

离心式压缩机

第二册 强度计算

西安交通大学透平压缩机教研室 合 编
沈阳鼓风机厂工科大学

离心式压缩机

第二册

强度计算

西安交大透平压缩机教研室合编
沈阳鼓风机厂工人大学

江苏工业学院图书馆
藏书章

西安交通大学印刷

1973

离心式压缩机 第二册 强度计算

编辑： 西安交大透平压缩机教研室
沈阳鼓风机厂工人大学

印刷： 西安交通大学印刷厂

印数：3,500 册 定价：1.45

出版日期：1973 年 7 月

离心式压缩机

第二册 强度计算

目 录

第十章 离心压缩机轮盘的强度计算	1
§ 10-1 轮盘受力的定性分析	1
§ 10-2 轮盘应力计算的一般公式	6
§ 10-3 截面突变问题	17
§ 10-4 叶片离心力影响的计算	18
§ 10-5 轮盘应力计算的基本性质、二次算法	21
§ 10-6 过盈和松动转速	23
§ 10-7 温度应力	26
§ 10-8 轮盘强度计算例题	28
§ 10-9 叶片及铆钉的强度计算	32
§ 10-10 离心通风机轮盘强度计算	36
§ 10-11 转子材料的选择	39
第十一章 转子的临界转速(I)及强度计算	40
§ 11-1 基本概念	40
§ 11-2 等直径轴的临界转速	43
§ 11-3 多轮盘转子的临界转速计算	45
§ 11-4 附带因素对转子临界转速的影响	61
§ 11-5 轮盘重量的计算	63
§ 11-6 轴的强度计算	64
§ 11-7 转子和叶轮的典型结构介绍及有关技术要求	65
**临界转速之计算(II)	68
§ 11-II-1 一般的临界转速的计算方法	68
§ 11-II-2 边界条件之确定	74
§ 11-II-3 计算程序	79
§ 11-II-4 临界转速之估算	84
§ 11-II-5 多支点的临界转速的计算	91
第十二章 轴流式压缩机叶片的强度计算	102
§ 12-1 等截面叶片的离心拉伸应力	102
§ 12-2 变截面叶片的离心拉伸应力	102
§ 12-3 列表算法	104

§ 12-4	轴流式压缩机动叶片的弯曲应力	106
§ 12-5	由于重心偏移而产生的弯曲力矩	107
§ 12-6	轴流式压缩机动叶片的固定方法(叶根的结构)	108
§ 12-7	丁型叶根的强度计算	113
§ 12-8	齿型叶根的强度计算	114
§ 12-9	叶片截面的特性计算	115
第十三章 透平压缩机叶片的振动问题		
§ 13-1	振动的物理现象	120
§ 13-2	干扰力的频率	121
§ 13-3	等截面叶片静频率的计算	123
§ 13-4	变截面叶片静频率的计算	126
§ 13-5	计算频率的修正	129
* § 13-6	离心力对于叶片频率的影响(动频率)	130
§ 13-7	叶片的扭转振动	133
§ 13-8	阻尼、干扰力及频率与振幅之间的关系	136
§ 13-9	有关保证叶片振动安全性的措施	139
第十四章 轴承工作原理及其设计		
§ 14-1	支持轴承及其几何关系	142
§ 14-2	支持轴承工作原理	144
§ 14-3	轴承设计中有关重要参数之联系	146
§ 14-4	支持轴承计算示例	152
§ 14-5	止推轴承	153
§ 14-6	止推轴承计算示例	160
§ 14-7	轴承倒转问题	162
§ 14-8	轴承结构示例	162
§ 14-9	油膜振动及多油楔轴承	166
§ 14-10	润滑油要求及油路系统	174
第十五章 透平压缩机的绝对密封		
§ 15-1	浮环式液体密封	177
§ 15-2	组合式液体密封	188
§ 15-3	其他形式的密封	194
第十六章 透平压缩机的气缸与轴向力的计算		
§ 16-1	气缸	202
§ 16-2	气缸固定的原则	203
§ 16-3	气缸与法兰的强度计算	203
§ 16-4	作用于转子之轴向力及其平衡	205
§ 16-5	轴向力的几种平衡方法	210
§ 16-6	轴向位移安全保护器	211
§ 16-7	气缸实例	212

第十章 离心压缩机轮盘的强度计算

在这一章里，我们主要讨论高速旋转的离心压缩机轮盘（包括轴盘、轮盖、叶片）中应力的产生、轮盘中应力的主要分布规律、最大应力产生在什么地方以及应力与轮盘几何形状的关系等；从而设计出合理的轮盘形状，减小最大应力；介绍轮盘应力计算的惯用方法。

§ 10—1 轮盘受力的定性分析

为了讨论轮盘中的应力，在这一节里，我们以自由旋转的等厚度圆环为例，对轮盘的应力进行定性分析。

一、圆环的旋转应力

1) 等厚度薄圆环的旋转应力

图(10-1)是一个圆环，平均直径是 D 、轴向厚度是 b 、径向厚度为 h 。因为厚度 h 相对于平均直径 D 很小，故称薄圆环。现在看当以每分钟 n 转旋转时所产生的应力。

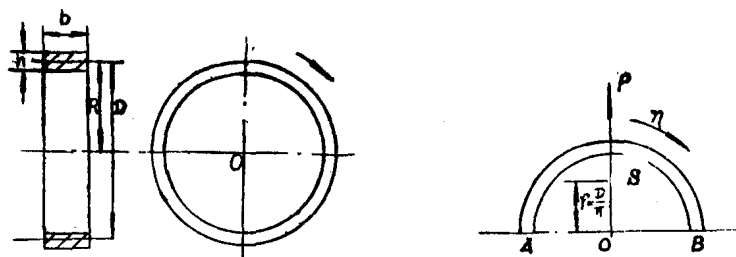


图 10-1 等厚度薄圆环的旋转应力

为分析方便起见，把圆环切开，只看上半个圆环。不难证明，半个圆环的重心 S 点到圆心 O 点的距离为 $r = \frac{D}{\pi}$ 。因此，这半个圆环产生的离心力为

$$P = ma \quad (10-1)$$

式中 m 为半个圆环的质量， a 为向心加速度。由于整个圆环的重量为 $W = \pi D b h \gamma$ ，所以半个圆环的质量为

$$m = \frac{W}{2g} = \frac{\pi D b h \gamma}{2g}$$

而半圆环重心 S 处的向心加速度为

$$a = \frac{u_s^2}{r} = \omega^2 r = \omega^2 \frac{D}{\pi}$$

式中 u_s 为重心 S 处的圆周速度。把求得的 m 、 a 代入公式(10-1)中, 因 $u = \omega R$, 得

$$P = ma = \frac{\pi D b h \gamma}{2g} \cdot \omega^2 \frac{D}{\pi} = \gamma \frac{u^2}{g} (2bh) \quad (10-2)$$

这个力作用在图示的 A 、 B 两个截面上。这两个截面的总面积为 $2bh$, 所以环的离心应力为

$$\sigma_t = \frac{P}{2bh} = \gamma \frac{u^2}{g} \quad (10-3)$$

这就是薄圆环由于旋转而产生的离心拉伸应力(附加号 t 代表沿圆周切线方向)。由(10-3)式可以看到: 一个旋转的薄圆环, 由于离心力而产生的离心拉伸应力与材料的比重成正比, 与圆周速度 u 的平方成正比。

例: 一个等厚度薄圆环, 平均直径 $D = 700$ 公厘、 $n = 5000$ 转/分、 $\gamma = 7.85 \times 10^3$ 公斤/米³, 求此圆环的离心拉伸应力 σ_t 。

$$u = \frac{\pi D n}{60} = \frac{\pi \times 0.7 \times 5000}{60} = 183.2 \text{ 米/秒}$$

$$\sigma_t = \gamma \frac{u^2}{g} = 7.85 \times 10^3 \times \frac{183.2^2}{9.81} = 2.69 \times 10^7 \text{ 公斤/米}^2 = 2690 \text{ 公斤/厘米}^2$$

2) 等厚度厚圆环的旋转应力分析

在上面讨论的基础上, 现在来分析等厚度厚圆环的旋转应力。图(10-2)为一个等厚度厚圆环。外径为 D_2 、内径为 D_1 、平均直径为 D 、轴向厚度为 y 、径向厚度为 h 。我们仍取

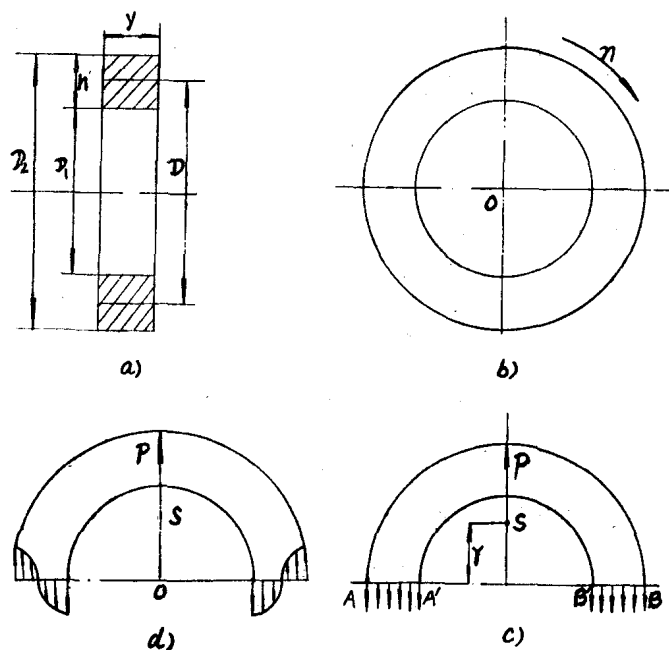


图 10-2 等厚度厚圆环的旋转应力

半个圆环来分析。可以证明, 此时半个圆环的重心 S 距 O 点的距离为 $r = \frac{D}{\pi} + \frac{h^2}{8\pi D}$ 在上面讨论薄圆环的应力时, 只分析了由于旋转而在 A 、 B 截面产生的拉伸应力, 没有说在 A 、 B 截面有弯曲应力, 这是因为圆环很薄、弯曲应力很小而忽略了, 但对厚圆环则不能忽略。离

心力 P 不但在 AA' 、 BB' 截面产生拉伸应力,如图(10-2)中 c)所示,而且要产生弯曲应力,如图中 a)所示。为说明这个问题,我们先来看一下比较简单的,如图(10-3)所示的梁的弯曲情况。这个梁如果在 C 、 D 处受 $\frac{P}{2}$ 的拉力,那么在 AA' 截面上一方面受拉伸应力,如图中 b)所示,另一方面由于力不通过截面的中点,因此对此截面要产生弯曲作用,产生弯曲应力; A 点受压, A' 点受拉。弯曲应力分布如图中 c)所示。根据力的叠加性,总的应力分布如图中 d)所示。

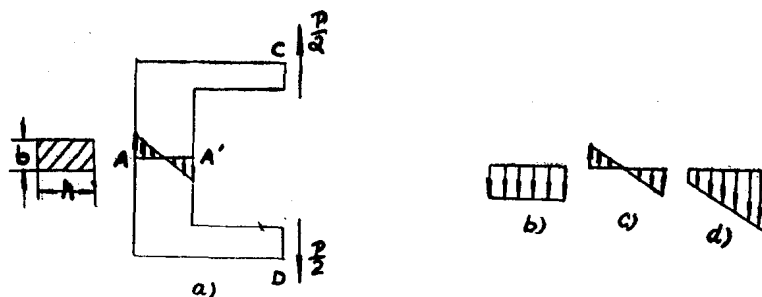


图 10-3 梁受拉力时的受力情况

再回过头看旋转厚圆环由于旋转产生离心力 P 后的受力情况。圆环相当于一个圆弧形的梁。力对 AA' 截面产生拉伸应力,如图(10-4) b)所示;又产生弯曲应力,如图中 c)所示。综合起来,总的应力分布如图中 d)所示。也就是说,旋转等厚度圆环中的应力分布情况如图(10-5)所示。由此可以得出一个重要的结论:最大的拉伸应力(切向应力)发生在内径处。高速旋转的离心压缩机的轴盘和轮盖一般就是这种情况,即在内径处产生最大的切向应力 σ_t ,我们的目的则是设法减小这个最大应力,增加强度,使运行安全可靠。

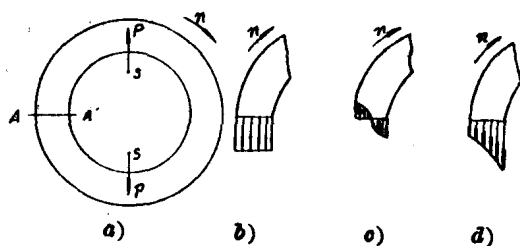


图 10-4 旋转厚圆环的受力情况

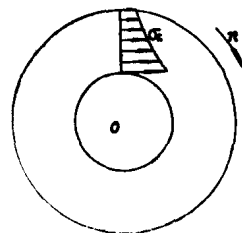


图 10-5 旋转厚圆环中的应力分布

二、圆盘径向尺寸及圆盘形状对应力的影响

1) 圆盘径向尺寸对应力的影响

图(10-6)为外径 D_2 相同,内径 D_1 不同的两个圆盘,以相同的转速 n 旋转,这两个圆

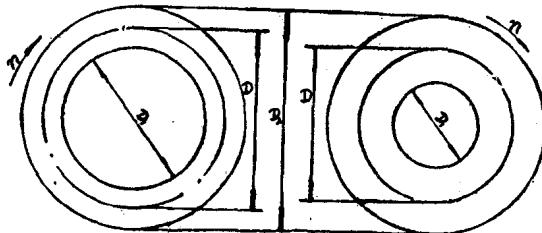


图 10-6 两个外径相同,内径不同的圆盘的旋转应力的比较

盘中的应力有何不同？通过前面的讨论已经知道，应力与平均直径处的圆周速度的平方成正比、很明显，圆盘 α 平均直径 D 大，因此其平均直径处的圆周速度也大，应力也就大。就是说，外径相同，内径不同的圆盘，在同样的转速下，内径愈大，应力愈大。反之，内径愈小，应力愈小。不难看出，内径相同，外径不同的圆盘，在同样的转速下，外径愈大，应力也愈大。反之，外径愈小，应力也愈小。

2) 轮盘形状的比较

在离心压缩机中，一般的轮盘形状有：等厚度、锥形以及双曲线形轮盘，分别如图(10-7)中 α)、 β)、 γ) 所示。如果如图中所示那样：三种形状的轮盘，内外径都相同，内径处的厚度 y_1 也相同，并且，对于锥形和双曲线形轮盘，假定其外径处的厚度 y_2 也相同。那么在同样的转速下，那一种应力大，于强度不利；那一种应力小，于强度有利呢？可以看出，等厚度轮盘的截面重心 S_1 离轴线最远，即 OS_1 大；而锥形的截面重心 S_2 离轴线较近，即 OS_2 小，并且随着锥度的增大， OS_2 会更小；在相同的 y_1, y_2 下，双曲线形轮盘比锥形轮盘截面重心更低一些。因此，在相同的转速下，等厚度轮盘的应力最大，锥形轮盘的应力较小，双曲线形轮盘的应力更小一些。

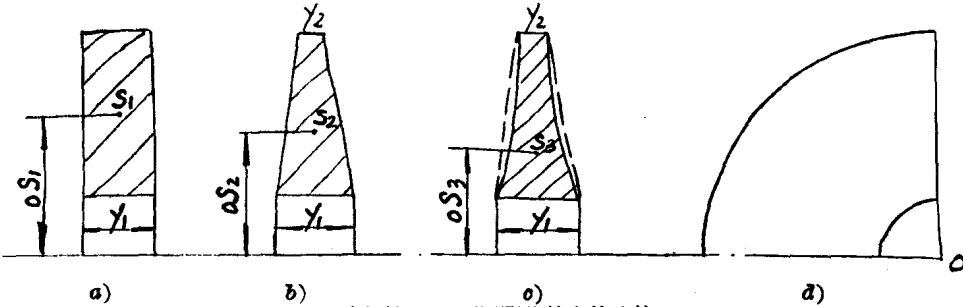


图 10-7 不同形状轮盘的比较

联系前面所讨论的轮盘径向尺寸与应力的关系，在设计轮盘时，为了减小内径处的最大应力 σ_{t_0} ，应当适当减小外径处的厚度，在内径处则应具有较大的厚度，并尽量减小内径的尺寸；这样就可以使内径处的最大应力减低。这点，在转速较高，轮盘尺寸较大时尤为重要。

三、搪孔度与厚度比

在这里，进一步讨论前面的问题。为清楚起见，把三种不同形状的轮盘画在一起，如图(10-8)所示，并引出两个概念：

1. 搪孔度 $\varepsilon = \frac{D_0}{D_a}$;

2. 厚度比 $z = \frac{y_a}{y_0}$ 。

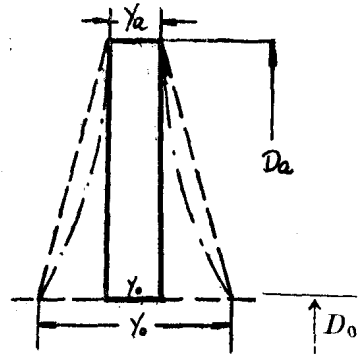


图 10-8 三种轮盘形状的比较

我们知道，最大的切向应力发生在内径 D_0 处，表示为 σ_{t_0} ，最大应力 σ_{t_0} 可以由下式计算：

$$\sigma_{t_0} = K_c \left(\frac{D_a^2}{1000} \right) \left(\frac{n}{1000} \right)^2 = K_c \left(\frac{D_a n}{10^6} \right)^2 \quad (10-4)$$

式中 D_a 为轮盘外径尺寸 (公厘)、 n 为轮盘每分钟转数。 $(D_a n)^2$ 显然与外径处圆周速度平方 u_a^2 成正比。

系数 K_e 反映了轮盘形状的影响, 并与材料的比重 γ 有关。图(10-9)绘出了在不同的厚度比 z 下, 系数 K_e 依搪孔度 ε 的变化关系。 K_e 大, 也就是最大应力 σ_{t_0} 大, K_e 曲线清楚地反映了我们在前面讨论过的影响应力大小的看法。按照搪孔度和厚度比的概念, 可综合得出以下几点结论:

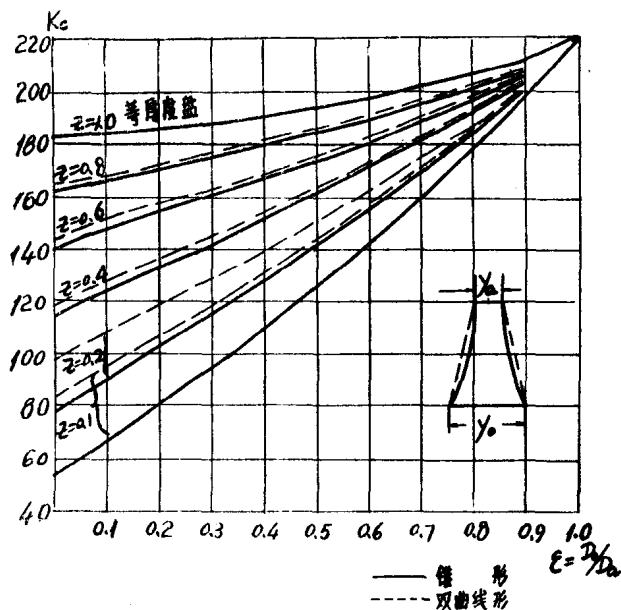


图 10-9 K_e 曲线

1. 当圆周速度相同时, 最大应力不取决于轮盘的绝对尺寸, 而只取决于轮盘的相对尺寸, 即只取决于搪孔度 ε 和厚度比 z 。

2. 在相同的条件下, 等厚度轮盘的应力最大, 锥形轮盘较小, 双曲线形轮盘最小。

3. 厚度比 z 愈小, 应力愈小, 在搪孔度 ε 小时尤为突出。

4. 搪孔度 ε 增大时, 应力增大; 但对等厚度轮盘影响较小, 而锥形和双曲线形轮盘, 随着 ε 的增加, 应力增加的很快。

例: 三个自由旋转的轮盘: $D_0 = 300$ 公厘, $D_a = 1500$ 公厘, $n = 8000$ 转/分。一个等厚度, 一个锥形, 一个双曲线形。锥形和双曲线轮盘 $y_0 = 50$ 公厘, $y_a = 5$ 公厘。试计算三个轮盘的最大应力 σ_{t_0} 。

$$\varepsilon = \frac{D_0}{D_a} = \frac{300}{1500} = 0.2$$

$$z = \frac{y_a}{y_0} = \frac{5}{50} = 0.1$$

$$\left(\frac{D_a n}{10^6}\right)^2 = \left(\frac{1500 \times 8000}{10^6}\right)^2 = 20.25$$

查图(10-9) K_e 曲线:

对等厚度轮盘, 查得 $K_e = 186.1$, 则最大应力为

$$\sigma_{t_0} = 186.1 \times 20.25 = 3770 \text{ 公厘/厘米}^2$$

对锥形轮盘, 查得 $K_e = 104$, 则最大应力为

$$\sigma_{t_0} = 104 \times 20.25 = 2105 \text{ 公斤/厘米}^2$$

对双曲线形轮盘, 查得 $K_e = 80.7$, 则最大应力为

$$\sigma_{t_0} = 80.7 \times 20.25 = 1632 \text{ 公斤/厘米}^2。$$

比较一下差别很大, 锥形轮盘的最大应力 σ_{t_0} 只为等厚度轮盘最大应力的 55%, 而双曲线形轮盘的最大应力则只为等厚度轮盘最大应力的 43.3%。

我们发现, 锥形轮盘与双曲线轮盘之最大应力相比, 相差不是很大, 而双曲线形轮盘在加工上又非常困难, 因此在离心压缩机中多采用锥形轮盘, 很少用双曲线形轮盘。

§ 10—2 轮盘应力计算的一般公式

毛主席说：“对情况和问题一定要注意到它们的数量方面，要有基本的数量的分析。任何质量都表现为一定的数量，没有数量也就没有质量。”我们在第一节中，已对轮盘的应力进行了定性分析，下面将具体讨论有关轮盘应力计算的问题。

为了计算轮盘中的应力，现切出一半径为 $R, R+dR$ 和两个子午面所决定的无穷小微元体积，两个子午面的夹角为 $d\varphi$ ，它的厚度为 y 和 $y+dy$ ，如图(10-10)所示。那么这个微元体积的质量为：

$$dm = \rho R d\varphi y dR$$

当以角速度 ω 旋转时，该微元体所产生的离心力为

$$dP = dm R \omega^2 = \rho \omega^2 R^2 y d\varphi dR$$

力 dP 引起作用于微元体各个表面上的下列诸力：

1. 径向力 dA ，作用于微元体的内表面；
2. 径向力 dA' ，作用于微元体的外表面；
3. 切向力 dT ，作用于微元体的侧表面。

并且

$$dA = y R d\varphi \sigma_r$$

$$dA' = (y + dy)(R + dR)d\varphi(\sigma_r + d\sigma_r)$$

$$dT = y dR \sigma_t$$

式中 $\sigma_r, (\sigma_r + d\sigma_r), \sigma_t$ 分别为微元体内外表面和侧面上的应力。所有上述作用于该微元体上的力在半径方向之分力之和应等于零，即：

$$dP + dA' - dA - 2dT \sin \frac{d\varphi}{2} = 0$$

因为角度 $d\varphi$ 很小，故可以认为 $\sin \frac{d\varphi}{2} = \frac{d\varphi}{2}$ ，把上式中的 dP, dA', dA 及 dT 的表达式代入后，即得下列方程：

$$\rho \omega^2 R^2 y d\varphi dR + (y + dy)(R + dR)d\varphi(\sigma_r + d\sigma_r) - y R d\varphi \sigma_r - y dR d\varphi \sigma_t = 0$$

把括号展开并略去高阶无穷小量，可得下列一般方程：

$$\frac{d(R y \sigma_r)}{dR} - y \sigma_t + \rho \omega^2 R^2 y = 0 \quad (10-5)$$

通过虎克定律把应力与应变联系起来：

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\sigma_r - \mu \sigma_t}{E} \\ \varepsilon_t &= \frac{\sigma_t - \mu \sigma_r}{E} \end{aligned} \right\} \quad (10-6)$$

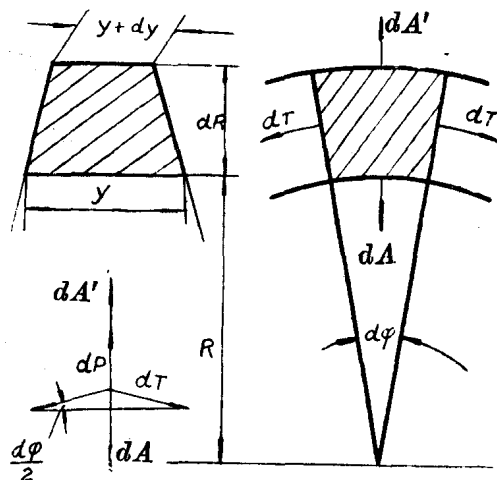


图 10-10 轮盘应力计算用图

式中 μ 为泊桑系数, ε_r 为径向应变, ε_t 为切向应变。解该方程组得:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_r + \mu\varepsilon_t) \\ \sigma_t &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_t + \mu\varepsilon_r) \end{aligned} \right\} \quad (10-7)$$

轮盘在动应力的作用下产生变形,同时,由于沿半径方向轮盘受热不均匀,也产生变形。设在动应力和温度的影响下,轮盘在半径 R 处的径向变形为 ξ , 在温度的单独作用下的径向变形为

$$\xi' = \alpha R \bar{t}$$

式中 α 为金属的线胀系数, $\bar{t}$ 为在半径 R 处微元圆环的温度与一个参考温度之差。那么,在动应力的单独作用下的径向变形为

$$\xi'' = \xi - \xi'$$

轮盘在半径 R 处的切向应变为

$$\varepsilon_t = \frac{2\pi(R + \xi'') - 2\pi R}{2\pi R} = \frac{\xi''}{R} = \frac{\xi}{R} - \alpha \bar{t} \quad (10-8)$$

如果不考虑温度的影响,则根据(10-6)式有

$$\varepsilon_t = \frac{\xi}{R} = \frac{\sigma_t - \mu\sigma_r}{E} \quad (10-8)'$$

在半径 R 上,微元长 dR 的总径向位移为

$$\frac{d\xi}{dR} \cdot dR$$

而温度的变化使该微元长 dR 伸长了

$$\alpha \bar{t} dR$$

因此弹性的总径向伸长为

$$\frac{d\xi}{dR} \cdot dR - \alpha \bar{t} dR$$

而径向应变为

$$\varepsilon_r = \frac{\frac{d\xi}{dR} \cdot dR - \alpha \bar{t} dR}{dR} = \frac{d\xi}{dR} - \alpha \bar{t} \quad (10-9)$$

把式(10-8)和(10-9)代入公式(10-7)中,得:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[\frac{d\xi}{dR} - \alpha \bar{t} + \mu \left(\frac{\xi}{R} - \alpha \bar{t} \right) \right] \\ \sigma_t &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[\frac{\xi}{R} - \alpha \bar{t} + \mu \left(\frac{d\xi}{dR} - \alpha \bar{t} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (10-10)$$

把上式代入一般方程(10-5)中径演化可得下式:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\xi}{dR^2} + \left[\frac{d(\ln y)}{dR} + \frac{1}{R} \right] \frac{d\xi}{dR} + \left[\frac{\mu}{R} \frac{d(\ln y)}{dR} - \frac{1}{R^2} \right] \xi \\ - (1+\mu)\alpha \frac{d\bar{t}}{dR} - (1+\mu)\alpha \bar{t} \frac{d(\ln y)}{dR} + AR = 0 \end{aligned} \quad (10-11)$$

式中 $A = \frac{(1-\mu^2)\rho\omega^2}{E}$ 。

一、等厚度轮盘的应力计算

对于等厚度轮盘($y=\text{常数}$)、并不计温度的影响($\bar{t}=0$)，这时方程(10-11)变成下列形式：

$$\frac{d^2\xi}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\xi}{dR} - \frac{\xi}{R^2} = -AR$$

此方程可改写成：

$$\frac{d}{dR} \left[\frac{1}{R} \frac{d}{dR} (\xi R) \right] = -AR$$

(可微分上式的左方加以验证。)

积分一次得：

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dR} (\xi R) = -\frac{A}{2}R^2 + 2a_1$$

于是

$$\frac{d}{dR} (\xi R) = -\frac{A}{2}R^2 + 2a_1R$$

式中 $2a_1$ 为积分常数。

再次积分得：

$$\xi R = -\frac{A}{8}R^4 + a_1R^2 + a_2$$

由此得

$$\xi = a_1R + \frac{a_2}{R} - \frac{A}{8}R^3 \quad (10-12)$$

式中 a_2 为积分常数。

对(10-12)式微分得：

$$\frac{d\xi}{dR} = a_1 - \frac{a_2}{R^2} - \frac{3A}{8}R^2 \quad (10-13)$$

把得到的 ξ 和 $\frac{d\xi}{dR}$ 代入公式(10-10)中得：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[(1+\mu)a_1 - (1-\mu) \frac{a_2}{R^2} - (3+\mu) \frac{AR^2}{8} \right] \\ \sigma_t &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[(1+\mu)a_1 + (1-\mu) \frac{a_2}{R^2} - (1+3\mu) \frac{AR^2}{8} \right] \end{aligned} \right\} \quad (10-14)$$

假定轮盘内孔 R_0 处的应力 σ_{r_0} 、 σ_{t_0} 是已知的，那么对于内孔 R_0 处写出上列方程得：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r_0} &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[(1+\mu)a_1 - (1-\mu) \frac{a_2}{R_0^2} - (3+\mu) \frac{AR_0^2}{8} \right] \\ \sigma_{t_0} &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[(1+\mu)a_1 + (1-\mu) \frac{a_2}{R_0^2} - (1+3\mu) \frac{AR_0^2}{8} \right] \end{aligned} \right\} \quad (10-15)$$

由此方程组解得积分常数为

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1-\mu}{2E} \sigma_{r_0} + \frac{1+\mu}{2E} \sigma_{t_0} + \frac{AR_0^2}{4} \\ a_2 &= \frac{1+\mu}{2E} R_0^2 \sigma_{t_0} - \frac{1-\mu}{2E} R_0^2 \sigma_{r_0} - \frac{AR_0^2}{8} \end{aligned}$$

将求得的积分常数 a_1, a_2 代入公式(10-14)中, 得半径 R 处的应力为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1+x^2}{2} \sigma_{r_0} + \frac{1-x^2}{2} \sigma_{t_0} + \frac{\rho}{8} [2(1+\mu)x^2 + (1-\mu)x^4 - (3+\mu)] R^2 \omega^2 \\ \sigma_t &= \frac{1-x^2}{2} \sigma_{r_0} + \frac{1+x^2}{2} \sigma_{t_0} + \frac{\rho}{8} [2(1+\mu)x^2 - (1-\mu)x^4 - (1+3\mu)] R^2 \omega^2 \end{aligned} \right\} \quad (10-16)$$

式中 $x = \frac{R_0}{R} = \frac{D_0}{D}$ 称为半径比或直径比, 为相对尺寸。 $\sigma_r, \sigma_t, \sigma_{r_0}, \sigma_{t_0}$ 的单位为 $\frac{\text{公斤}}{\text{厘米}^2}$ 。

令

$$\left. \begin{aligned} \alpha_r &= \beta_t = \frac{1+x^2}{2} \\ \alpha_t &= \beta_r = \frac{1-x^2}{2} \end{aligned} \right\} \text{无因次系数。}$$

并以 M, N 分别代表 σ_r 式和 σ_t 式中的方括号, 那么(10-16)式可表为下列形式:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \alpha_r \sigma_{r_0} + \alpha_t \sigma_{t_0} + \frac{\gamma}{8g} R^2 \omega^2 M \\ \sigma_t &= \beta_r \sigma_{r_0} + \beta_t \sigma_{t_0} + \frac{\gamma}{8g} R^2 \omega^2 N \end{aligned} \right\}$$

因为 $g=981$ 厘米/秒², $\omega = \frac{\pi n}{30}$, $R = \frac{D}{2}$, 若取 $\gamma = 7.85 \times 10^{-3}$ 公斤/厘米³, 那么

$$\frac{\gamma}{8g} R^2 \omega^2 = \frac{7.85 \times 10^{-3}}{8 \times 981} \cdot \frac{D^2}{4} \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2$$

对于计算直径 $D=100$ 厘米=1000 公厘和转速 $n=1000$ 转/分的等厚度轮盘, 上式的数值为

$$\frac{7.85 \times 10^{-3}}{8 \times 981} \cdot \frac{100^2}{4} \cdot \left(\frac{\pi \cdot 1000}{30} \right)^2 = 27.5 \text{ 公斤/厘米}^2$$

令

$$\alpha_0 = 27.5M$$

$$\beta_0 = 27.5N$$

那么对于直径为 1000 公厘, 转数为 $n=1000$ 转/分的等厚度轮盘, 其应力可表为

$$\sigma_r = \alpha_r \sigma_{r_0} + \alpha_t \sigma_{t_0} + \alpha_0$$

$$\sigma_t = \beta_r \sigma_{r_0} + \beta_t \sigma_{t_0} + \beta_0$$

而对于别的直径和别的转数, 因第三项与 $D^2 \cdot n^2$ 成正比, 故其应力可表为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \alpha_r \sigma_{r_0} + \alpha_t \sigma_{t_0} + \alpha_0 T \\ \sigma_t &= \beta_r \sigma_{r_0} + \beta_t \sigma_{t_0} + \beta_0 T \end{aligned} \right\} \quad (10-17)$$

式中 $T = \left(\frac{D}{1000} \right)^2 \cdot \left(\frac{n}{1000} \right)^2 = \left(\frac{nD}{10^6} \right)^2$, D 为计算应力处直径, 以公厘计, n 为轮盘每分钟转数。

对于一般金属材料, 泊桑系数 $\mu=0.3$, 那么:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 27.5M = 27.5[2(1+0.3)x^2 + (1-0.3)x^4 - (3+0.3)] \\ &= -27.5(3.3 - 2.6x^2 - 0.7x^4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_0 &= 27.5N = 27.5[2(1+0.3)x^2 - (1-0.3)x^4 - (1+3 \times 0.3)] \\ &= -27.5(1.9 - 2.6x^2 + 0.7x^4) \end{aligned}$$

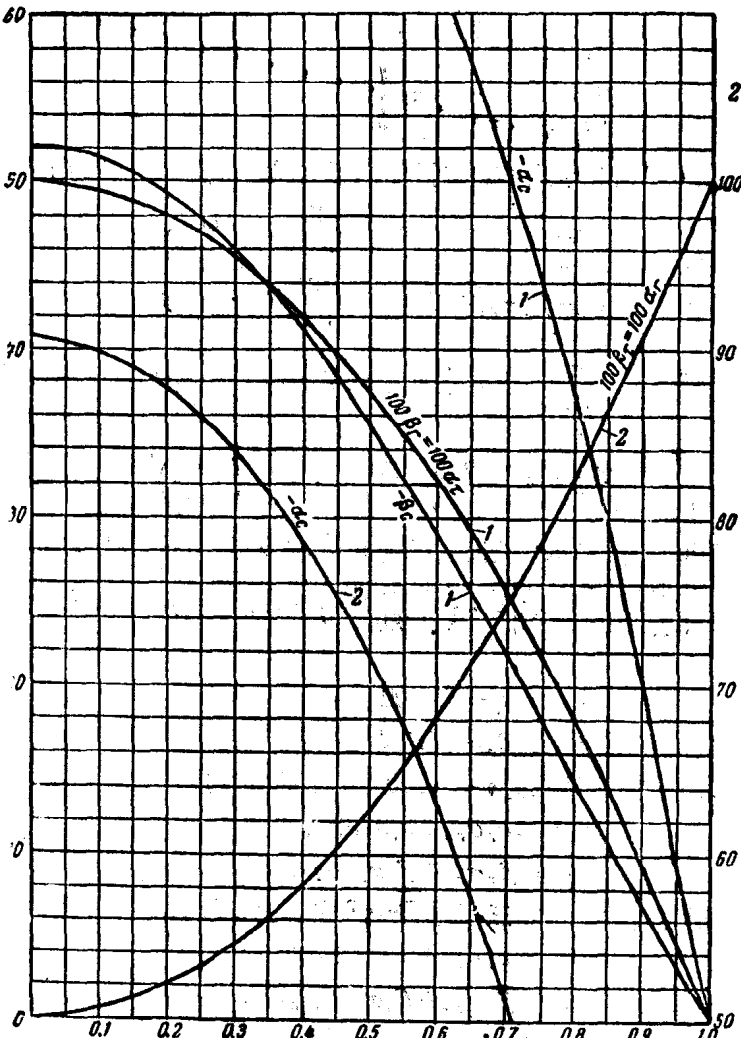
$$\left[\frac{\text{公斤}}{\text{厘米}^2} \right]。$$


图 10-11 等厚度轮盘的 $\alpha_r, \alpha_t, \alpha_o, \beta_r, \beta_t, \beta_o$ 曲线

知内孔处的应力 $\sigma_r = -50$ 公斤/厘米², $\sigma_t = 3000$ 公斤/厘米², 计算 $D=800$ 公厘处的应力 σ_r 和 σ_t 。

$$x = \frac{D_0}{D} = \frac{200}{800} = 0.25$$

由图(10-11)查得:

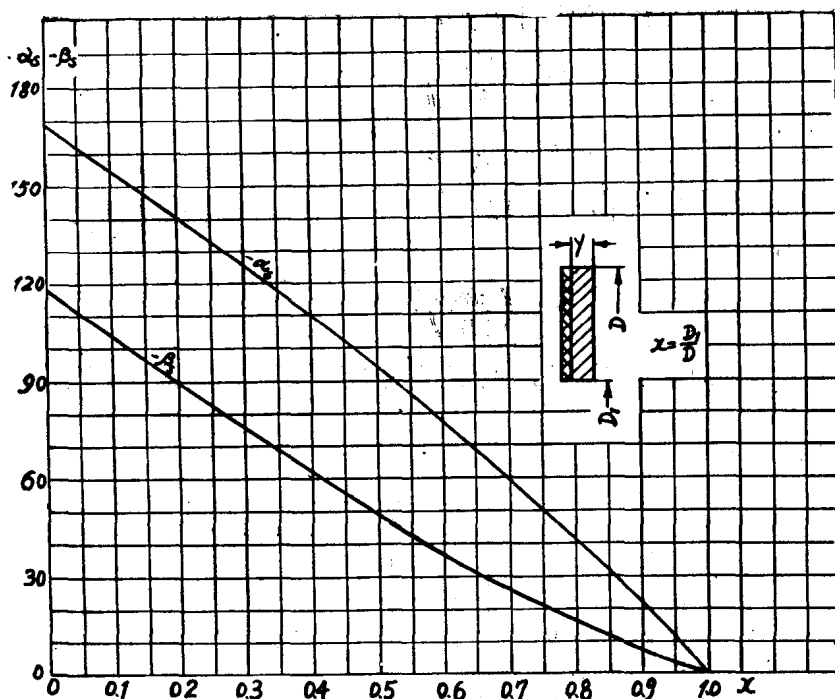


图 10-12 等厚度轮盘的 $\alpha_r, \beta_r, \alpha_t, \beta_t$ 曲线

$$\alpha_r = \beta_t = 0.531, \alpha_t = \beta_r = 0.469, \alpha_c = -86, \beta_c = -47.7$$

$$T = \left(\frac{Dn}{10^6} \right)^2 = \left(\frac{800 \times 4000}{10^6} \right)^2 = 10.23$$

代入公式(10-17)中, 得:

$$\sigma_r = 0.531 \times (-50) + 0.469 \times 3000 - 86 \times 10.23 = 500.5 \text{ 公斤/厘米}^2$$

$$\sigma_t = 0.469 \times (-50) + 0.531 \times 3000 - 47.7 \times 10.23 = 1081 \text{ 公斤/厘米}^2$$

二、锥形轮盘的应力计算

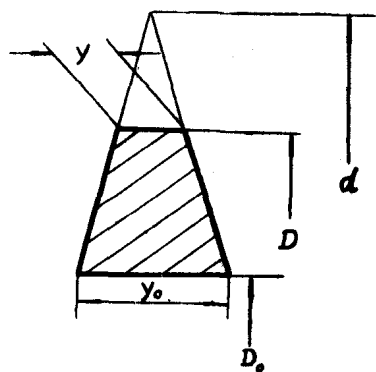


图 10-13 锥形轮盘

与等厚度轮盘的应力计算一样, 如图(10-13)所示的锥形轮盘, 其外径 D 处的应力与内孔 D_0 处的应力也是由二者之间的尺寸关系, 即相对尺寸联系着。当知道其内孔 D_0 处的应力 $\sigma_{r_0}, \sigma_{t_0}$ 后, 即可计算外径处的应力 σ_r, σ_t 。具体的关系这里不进行推导了, 只给出锥形轮盘的应力计算公式如下:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \alpha_r \sigma_{r_0} + \alpha_t \sigma_{t_0} + \alpha_c' T_d \\ \sigma_t &= \beta_r \sigma_{r_0} + \beta_t \sigma_{t_0} + \beta_c' T_d \end{aligned} \right\} \quad (10-18)$$

与等厚度轮盘的应力计算公式在形式上是完全一样的。但是锥形轮盘内外径之间的尺寸关系并不象等厚度轮盘那样只是简单的直径比, 因为这样反映不了厚度的变化。因此引用锥顶直径 d 来反映内外径之间的尺寸关系。由图(10-13)根据简单的几何关系可得锥顶直径为

$$d = D_0 + \frac{y_0}{y_0 - y} (D - D_0)$$

并以下列两个参数反映内外径间的尺寸关系:

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= \frac{D_0}{d} \\ t &= \frac{D}{d} \end{aligned} \right\} \quad (10-19)$$

由 t_1 和 t 查取应力计算系数。图(10-14)至图(10-19)分别为锥形轮盘的 α_r 、 α_t 、 α'_o 、 β_r 、 β_t 、 β'_o 曲线图。而

$$T_d = \left(\frac{dn}{10^6} \right)^2 \quad (10-20)$$

即离心力由锥顶处的圆周速度来表示, 这点与等厚度轮盘不同, 故其前面的系数用 α'_o 、 β'_o 表示, 以示区别。

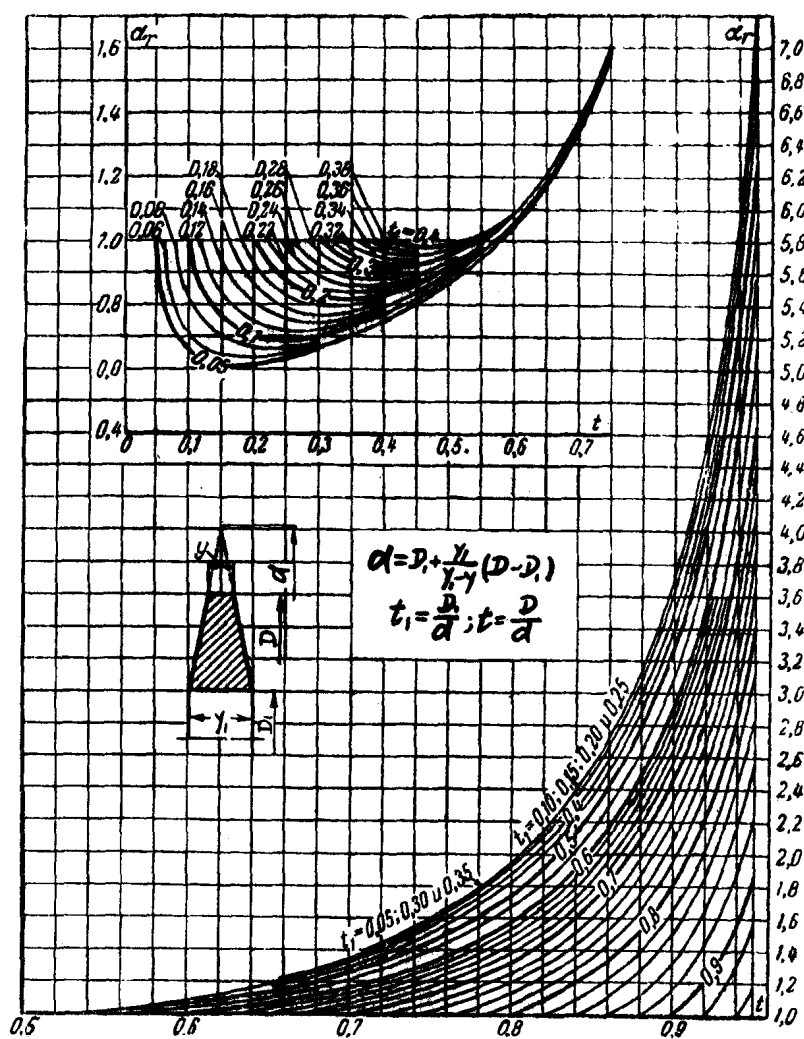


图 10-14 锥形轮盘的 α_r 曲线