第一章　弹性力学的基本知识

§1—1　概述

毛主席教导我们："科学研究的区分，就是根据科学对由所具有的特殊的矛盾性"。弹性力学和材料力学有共同的任务，都是研究解决工程结构的强度分析问题，但是既然作为二门学科，它们在研究对象上有所区别。

我们大家都学过材料力学，我们知道它主要是研究杆件在拉压，剪切，扭转，弯曲作用下的应力和变形。这些问题在力学上有些什么特点呢？

1. 这些问题的位移，应变和应力都只是长度方向（X方向）的函数，即只随长度而变化。其实对于等直杆的拉伸，压缩和扭转问题变形和应力沿长度方向也是不变的。扭转问题的应力在截面上的分布比拉伸，压缩问题复杂一些，但是根据截面形状不变的假定，其变化规律也是确定了的。弯曲问题的　度，　力和弯矩是随长度方向改变的，至于应力在截面上的分饰规律，根据法平面假说也是确定了的，总之材料力学研究的问题基本上是属于力学上的一维问题。

2. 这些问题的分析步骤大都是：首先根据给定的外载荷，利用静力平衡条件，求出各截面上的内力；再根据一定的假定求出截面上各点的应力；如有必要再利用物性方程求出应变和位移，因为直接利用静力平衡条件就可以根据载荷确定各截面的内力，所以这些问题在力学上称之为静定问题。

但是我们在生产实际中会遇到很多不属于材料力学所能解决的问题。例如水坝在水压力和自重作用下的应力和变形问题，高速旋转的汽轮机　轮在离心力作用下的应力和变形问题，高压容器在内压和变温作用下的应力和变形问题等等，这些问题的解决对结构设计的安全性和合理性有很大意义，但是这些问题一般说来由于其结构和载荷都是随着空间三个方向而变化的，因而其应变和应力常常是空间三个座标（X，y，Z）的函数，即力学上是属于三维问题，是弹性力学研

究的对象，弹性力学问题在分析步骤上，通常仅仅利用静力平衡条件是不足以由载荷确定应力分布的。而是要综合研究结构的静力，几何和物性的三个方面才能确定结构的应力和变形，所以弹性力学问题的分析这比材料力学问题要复杂得多。这不能适应生产实际的需要。

有限单元法是随着高速电子计算机的发生而兴起的解决弹性力学问题的一种比较有效的数值计算方法，用它解决问题时，通常只需要用到弹性力学的一些基本概念和基本方程。为此在本课程开始将它们作一简单介绍。

一个实际结构物受外载荷以后，要发生变形，同时在内部发生力的相互作用，而且这种变形与力的作用也是相互联系的。但是"为要暴露事物发生过程中的矛盾在其总体上，在其相互联结上的特殊性、就是说暴露事物发生过程的本质，就必须暴露过程中矛盾各方面的特殊，否则暴露过程的本质成为不可能．这也是我们作研究工作时必须十分注意的"（矛盾论），所以我们先从静力，几何和物性三个方面分别加以叙述。

§1—2 静力分析

结构在外力的作用下，在内部也相应地有力的相互作用发生，我们这里要讨论几个问题；如何描述外力和内力？内力应满足什么条件内力和外力之间存在什么关系？

1. 外力

作用于结构的外力有两种，一种叫面力，它是分布于结构表面的载荷，如静水压力，内压力，一个结构与另一个结构之间接触压力等。单位面积上的面力通常分解为平行于座标轴的三个分量，分别用 $\overline{X}$，$\overline{y}$，$\overline{Z}$ 表示。

这三个分量的总体，常常可以用一个面力列矩阵〔$\overline{R}$〕来表示：

$$\left[\overline{R}\right]=\begin{Bmatrix}\overline{X}\\ \overline{y}\\ \overline{Z}\end{Bmatrix} \qquad (1\text{-}1)$$

还有一种外力叫体积力，它是分布于结构体积内的载荷，如重力惯性力，磁力等。单位体积内的体积力通常也分解为沿座标轴的三个分量，分别用X，y、Z 表示，它们的总体也可以用一体积力列矩阵〔R〕表示：

$$\{R\} = \begin{Bmatrix} X \\ y \\ Z \end{Bmatrix} \tag{1-2}$$

2 应力

结构在外力作用下，相应地在内部也发生了力的相互作用，单位面积上的内力叫作应力，以在材料力学中讨论过的直杆（如图1－1所示）为例，在中间截面abcd处的应力可以认为是均匀分饰的（靠近端部的应力是不均匀的，不能这样简单地考虑）即：

$$\delta = \frac{P}{A}$$

这里P——杆端所受的总拉力

A——杆件横截面积

同样，如图1－2所示，任一物体在外力P_1，P_2……P，作用下处于平衡，虽然物体内部各部分之间将发生内力，为了研究任一点M处的内力，可设想用一法线为N的截面a－a经过 点将物体分为两部分，现考虑A部分的平衡，如图1－3 A部分是在外力P_5，P_6，P，RB部分施于A部分的内力作用下维持平衡。

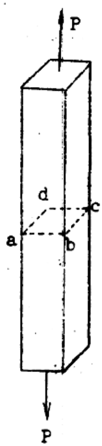

图1－1

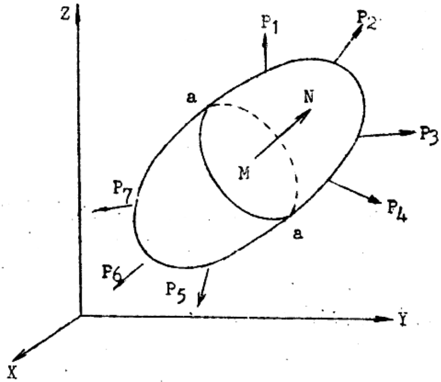

图1－2

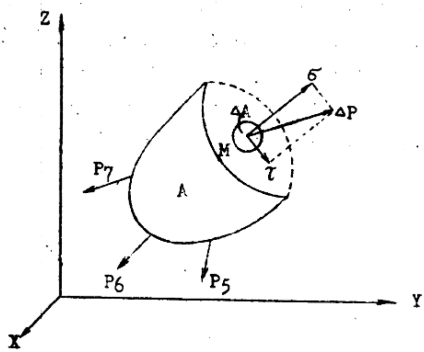

图1－3

可以想象，一般情况下a－a截面上各处的内力分布并不象图1－1情况下那样简单，各点的内力大小和方向也不一致，为了研究M点的应力，我们在M点附近画出了一个微小的面积△A，并假定作用在△A上的面力为△P，那么，M点的应力即为：

$$F=\lim_{\Delta A\to 0}\frac{\Delta \overline{P}}{\Delta A}$$

当△A趋近于另时，作用于上面的合力△P的方向，即为应力的方向。在一般的情况下，应力的方向是倾斜于其作用面的，通常将该应力分解为两个分量，垂直于该面积的，叫正应力，用符号σ表示，作用于△A平面内的叫剪应力，用符号τ表示。

还应指出，一般情况下，通过M点的不同方向的截面上的应力也是不相同的，通常M点的应力状态是用法线沿座标轴方向的三个截面上的应力分量来表示。如此我们在图1－2所示的物体上，从M点截取一个无穷小的平行六面体，如图1－4所示，截面分别平行于座标面，它的棱边长度MA＝dX，MB＝dy，MC＝dZ（这种微小的平行六面体常称为微元体）现将每一个面上的应力分解为一个正应力

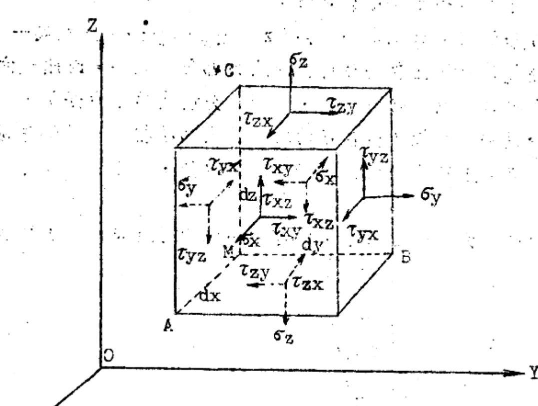

图1－4

和两个剪应力，如 述规定正应力用δ表示，其下标则代表是沿哪个座标轴作用的，如δ_x是代表沿x坐标轴作用的正应力，剪应力用字母 来表示，其下标则有两个，前一个表明作用面的法线方向，后一个表示力的作用方向，如τ_{xy}是代表该剪应力是作用在以X轴为法线的截面上，而其方向是沿y轴的。

为了使同一截面所分开的两个部分的表面上的应力的正负号一致应力的正负号规定如下：

正面（其外法线与座标轴正向一致）上的应力其方向与坐标轴正向一致时为正。反面（其外法线与座标轴负向相同的面）上的应力，其方向与坐标轴负向一致时为正。

显然，这个规定，实际上对于正应力来讲也就是受拉为正。

六个剪应力并不是互不相的，可以证明是两两相等的。（详见下面一小节）即：

$$\tau_{xy}=\tau_{yx} \qquad \tau_{yz}=\tau_{zy} \qquad \tau_{xz}=\tau_{zx}$$

这称之为剪应力互等定律：作用在两个相互垂直的截面上并且垂直于该截面高线的剪应力是互等的。大小相等，正负号也相同）因此剪应力记号的两个下标可以对调。

还可以证明，如果δ_x，δ_y，δ_z，τ_{xy}，τ_{yz}，τ_{zx}在某一点是已知的，则经过该点的任意斜截面上的应力都可以求得。因此这六个量是可以完全确定该点的应力状态，它们称为该点的应力分量。

一般说来，弹性体内各点的应力状态都不相同。因此描述弹性体内应力状态的上述六个应力分量都不是常量，而是座标X、y，Z 的函数。

这六个应力分量的总体，常可用一应力列矩阵〔σ〕来表示。

$$[\sigma]=\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_z\\ \xi_{xy}\\ t_{yz}\\ \tau_{zx}\end{Bmatrix} \qquad (1-3)$$

3. 平衡方程

仍从分析图1－4所示的微元体开始，因为它是从处于平衡的物体中截取出来的，它在空间当然是处于平衡的。因此它必须满足空间力系的平衡条件，即(1)所有作用于微元体上的力在三个座标轴方向的分量之和分别为另。(2)所有作用于微元体上的力对三个座标轴的力矩之和分别为另。

我们具体分析这些条件之前，应该指出，由于各个应力分量是三个座标轴（x、y、Z）的函数，所以如和M点相连的MAB，MBC，MCA三个平面上的应力分量是σ_x，σ_y，σ_z，τ_{xy}、τ_{yz}、τ_{zx}，

则在其相对的三个平面上这些应力分量应有一个增量，可以近似地用其偏微分表示，以MCA平面和其相对平面为例，可以表示为图1－5。一般情况下，还应有体积力，也在图1－5表示出。

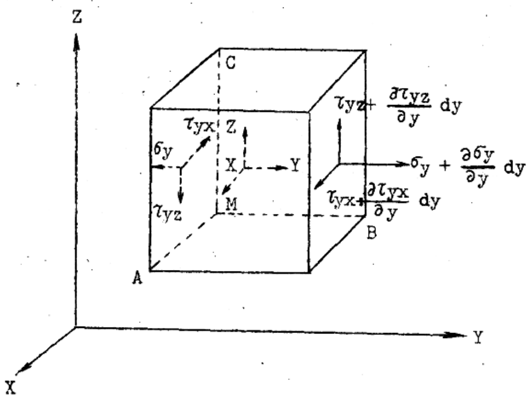

图1－5

现在先来分析空间力系平衡的第二个条件，首先各个力对平行于X轴的棱边MA取矩之和为另，则有：

$$(\tau_{yz}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}dy)dxdydz+(\sigma_z+\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}dz)\frac{dxdydy}{2}$$

$$\sigma_y\frac{dxdzdz}{2}+Zdxdydz\cdot\frac{dy}{2}-(\tau_{zy}+\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}dz)dxdydz$$

$$-\sigma_z\frac{dxdydy}{2}-(\sigma_y+\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}dy)\frac{dxdzdz}{2}-Ydxdydz\frac{dz}{2}=0$$

经简化，并略去四阶小量，就得到

$$\tau_{yz}dxdydz-\tau_{zy}dxdydz=0$$

即：　$\tau_{yz}=\tau_{zy}$。

同样的可以得到：　$\tau_{xz}=\tau_{zx}$；　$\tau_{xy}=\tau_{yx}$。

这样一来，可以看到：从空间力学对三个坐标轴取矩之和分别为另得到的，正是前面述及的剪应力互等定律。

再来分析空间力系平衡的第一个条件，首先各个力在X轴的分量为另，则有

$$(\sigma_x+\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}dx)dydz+(\tau_{yx}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}dy)dxdz+$$

$$(\tau_{zx}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}dz)dxdy+Xdxdydz-\sigma_xdydz-\tau_{yx}dx$$

$$dz-\tau_{zx}dxdy=0$$

化简，并注意到剪应力互等定律，就得到；

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}+X=0$$

同样的可以得到：

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}+Y=0$$
$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}+Z=0 \qquad (1-4)$$

（1－4）称之为平衡方程，它是结构内部应力必须满足的条件，也就是说应力状态的六个分量不是相互没有关系的。而是通过三个平衡方程相互联系着。但是这三个方程还不足以确定六个应力分量。也就是说对于三维弹性力学问题，单从反映静力平衡要求的三个方程通常是不能确定应力状态的。因而这类问题称之为静不定问题，要解决静不定问题，必须同时分析结构的几何和物性方面的关系，这是区别于静定问题的根本特点。

⑷ 力的边界条件：

平衡方程是反映结构内部的应力应满足的条件，而在结构的给定面力的边界部分应力和载荷之间也存在必须满足的条件。先举一个简单例子，图1－6表示承受均布载荷g（公斤／公分²）的梁，梁的厚度为1公分，高度为h。

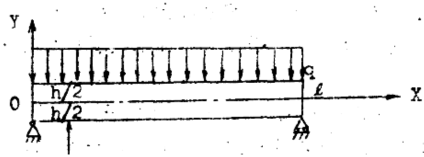

图1－6

在上表面（$y=\frac{h}{2}$）处，应力应满足给定的载荷条件，即：

$$\sigma_y=-g \qquad \tau_{yx}=0$$

这称之为力的边界条件。问题是对于一般的面力情况，力的边界条件应如何提呢？

图1－7表示一弹性体表面上受有面力。在任意点M，为了确定力的边界条件。可在M点附近截取一微小的四面体。(图1－8)这四面体的三个面与座标面平行而第四个面就是弹性体在M点的切平面，

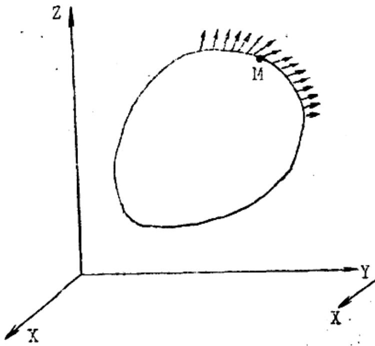

图1－7

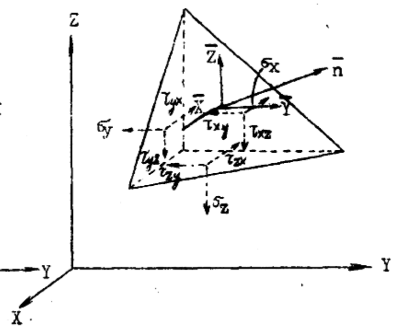

图1－8

其法线为n，它和坐标轴成(n、x)，(ny)和坐标轴成(nz)，(n，y)和(n、z)角。四面体平行于坐标轴的棱边长用dx、dy和dz来表示。与坐标面相平行的三个面的面积分别为$\frac{1}{2}$d$y$dz，$\frac{1}{2}$dzdx和$\frac{1}{2}$dxd$y$。倾斜面的面积为ds，根据平面图形面积投影的定理，它们之间存在如下关系：$\frac{1}{2}dydz=ds\cos(n、x)$ $\frac{1}{2}dzdx=ds\cos(n、y)$ $\frac{1}{2}dxdy=ds\cos(n、z)$在三个与座标面相平行的平面上作用的力等于应力和相应面积的乘积。所有这些力都是dx，dy，dz的二阶微量，而且认为它们是作用于相应面的重心上。在倾斜面上作用的力等于面力x、y，Z和面积ds的乘积。

此外，四面体上还作用有体积力，其分量为：xdV，ydV，ZdV这里$dV=\frac{1}{6}dxdydz$是四面体的体积。这里力是dxd$y$:dz的三阶微量，因此与前者相比，这些力是可以忽略不计的。

现在来建立作用于四面体上各个力在X轴的分量的平衡方程：

$$-\sigma_x \frac{1}{2} dy dz - \tau_{yx} \frac{1}{2} dz dx - \tau_{zx} \frac{1}{2} dx dy + X ds = 0$$

运用面积之间的关系，并从各个力在y轴和z轴的分量的平衡方程，一共可以得到如下三个公式：

$$\left.\begin{aligned} X &= \sigma_x \cos(n, x) + \tau_{xy} \cos(n, y) + \tau_{zx} \cos(n, z) \\ Y &= \tau_{xy} \cos(n, x) + \sigma_y \cos(n, y) + \tau_{yz} \cos(n, z) \\ Z &= \tau_{zx} \cos(n, x) + \tau_{yz} \cos(n, y) + \sigma_z \cos(n, z) \end{aligned}\right\} \quad (1-5)$$

这就是一般情况下的力的边界条件，它反映了结构表面的载荷和结构内部的应力之间的关系。

如果将（1－5）用到图1－6所示的情况：

$$y = \frac{R}{2} 处，(n, x) = 90° \quad (n, y) = 0 \quad (n, z) = 90°$$

$$\overline{X} = \overline{Z} = 0 \qquad \overline{Y} = -g$$

代入（1－5），就得到

$$\tau_{xy} = 0 \qquad \sigma_y = -g \qquad \tau_{yz} = 0$$

（因为问题在xoy平面内此应力τ_{yz}恒为另的）

如果图1－8所示微元体的斜面不是外表面，而是通过内部一点任意一个方向的截面，则利用（1－5），可以从已知的六个应力分量求得任意方向的截面上的应力，这就是在前面应力状态的讨论中未加证明而得到的结论。

§1－3 几何分析

我们知道任何一弹性体在外力作用下要发生变形，对于变形同样有怎样描述和应满足什么条件的问题，现分别加以讨论，

1. 位移和应变

一般有两种方式来描述变形状态，一是给出各点的位移，一是给出各微元体的应变。

物体内任一点的位移，用此位移在坐标轴X、y、Z上的投形u、u、W来表示，以沿坐标轴正方向为正，反之为负。这三个投形称为位移分量，一般情况下，物体受力后，各点的位移不可能是常量，而

是坐标的函数。

三个位移的分量的总体，可以用一个位移列矩阵〔∂〕来表示：

$$\{\partial\}=\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \qquad (1-6)$$

至于微元体的应变可分二类，一是长度的变化，另一是角度的变化。任一微线段的长度变化与原有长度的比值称为线应变用符号ε来表示，沿座标轴方向的线应变则加以相应的下标，分别用ε_x、ε_y、ε_z来表示、当微线段伸长时，其线应变为正，反之为负。任意二个原来相互垂直的微线段在变形后，其夹角的变化值称为角应变或剪应变，用符号γ来表示。两座标轴方向的微线段之间的剪应变，则加上相应的下标，分别用γ_{xy}、γ_{yz}、γ_{zx}来表示，并规定夹角变小时为正，夹角变大时为负。

同样可以证明，对于物体内的任一点，如果已知该点的三个相互垂直方向（如三个座标轴方向）的线应变 其相应的剪应变则该点任意方向的线应变和任意二个相互垂直线段间的剪应变均可求出，因此这六个量可以完全确定该点的应变状态，它们状称为该点的应变分量

六个应变分量的总体，可以用一个应变列矩阵〔ε〕来表示：

$$\{\varepsilon\}=\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \qquad (1-7)$$

2 几何关系：

既然位移和应变是描述同一变形状态的两种物理量。那么它们之间存在什么关系呢？

在具体考察它们之间的关系之前，要对我们要研究的变形状态作

一定限制：(1)通常情况下，一个变形前是连续（内部没有任何空洞或裂缝）的弹性体，在变形后仍是连续的，即变形后在内部也不出现任何裂缝或相互嵌入的现象，符合这种情况的变形称为连续的。(2)通常情况下，变形是微小的。即每个应变分量相对于1来说都是可以忽略的（注意：剪应变γ是用弧度来度量）。符合这种情况的变形称为小变形或小应变。

因为变形是连续的，所以每个位移分量是座标的单值连续函数，否则变形后就要在内部出现裂缝或相互嵌入的现象，我们同时还规定各个位移分量的各阶导数也是存在的。

现在我们来考察位移和应变之间的关系，我们从物体内部截取一微元体，为了清晰起见，我们只考察xoy一个平面内的变形，如图1－9所示，变形微元体在xo 平面内的形状是ABCD，其边长为dx和d ，变形后微元体变成A'B'C'D。

首先，求微线段AB、AD的线应变ε_x，ε_y。当用位移分量表示时，已知A点移到A'点，它在X方向的位移分量为u，由于u是座标的函数，那么，与A点相邻的B点在X方向的位移应为：

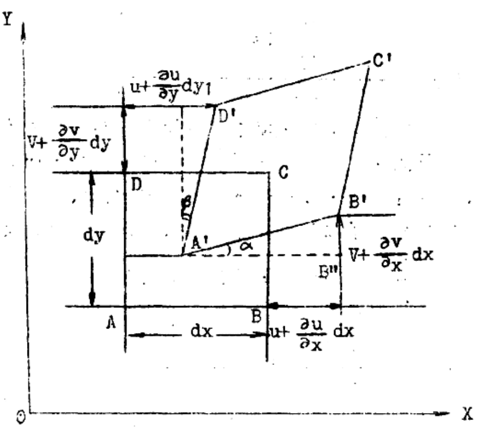

图1－9

$$u + \Delta u = u + \frac{\partial u}{\partial x} dx$$

式中Δu是u的增量，根据已学的高等数学的知识，一个函数的增量，可以用它的微分来近似，所以我们在上式用函数u对于变量的偏微分代替了增量Δu。

由于应变是微小的，所以微线段AB变形后的长度AB'可以近似地用其在X轴的投形A'B'来代替，于是根据线应变的定义，已知微线段AB的线应变为：

$$\varepsilon_x = \frac{\left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right) - u}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

同样，A点变形后移到A点，它在y方向的位移分量为υ因为υ也是座标的函数，所以A点相邻的D点在y方向的位移应为：

$$\upsilon + \Delta \upsilon = \upsilon + \frac{\partial \upsilon}{\partial y} dy$$

所以微线段AD的线应变则为：

$$\varepsilon_y = \frac{\left(\upsilon + \frac{\partial \upsilon}{\partial y} dy\right) - \upsilon}{dy} = \frac{\partial \upsilon}{\partial y}$$

下面来求剪应变γ_{xy}，即求微线段AB和AD之间的直角的改变。由图1－9可见，这个剪应变是由两部分所组成，一部分是X方向的微线段AB的转角α，另一部分是y方向的微线段AD的转角β。当A点在y方向发生了位移分量υ，那么B点在y方面就相应地发生位移分量$\upsilon + \frac{\partial \upsilon}{\partial x} dx$，因此，线段AB的转角是：

$$\alpha = tg\alpha = \frac{A'B''}{A'B''} = \frac{\left(\upsilon + \frac{\partial \upsilon}{\partial x} dx\right) - \upsilon}{dx + \frac{\partial u}{\partial x}} = \frac{\frac{\partial \upsilon}{\partial x}}{1 + \frac{\partial u}{\partial x}}$$

因为我们研究的对象只限于微小变形的情况，所以在上式的分母中就可以将比1小得多的一项$\frac{\partial u}{\partial x}$略去，这样就得到：

$$\alpha=\frac{\partial U}{\partial x}$$

同理，我们可以求出y方向的微线段AD的转角

$$\beta=\frac{\partial u}{\partial y}$$

所以，很容易地求得剪应变：

$$\gamma_{xy}=\alpha+\beta=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}$$

用同样的方法来考察微元体在Xoz和$y$oz平面内的变形情况，可以得到

$$\varepsilon_z=\frac{\partial W}{\partial z} \quad \gamma_{yz}=\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial W}{\partial y}, \ \gamma_{zx}=\frac{\partial W}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}$$

连同前面的结果，列在一起，得到：

$$\left.\begin{aligned}&\varepsilon_x=\frac{\partial u}{\partial x}、\ \varepsilon_y=\frac{\partial u}{\partial y},\ \varepsilon_z=\frac{\partial W}{\partial z}.\\&\gamma_{xy}=\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial u}{\partial x}\ \gamma_{yz}=\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial W}{\partial y}, \gamma_{zx}=\frac{\partial W}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\end{aligned}\right\} \quad (1\text{-}8)$$

这就是几何方程，它表明了应变分量和位移分量之的关系由这些方程可知当物体的位移分量完全确定时，应变分量是完全确定的。

3. 变形协调条件

在一般情况下，弹性力学只限于研究满足连续条件的变形状态。所谓连续条件就是前面已经指出的，变形前连续的弹性体变形后仍保持连续，即在内部既不出现裂缝也不相互嵌入，为了满足这个条件，如果用位移来描述变形状态，位移分量必须是座标的单值连续函数。

如果用应变来描述变形状态，应变分量应满足什么要求呢：从几何方程（1－8）可以，六个应变分量是由三个位移来确定的。因此这六个应变分量就不是相互无关的，而是保持一定的内在联系。例如

因为：$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2}=\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} \qquad \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2}=\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y}$$

$$\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}=\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2}+\frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial y}$$

所以：$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}$$

上式就表明ε_x、ε_y和γ_{xy}之间应保持一定的内在联系，这种联系称之为变形协调条件，值上式那样的关系还可以导出五个亦即变形协调条件一共有六个，但可以证明只有三个是独立的，这从应变分量是六个，而确定它们的位移分量是三个这个事实上是可以理解的。如果应变分量之间不满足变形协调条件。其结果就是变形后的弹性体不能保证满足连续条件的要求，即在内部可能出现裂缝或相互嵌入。由于在有限单元法的分析中，大都是以位移为基本未知量来描述变形状态，所以从位移通过几何方程（1－8）导出的应变分量当然是满足变形协调条件的。所以我们就不必详细讨论它了。

4 位移边界条件

结构的一部分表面上的位移数值是确定了的，例如对于图1－6所示的简支梁，在两端支座标应规定如下的位移条件：

$$X=0 \quad y=-\frac{R}{2} \quad 处 \qquad u=0 \quad U=0$$

$$X=\ell \quad y=-\frac{R}{2} \quad 处 \qquad U=0$$

对于其他具体问题，在其位移有规定数值的地方，位移函数必须满足规定的数值，这就是位移边界条件。

§1－4　物理方程

前面分别讨论了静力和几何的二个方面，但是"一切客观事物本来是互相联系和具有内部规律的"（矛盾论）发生在同一结构的变形和应力是怎样相互联系，它们之间具有什么规律呢？这就要研究材料的物理性质，我们在这节中具体回答三维的受力状态下，材料的应力和应变的关系问题。

在材料力学中我们已经通过简单拉伸试验，了解到，受拉的等截面直杆的应力，应变关系为：

$$\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma$$

这就是虎克定律，式中E是材料的弹性模量。由于纵向受拉伸长相应地横向就要缩短，这个缩短值可表示为：

$$\varepsilon = -\mu\varepsilon = -\mu\frac{\sigma}{E}$$

其中ε代表纵向单位伸长而引起横向正应变（实际为缩短）μ称为泊菱系数。

现在我们试图将简单拉伸的情况，推广到一般的空间受力状态（即三维状态）先从正应力开始，如图1－10所示，考察一个棱边长为1的平行六面体，受到沿法线方向的力的作用的情况试验已经证

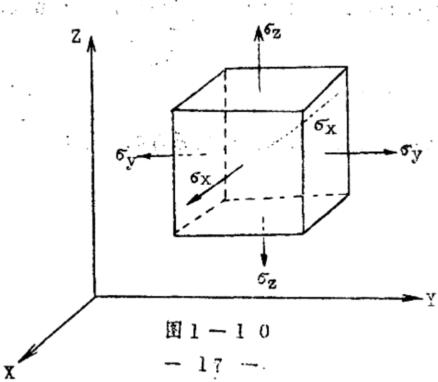

图1－10