 VAR 研究对数据样本的数量有一定要求,而交易所的现券数据最早只能获得自 2000 年之后的,所以在这部分里暂时决定只考查货币市场的收益率曲线的特征,即回购市场的收益率曲线。这次所选取的回购样本券为上海市场进行交易的回购品种,即:201000(三天回购券)、201001(七天回购券)、201002(14 天回购券)、201003(28 天回购券)、201004(84 天回购券)、201005(165 天回购券)。

在确定了收益率曲线所用的样本后,还要用这些月数据来确定每月债券收益率曲线的特征(也就是确定收益率曲线),这里我们并没有采用较为复杂的收益率曲线模型,而是采用了 Evans 和 Marshall 在 1998 年的论文中采用的回归的方法,即

$$y_t = \alpha + \beta_1 T + \beta_2 T^2 + \varepsilon_t \quad (3.2)$$

其中, y_t 为收益率, t 为样本时间, T 为债券的待偿期(即为回购期限)。三个参数即为我们后面的研究中所要用的收益率特征: α 为截距(intercept)、 β_1 为斜率(slope)、 β_2 为曲度(curvature)。在这里这三个参数都是以时间序列的形式存在,即从 1997 年 12 月至 2002 年 12 月每月都有一个数值。进而这三个时间序列数据又可作为二次数据,用上面所介绍的 ADL 模型来考究一下各宏观变量是否对这三个收益率曲线的特征指标有影响。

在进行实证之前,我们首先对上面采用的宏观经济变量做平稳性检验,可用检验单位根的方法有很多,比如 DF(Dickey-Fuller)检验、P-P(Philips-Perron)检验等,这里采用 DF 检验,具体的检验方程为

$$y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.3)$$

$$H_0: \rho = 1; H_1: \rho < 1$$

(1) 储蓄存款(M1)是否含有单位根:通过回归可得到下面的式子:

$$M1_t = 0.19793 + 0.98051 * M1_{t-1} \quad (3.4)$$

(0.15154) (0.01407)

*括号内为各系数的标准方差。

由于样本容量为 $T=60$, 则其 DF ρ 检验为:

$T(\rho - 1) = 60(0.98051 - 1) = -1.1694$, 而通过查 DF 临界值表可知, 样本容量为 60、5% 水平上的临界值为 -13.38 (通过插值计算而得)。因为 $-1.1694 > -13.38$, 所以接受 $\rho = 1$; 而 DF t 检验为 $t(\rho) = (0.98051 - 1) / 0.01407 = -1.3852$, 而通过查基于估计 OLS t 统计量的临界值表可知, 样本容量为 60、5% 水平上的临界值为 -2.92。因为 $-1.3852 > -2.92$, 所以也接受 $\rho = 1$ 。通过以上两个检验就可以断定 M1 含有单位根。

(2) 财政存款 (FD) 是否含有单位根, 同样的, 通过回归可得到下面式子:

$$FD_t = 0.41026 + 0.94733 * FD_{t-1} \quad (3.5)$$

(0.42079) (0.05228)

同样的, 则其 DF ρ 检验为:

$T(\rho - 1) = 60(0.94733 - 1) = -3.1602 > -13.38$, 所以接受 $\rho = 1$, 而 DF t 检验为 $t(\rho) = (0.94733 - 1) / 0.05228 = -1.0075 > -2.92$, 所以也接受 $\rho = 1$ 。通过以上两个检验就可以断定 FD 含有单位根。

(3) 消费价格指数 (PCI) 是否含有单位根, 同样, 通过回归可得到下面式子:

$$PCI_t = 1.02791 + 0.77655 * PCI_{t-1} \quad (3.6)$$

(0.28815) (0.0626)

同样的, 则其 DF ρ 检验为:

$T(\rho - 1) = 60(0.77655 - 1) = -13.4070 < -13.38$, 所以拒绝 $\rho = 1$, 而 DF t 检验为 $t(\rho) = (0.77655 - 1) / 0.0626 = -3.5695 < -2.92$, 所以也拒绝 $\rho = 1$ 。通过以上两个检验可以认为 PCI 不含有单位根。

(4) 股票指数 (SINDEX) 是否含有单位根, 同样的, 通过回归可得到下面式子:

$$SINDEX_t = 0.53053 + 0.92822 * SINDEX_{t-1} \quad (3.7)$$

(0.32903) (0.04468)

同样的, 则其 DF ρ 检验为:

$T(\rho - 1) = 60(0.92822 - 1) = -4.3068 > -13.38$, 所以接受 $\rho = 1$, 而 DF t 检验为 $t(\rho) = (0.92822 - 1) / 0.04468 = -1.6065 > -2.92$, 所以也接受 $\rho = 1$ 。通过以上两个检验就可以断定 SINDEX 含有单位根。

(5) 收益率曲线的斜率 (SLP) 是否含有单位根, 同样的, 通过回归可得到下面式子:

$$SLR_t = 1.01936 + 0.37641 * SLR_{t-1} \quad (3.8)$$

(0.30965) (0.10863)

同样的, 则其 DF ρ 检验为:

$T(\rho - 1) = 60(0.37641 - 1) = -37.4154 < -13.38$, 所以拒绝 $\rho = 1$, 而 DF t 检验为 $t(\rho) = (0.37641 - 1) / 0.10863 = -5.7405 < -2.92$, 所以也拒绝 $\rho = 1$ 。通过以上两个检验可以认为 SLP 不含有单位根。