

工程力学基础知识

中国人民解放军后勤学院营房教研室

一九七九年七月

送印单位：蓄房教研室
出版编号：蓄字第79005号
适用范围：一、二期
印数：1—1000册(资200、教200)
出版日期：1979年7月20日
全书共计：41面

目 录

第一章 力的基本知识	(1)
第一节 力的性质.....	(1)
第二节 力的合成与分解.....	(2)
第三节 求合力的图解法.....	(3)
第四节 求合力的数解法.....	(6)
第五节 力矩.....	(7)
第六节 力偶.....	(8)
第二章 结构的计算简图	(10)
第一节 荷载简图.....	(10)
第二节 支座简图.....	(12)
第三节 构件计算简图.....	(13)
第三章 静力平衡及支座反力的计算	(15)
第一节 共线力系静力平衡条件及轴心受压柱支座反力计算.....	(15)
第二节 平面平行力系的静力平衡条件及梁的支座反力计算.....	(16)
第三节 平面汇交力系的静力平衡条件及力的多边形.....	(17)
第四节 平面一般力系的静力平衡条件及偏心受压柱支座反力的计算.....	(19)
第四章 轴心受拉(压)构件的内力和变形	(22)
第一节 基本概念.....	(22)
第二节 应用截面法计算构件内力.....	(23)
第三节 轴心受拉(压)构件的应力计算.....	(24)
第四节 轴心受拉(压)构件的应力和应变关系及应变计算.....	(25)
第五章 受弯构件的变形和内力	(27)
第一节 受弯构件变形的性质.....	(27)
第二节 受弯构件内力的性质.....	(28)
第三节 简支梁的内力计算.....	(30)
第四节 悬臂梁的内力计算.....	(34)
第五节 斜梁的内力计算.....	(36)
附录 内力资料	(39)

第一章 力的基本知识

第一节 力的性质

房屋结构是由各种承重构件相互连结而组成的一个整体，而各种构件都是在外力作用下处于平衡的物体，为此，我们必须了解力的基本知识及其分析计算的方法。

一、力的概念

力的概念是劳动人民在长期的生产实践中得来的。例如，人用手弯曲钢筋，人就必须使出一定的“劲”来，也就是说人对钢筋施了“力”；屋架放在墙上，屋架的重量对墙也产生了力的作用。

从许多类似的现象中，我们得出了力的概念：力是物体间的相互作用，力决不能脱离物体单独存在。力的作用可以改变物体的运动状态或者使物体的形状发生变化。

二、力的作用效果

(一) 力可以改变物体的运动状态：

有下列几种情况：由静止到运动；由运动到静止；改变物体运动的方向等。

有时，几个力作用在同一物体上时，该物体仍保持静止不动。这是因为几个力对物体的作用效果相互抵消，即几个力相互平衡。

(二) 力可以使物体产生变形：在外力作用下，任何物体都要发生或大或小的变形。例如，钢筋受拉会伸长；木板受压会弯曲等。

变形的大小不但与作用力有关，还与材料本身的性质、大小、形状等因素有关。而房屋结构或构件在外力作用下所产生的变形与本身尺寸比较都很微小，因此，在结构静力分析及计算中，一般不考虑结构变形的影响。

三、力的三要素

力对物体作用的效果与下面三个因素有关：

力的大小；

力的方向；

力的作用点。

在工程计算中，通常用一图线表示力的三要素。如图 1—1 所示。线段 AB 表示力的大小，(从图中可看出力的大小为 4kg)箭头的指向表示力的方向。箭尾的端点 A，或箭头的顶点 B 则表示力的作用点。

工程中常用力的单位是：公斤 (符号是 kg) 或吨。
(符号是 t, 1 t = 1000 kg)。

四、作用力与反作用力

两物体间相互作用的力 (即作用力与反作用力) 是同时存在的。如人推车时，人手对车施加作用力，同时车对人手也产生了一个大小相等，而方

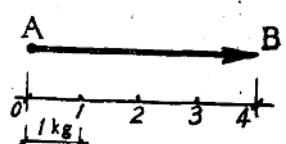


图 1—1 力的图示

向相反的力，这个力叫反作用力。这两个力大小相等，方向相反，作用在同一直线的两个不同的物体上。这就是作用与反作用的原理。

作用与反作用原理揭示了物体间相互作用的规律，也是我们分析结构构件之间力的相互作用的依据。例如图 1—2 所示，板压在梁上，对梁产生作用力 q ，而梁对板也产生等值反向的反作用力 q' ；同样，在梁和墙之间也存在着作用力 R_A 、 R_B 和反作用力 R'_A 、 R'_B 。值得注意的是，在分析梁的受力情况时，除了考虑到板对梁的作用力 q 还要考虑到墙对梁的反作用力 R'_A 、 R'_B 。

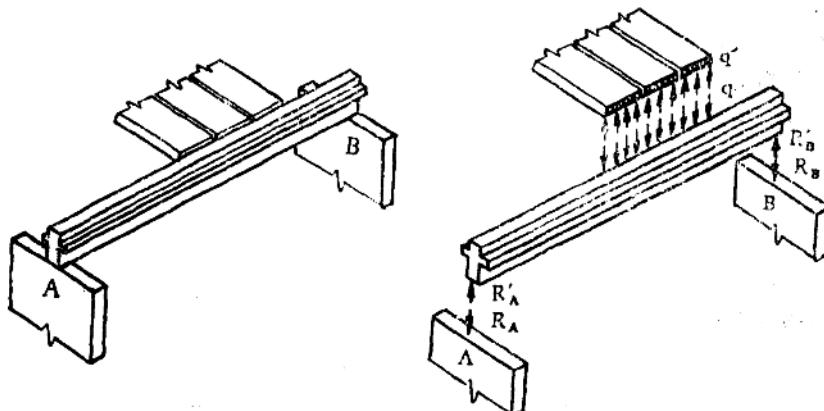


图 1—2 板、梁、墙之间的作用力和反作用力

第二节 力的合成与分解

一、力系

在很多实际问题中，物体往往同时受到几个力的作用，我们把作用在同一物体上的一群力叫作力系。如图 1—3 所示。

按照各力作用线位置的不同，力系可分为：平面力系，空间力系。

(一) 平面力系：见图 1—4 所示。

1. 共线力系——各力的作用线都在同一直线上。
2. 平面平行力系——各力的作用线在同一平面内，且互相平行。

3. 平面汇交力系——各力的作用线在同一平面内，且作用于一点，或其延长线相交于一点。

4. 平面一般力系——各力的作用线在同一平面内，但不全平行，也不全交于一点。

(二) 空间力系——各力作用线不在同一平面内。空间力系的平衡问题，在一般房屋结构中很少见，不再叙述。

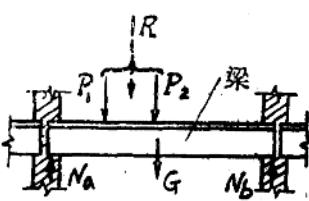
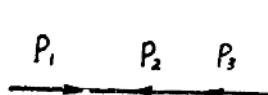
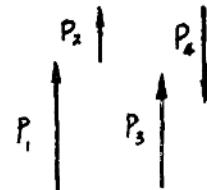


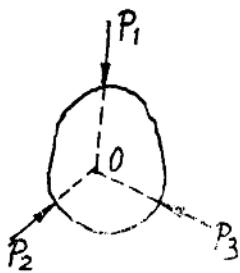
图 1—3



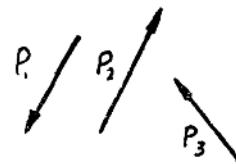
(a) 平面共线力系



(b) 平面平行力系



(c) 平面汇交力系



(d) 平面一般力系

图 1—4 平面力系的分类

二、合力与分力

(一) 等效力系：如果作用于物体上的力系，可以用另外一个力系来代替而不改变对物体的外部作用效果，则称这两个力系为等效力系。

(二) 合力：如果一个力对物体的作用效果与一个力系对物体的作用效果相同，则称这个力与该力系等效，并称这个力为合力。

(三) 分力：组成力系中的各个力叫做分力。参见图 1—3，梁受到力的作用，压力 P_1 、 P_2 ，组成了一个力系。这个力系与合力 R 等效， R 叫合力。而 P_1 、 P_2 分别叫 R 的分力。

由分力求合力，叫做力的合成；由合力求分力，叫做力的分解。

第三节 求合力的图解法

一、求共线力的合力

要把作用在同一直线上的两个（或两个以上）的力合成，方法较简单。如果两个分力的方向相同则合力大小等于两个分力相加，合力方向与分力方向一致。如图 1—5 (a) 所示。如果两个分力的方向相反，合力的大小等于两分力相减，方向与大的分力相同。如图 1—5 (b) 所示。

二、求平面共点力的合力

求不在同一直线上的共点力的合力时，不能把各分力简单地相加，而要按照一定的法

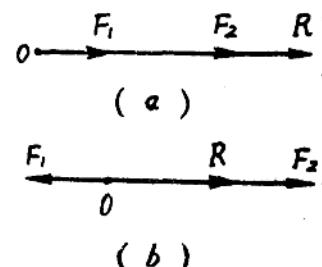


图 1—5

则进行求解。

(一) 平行四边形法

如图 1—6 所示。为了使物体静止不动，我们可以用一根绳对它施加拉力 R 来和物体相平衡，也可用两根绳同时对它施加拉力 P_1 和 P_2 来和物体相平衡。我们再把 P_1 、 P_2 、 R 的大小用弹簧测力计测出来，并用力的图示法把它们画在一起，如图 1—7 (b) 所示。可以发现：合力 R 正是以两个分力 P_1 、 P_2 为邻边的平行四边形的对角线。这一结果说明：

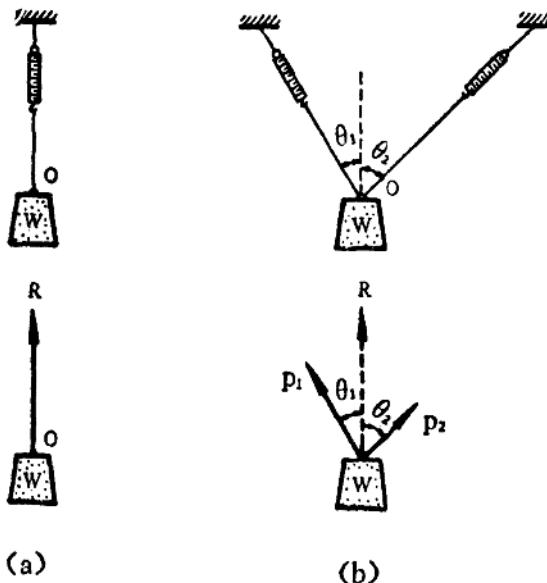


图 1—6 力的合成与分解

平面共点的两个力必有一个合力，合力的大小和方向可由这两个力为邻边的平行四边形的对角线确定；合力的作用线通过两力的交点。这个规律叫做力的平行四边形法则。

(二) 三角形法

力的三角形法是由力的平行四边形法简化而来的，用力的平行四边形的一半来表示，如图 1—7 (b) 所示。具体做法是：从起点 O 出发，画出 $OA \parallel P_2$ ，再以 A 为起点，画出 $AB \parallel P_1$ ，使两力首尾相接，连结 OB ，则三角形闭合边 OB ，即表示合力 R 的大小和方向。至于两力的先后顺序，可以任意画出，如先画 P_1 ，再画 P_2 ，其结果相同，如图 1—7 (c) 所示。

(三) 力多边形法

力多边形法是力三角形法的推广。如图 1—8 (a) 所示。墙上一个预埋件受到一组力 P_1 、 P_4 、 P_3 及 P_4 的作用，各力作用线在同一平面内且交于一点 O 。为了确定这组力的合

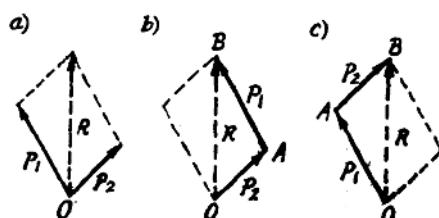


图 1—7 力的平行四边形与三角形

力 R , 可以连续应用三角形法(图1—8(b)), 先求 P_1 、 P_2 的合力 R_1 , 再求 R_1 与 P_3 的合力 R_2 , 以及 R_2 与 P_4 的合力 R 。显然 R 就是这组力的合力, 它的作用线应通过各力交点 O 。实际上 R_1 、 R_2 不必画出(图1—8(c)), 只要把力组中的各力首尾相接地依次画出, 从第一个力的起点指向最后一个力的尾端的连线 R , 即为合力的大小和方向, 这种求合力的方法, 称为力多边形法。

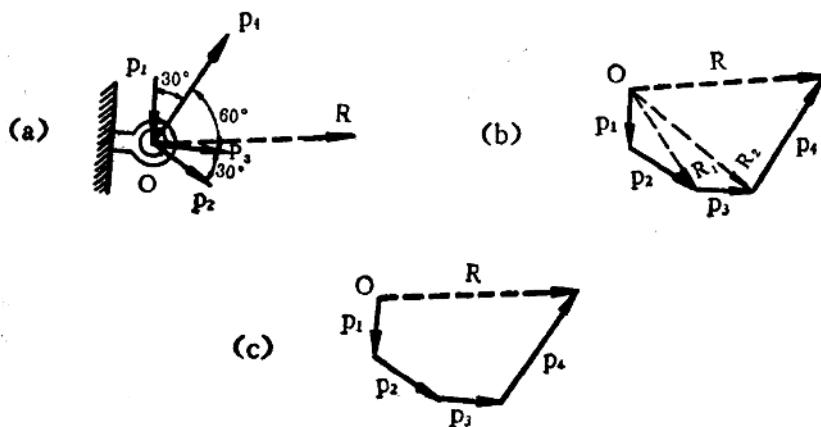


图1—8 力多边形

根据平行四边形法, 三角形法及力多边形法, 求出平面共点的几个力的合力, 这种方法称为合力的图解法。应用图解法求合力的一般步骤是: 选取适当比例尺; 任选起点 O , 作力三角形或力多边形, 其闭合边连线, 即为合力的大小和方向; 将此连线平移到力组的交点处, (图1—8(a)) 合力 R 即为所求。

力的分解是力的合成的反运算, 所以它也遵守力的平行四边形法则或三角形法则。不过把一个力分解为两个力, 是从三角形一边求另外两个边的问题, 会有无穷多个结果, 如图1—9所示。在实际计算中, 一个力究竟应该怎样分解, 这要根据具体条件与实际需要而定。经常处理的办法是把一个力分解为竖直分力和水平分力。如图1—10所示。在木屋架的端节点处, 上弦木对下弦木的压力 N

常常分解为竖直压力 T_1 和水平剪力 T_2 。

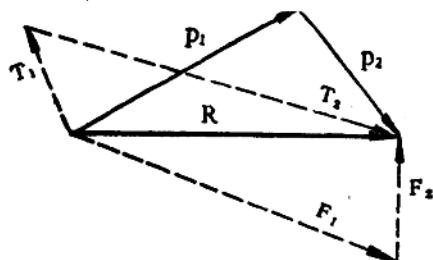


图1—9 力的分解

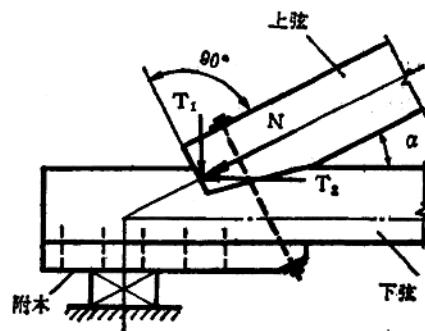


图1—10 力沿竖直和水平方向分解

第四节 求合力的数解法

用图解法求平面汇交力系的合力，有直观、简便、一目了然的特点，但精确度不易达到要求。下面介绍力学计算中常用的数解法。

数解法的基础是力在坐标轴上的投影。如图1—11所示。 P_1 、 P_2 表示作用在一个物体上的两个共点力，合力为 R 。如果任意选定两个相互垂直的坐标轴 Ox 、 Oy ，从图中的几何关系可以看出：

$$R_x = P_1 x + P_2 x$$

$$R_y = P_1 y + P_2 y$$

这个关系说明：合力在 x 、 y 轴上的分力等于各个分力在 x 、 y 轴上投影（也叫分量）的代数和。

如果作用在一个物体上有许多力 P_1 、 P_2 …… P_n ，其合力为 R ，则：

$$R_x = P_1 x + P_2 x + \dots + P_n x = \sum P_x$$

$$R_y = P_1 y + P_2 y + \dots + P_n y = \sum P_y$$

合力的大小和方向为：

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x}$$

式中 θ 为合力 R 与 x 轴间的夹角。

〔例题1—1〕图1—12中：

$$P_1 = 200\text{kg}, P_2 = 300\text{kg}, P_3 = 200\text{kg}, P_4 = 500\text{kg},$$

图1—12

求合力 R 。

解：

①画出坐标 Ox 、 Oy ，且使各力交点 O 与坐标原点重合，如图1—12。

②将各力分别投影在 x 、 y 轴上：

$$P_1 x = 0$$

$$P_1 y = -P_1$$

$$P_2 x = P_2 \cos 30^\circ$$

$$P_2 y = -P_2 \sin 30^\circ$$

$$P_3 x = P_3$$

$$P_3 y = 0$$

$$P_4 x = P_4 \cos 60^\circ$$

$$P_4 y = P_4 \sin 60^\circ$$

计算时力与座标方向一致者为正值，反之为负值。

③分别计算各分力在 x 、 y 轴上的代数和：

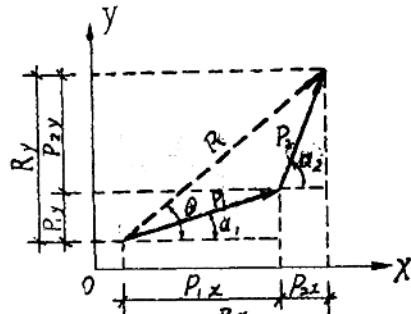
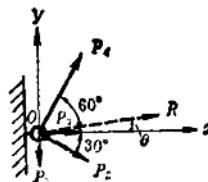


图1—11 合力投影规律



$$\begin{aligned}
 R_x &= \Sigma X = O + P_2 \cos 30^\circ + P_3 + P_4 \cos 60^\circ \\
 &= O + 300 \cos 30^\circ + 200 + 500 \cos 60^\circ \\
 &= 710 \text{ kg} \\
 R_y &= \Sigma Y = -P_1 - P_2 \sin 30^\circ + O + P_4 \sin 60^\circ \\
 &= -200 - 300 \sin 30^\circ + O + 500 \sin 60^\circ \\
 &= 83 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

④确定R的大小和方向：

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{710^2 + 83^2} = 715 \text{ kg}$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{83}{710} = 0.1170 \quad \theta = 6^\circ 40'$$

合力作用线经过O点。

第五节 力 矩

一、力矩的概念

力使物体绕某一点转动的作用，称为力对于该点的力矩。它不仅与作用力的大小有关，还与力的作用线到该点的垂直距离（称为力臂）有关。力对物体转动作用的大小，决定于力（F）与力臂（d）的乘积，我们把 $F \cdot d$ 叫做力矩。通常用 M 表示，M 的脚号 O 表示矩心，表达式为：

$$M_o = F \cdot d$$

力矩的单位，通常用公斤·米（kg·m）、吨·米（t·m）或公斤·厘米（kg·cm）表示。

力矩是一个代数量。它不但有大小，还有转向，通常用正负号表示。顺时针转向为正（+），逆时针转向为负（-）。

从以上对力矩分析中可以看到，反映力矩特征的三要素是：力矩的大小（ $F \cdot d$ ），力矩的矩心，力矩的转向。计算力矩时，重要的是首先确定矩心。同一个力，对于不同的矩心，力臂不一定相同，力矩的大小及转向也不一定相同。

二、力矩的性质

根据表达式 $M_o = F \cdot d$ 可知，力矩主要有以下两个性质：

1. 力可以沿作用线移动而不改变力矩的大小（因为力臂未变）。
2. 力的作用线通过矩心，则力矩等于零（因为力臂为零）。

三、力矩平衡条件

一般说来，物体受到力矩作用之后就要发生转动。但是，当物体受到几个力矩作用时，在一定条件下，转动效果可以相互抵消，仍处于原来状态。这种情况叫做力矩平衡。

当对同一点的顺时针力矩等于逆时针力矩时，物体不发生转动，也就是，作用在物体

上的各力对某一矩心 (O) 力矩的代数和等于零时力矩平衡，即：

$$\sum M_O = 0$$

上式通称力矩平衡方程。其矩心可以任意选取。

四、力矩定理及应用

力矩定理表达了合力及其分力对同点取矩之后的相互关系。对于物体的运动效果（包括移动和转动）来说，合力对物体的单独作用与它的各分力的共同作用，是完全等效的，是可以相互代替的。从转动效果相同来说，我们可以得到这样结论：合力对于某点之矩，等于其分力对同点之矩的代数和，这个结论就叫力矩定理。公式表示为：

$$M_R = M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n = \sum M$$

在求对某点的合力矩时，有时用合力对该点取矩来计算，有时则计算其分力对该点取矩的代数和，至于什么情况用合力计算，什么情况用其分力计算，要视具体情况而定。下面举例说明力矩定理的应用。

〔例题 1—2〕图 1—13 表示屋架承受

屋面传来的几个力，试求各力对 A 点的合力矩。

解：

1. 各力对 A 点的合力矩

$$\begin{aligned} \sum M_A &= 0.5 \times 0 + 1 \times 1.5 + 1 \times 3 \\ &\quad + 1 \times 4.5 + 0.5 \times 6 \\ &= 12t \cdot m \end{aligned}$$

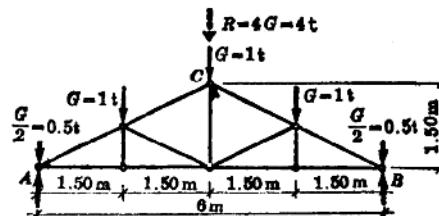


图 1—13

2. 因为屋架及其承受的力大都是对于屋架中央为对称的，因此各力可看做集中作用在屋架中央 c 处。合力大小为：

$$R = 0.5 + 1 + 1 + 1 + 0.5 = 4 t, \text{ 合力对 } A \text{ 点的力矩为:}$$

$$M_{AR} = 4 \times 3 = 12t \cdot m$$

我们看到，以上两种计算结果完全相同，但用合力求力矩较为简便。

第六节 力 偶

一、力偶的概念

我们把作用在物体上的大小相等、方向相反、作用线不同的两个平行力，叫做力偶。

如司机转动方向盘，开关自来水龙头等，都是力偶的作用。

力偶所在平面，叫力偶面。力偶两平行力作用线间的垂直距离，叫力偶臂。如图 1—14 所示。

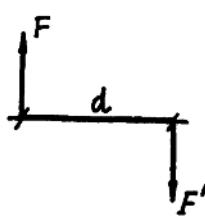


图 1—14 力偶

$$M = \pm F \cdot d$$

式中正负号表示力偶的转向，顺时针转向为正，逆时针转向为负。力偶矩的单位是公斤·米。

米，或吨一米。

力偶的三要素是：力偶平面；力偶大小；力偶的转向。力偶的三要素决定了力偶对物体的转动效果。

二、力偶的性质

从力偶的概念中，我们可以得到力偶有以下两个基本性质：

(一) 力偶可在其作用平面内任意移动，而不改变它对物体的作用效果。

(二) 力偶矩为一常量，与矩心位置无关，可任意调整力的大小与力偶臂的长短，而不影响它对物体的作用效果。

三、力偶的合成与平衡

实践证明：同平面内的许多力偶可以合成，其合力偶矩等于各分力偶矩的代数和。即

$$M_R = M_1 + M_2 + \dots + M_n = \Sigma M$$

当顺时针转向的力偶等于逆时针转向的力偶时，物体不发生转动，即所有力偶矩的代数和等于零：

$$\Sigma M = 0$$

力偶平衡。上式叫做力偶平衡方程。

第二章 结构的计算简图

建筑结构和构件的受力情况，实际上很复杂，在结构设计与计算时，必须抓住主要矛盾，把它抽象与简化为既能反映实际情况，又便于计算的图形，这种图形叫做结构计算简图。

结构计算简图都是由荷载、支座和构件这三部分简图构成。下面分别介绍这三部分简图的确定和计算方法。

第一节 荷载简图

作用于结构构件上的外力叫荷载。其形式多种多样。把作用在构件上的实际荷载加以抽象与简化，并用图线表示，叫做荷载简图。

根据荷载在结构上作用时间的久暂，可分为恒载及活载两类。恒载指长期作用于结构上的不变荷载。例如构件自重、固定设备的重量等。活载是指经常变动的荷载，如楼面（平屋顶）上的人群、风压力、雪压力等。

按照荷载作用分布的形式不同，可分为集中荷载，均布荷载，非均布荷载等。下面介绍它们的简化方法。

一、集中荷载

如果荷载作用在一块很小的面积上，为使计算简便，可以抽象简化为集中作用于一点上，如图 2—1 所示。这种荷载称为集中荷载，它的单位是：kg 或 t。

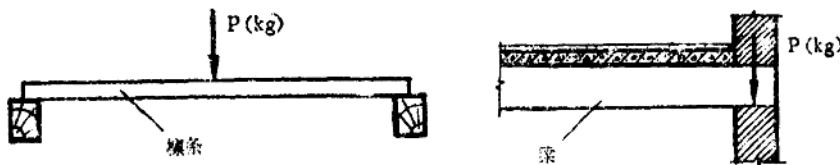


图 2—1 集中荷载

二、均布荷载

均匀分布在构件上的荷载，叫做均布荷载。根据构件形式的不同，作用在构件上的均布荷载又可分为均布线荷载和均布面荷载两种。对于梁、檩条等构件，通常把作用其上的各种均布恒载与活载化算成沿梁轴线均匀分布的线荷载。单位是 kg/m ，或 t/m ，常用小写字母 q 表示。如图 2—2 所示。对于板等构件，作用其上的恒载或活载，一般是均布面荷载。

单位是 kg/m^2 , 或 t/m^2 , 符号同均布线荷载, 如图 2—3 所示。

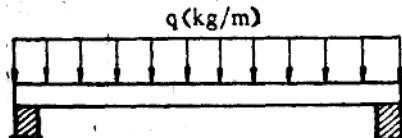


图 2—2 均布线荷载

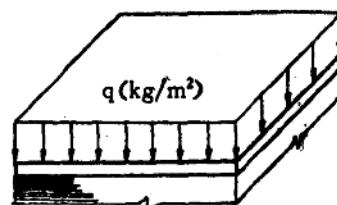


图 2—3 均布面荷载

三、非均匀荷载

不均匀分布在构件上的荷载, 叫非均匀荷载。但有的荷载分布虽不均匀, 仍呈现一定规律, 如:

(一) 局部均布荷载: 如图 2—4 所示, 构件上同时作用有均布荷载和集中荷载。

(二) 三角形荷载: 例如支撑双向板短边的梁或墙承受板传来的三角形荷载, 如图 2—5 所示。

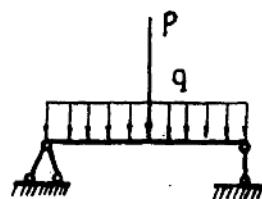


图 2—4 局部均布荷载

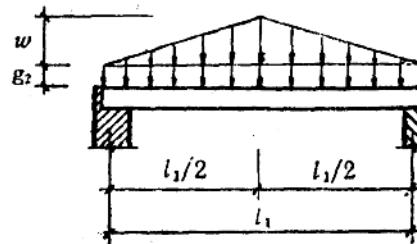


图 2—5 三角形荷载

(三) 梯形荷载: 例如支撑双向板长边的梁或墙承受板传来的梯形荷载, 如图 2—6 所示。

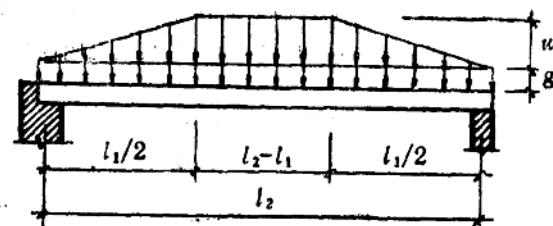


图 2—6 梯形荷载

下面举例说明荷载的计算方法。

[例题 1—3] 如图 2—7 为某蓄房的楼盖花兰梁, 尺寸如图。求由梁自重产生的均布线荷载。

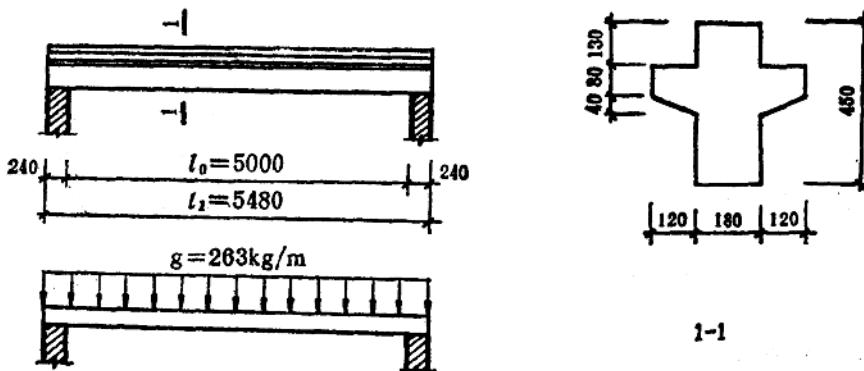


图 2-7 花兰梁的自重计算

解：梁的自重是沿梁长均匀分布的。

$$\text{梁截面面积: } A = 180 \times 450 + 2 \times \frac{80 + 120}{2} \times 120 \\ = 105000 \text{ mm}^2 = 0.105 \text{ m}^2$$

$$\text{梁每米体积: } V = A \cdot 1 = 0.105 \text{ m}^3$$

$$\text{钢筋混凝土容重: } r = 2500 \text{ kg/m}^3$$

梁每米的重量（即梁的均布线荷载）：

$$q = r \cdot V = 2500 \times 0.105 = 263 \text{ kg}$$

第二节 支座简图

用来支承结构构件的支承处叫做支座。支座承受构件及其传来的荷载，同时也给构件以反作用力，即支座反力，使构件的运动受到限制和约束。支座的构造形式，在计算简图中，可分为以下三种类型。

一、可动铰支座

凡能阻止构件支承端发生竖向（向上及向下）移动，但不能阻止它发生横向（向左及向右）移动，也不能阻止其转动的支座，叫做可动铰支座（也叫简单支座、辊轴支座）。见图 2-8 (a) 所示。

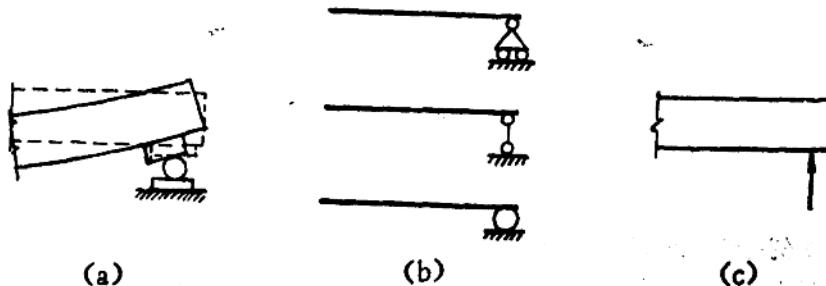


图 2-8 可动铰支座

可动铰支座简图常用图 2—8 (b) 中任何一种形式表示。可动铰支座对构件产生一个竖向的支座反力，如图 2—8 (c) 所示。

二、不动铰支座

凡能阻止构件支承端发生竖向（向上及向下）移动和横向（向左及向右）移动，但不能阻止其发生转动的支座叫不动铰支座（也叫固定铰支座）。如图 2—9 (a) 所示。

不动铰支座简图常用 2—9 (b) 中的任何一种形式来表示。不动铰支座对构件支承端产生两个方向的约束作用：一个是竖直反力，另一个是水平反力，图 2—9 (c) 所示。

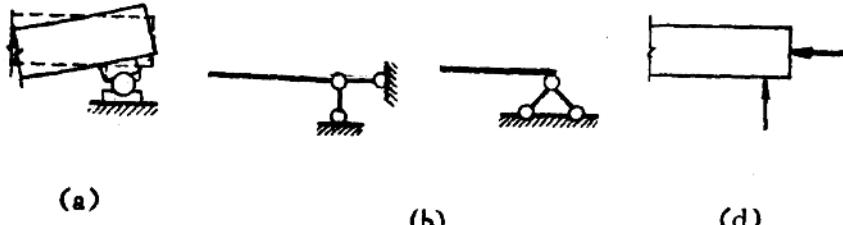


图 2—9 不动铰支座

三、固定支座

既能阻止构件支承端发生水平移动及竖向移动，又能阻止其发生转动的支座叫固定支座（也叫固定端或嵌固端），如图 2—10 (a) 所示。

固定支座的简图常用 2—10 (b) 中的二种形式表示。固定支座对构件支承端除了产生竖直及水平两个反力外，还产生一个反力矩，如图 2—10 (c) 所示。

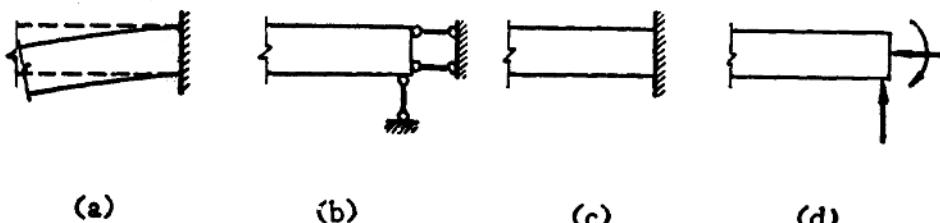


图 2—10 固定支座

第三节 构件计算简图

绝大多数的结构构件都可用一根直线表示。例如梁、板、柱、墙等构件，都可用一根直线来表示。结构计算简图由支座、构件计算跨度、荷载三部分组成，如图 2—11 所示。

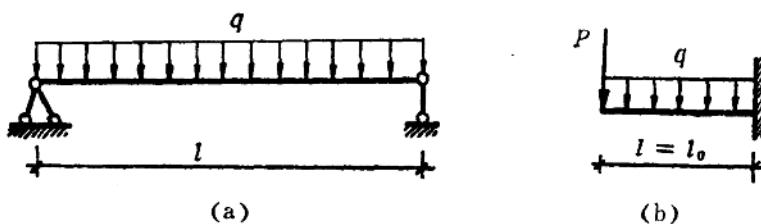


图 2—11 结构计算简图

一、简支构件

一端为可动铰支座，另一端为不动铰支座的单跨梁、板都叫简支构件。简支构件计算跨度的确定：

简支梁的计算跨度按下列二种情况取其中的最小值（见图 2—12）。

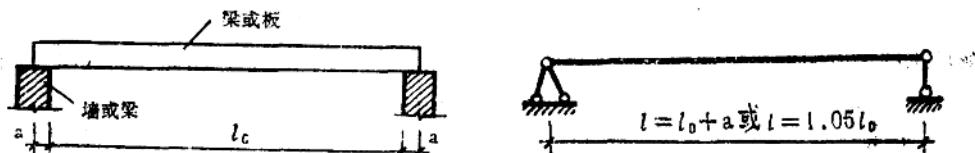


图 2—12 简支梁计算跨度

①取 $l = l_0 + a$ 。 l_0 为梁的净跨， a 为梁的支承长度。

②取 $l = 1.05 l_0$ 。

简支板的计算跨度，取 $l = l_0 + h$ ， h 为板厚；也可与简支梁取得一致，即

$$l = l_0 + a \leq 1.05 l_0$$

简支构件的荷载作用分集中荷载、均布荷载和非均布荷载。

二、悬臂构件

一端固定，另一端自由的梁、板都叫悬臂构件。悬臂构件的计算跨度取 $l = l_0$ ， l_0 为净跨（见图 2—13）悬臂构件的荷载作用也分集中荷载，均布荷载和非均布荷载。

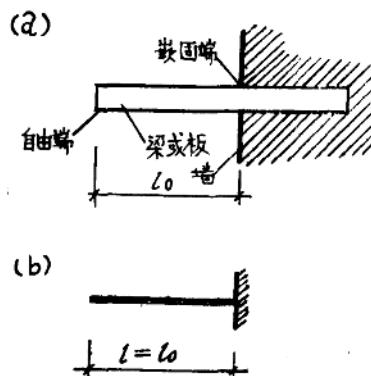


图 2—13 悬臂梁、板计算跨度