管理科学丛书

管理数学基础

S. 李普许兹 著

运筹学教研室 译

上海交通大学机电分校

管理工程系

管理科学丛书

管理数学基础

S. 李普许兹 著

运筹学教研室 译

上海交通大学机电分校

管理工程系

·管理科学丛书·

管理数学基础

S.李普许兹　著

运筹学教研室　译

*

江苏省武进县村前印刷厂　印刷

上海交通大学机电分校　发售

787×1092毫米　1/16　26 1/4印张　623,000字

1983年6月第1版　　1983年7月第1次印刷

印数　0,001—8,400

定价：2.70元

致读者

我系在1979年编写出版《企业现代化管理基础知识》,得到多方面的踊跃采用。修订本改名《现代企业管理基础》,于1982年由上海科学技术出版社出版,不久就销售一空,此刻正重新印刷中。有的兄弟院校把书中第十篇《数学方法在管理中的应用》当作管理数学的教材使用。也有好些从事科技工作的读者自学这篇的章节,由此而初窥管理科学堂奥。为这许多事实所鼓励,很久以来我们就想专门写一本关于“管理数学”的书,作为我系《管理科学丛书》中的第二册,仍须能适应各种读者需要,既可作教材,同时也面向广大的自学读者。内容要深入浅出,读者通过学习和演算大量习题,得以熟悉管理科学中较为常用的数学原理和方法。可是限于人力,前几年集中精力于运筹学、会计学等专业基础和专业课程的建设工作。至于作为管理科学基础之一的数学,暂时仍沿用工学院习用的教材。

改革之风象清劲的春风,吹拂着整个中国大地。各种类型的管理专修科和学习班有如雨后春笋,纷纷开设。包括我校在内的大专院校,各各担起了不同管理专业的自学考试任务,为众多管理干部和有志于管理的人士敞开了大门。此外,数以万计的科技人员也在普遍学习管理知识,渴望能更好地发挥自己的专长。凡此种种,都要求迅速编写出版一系列适用于管理专业的数学教材。在这样的形势下,提供一本能为上述读者接受的管理数学已是当务之急了。

为此,我们遴选了《嚣姆纲要丛书》中S.李普许兹编著的 Theory and Problems of Finite Mathematics 一书,作为蓝本,译述问世。这书讨论的有限元素集合所涉及的问题,是管理科学基础数学中的一个组成部分。诚如原序所说,其特色是涉及面较广,且又重点突出,能用简单的笔墨,说清重要的概念,全书运用大量题解(750题)和附有答案的习题,符合学习心理学原理,使读者熟练掌握必要的知识和技巧,可供专科学生以及程度不等的自学者阅读。

书中有若干章节是高中数学的复习和继续,使学员得以在统一的起点上共同前进,为学习以后的课程打下扎实的基础。“温故而知新”,即使是底子较厚的读者也会从中得到教益。其他章节讨论向量、矩阵、线性相关等线性代数内容以及概率论的初步知识。最后还有线性规划、对策论和马尔柯夫链,这就进入了运筹学的领域。有关逻辑的章节是逻辑思维的基础,也可以作为学习计算机课程的准备。

基本上掌握本书的内容之后,再系统地学习微积分、线性代数和概率论,就具备了管理科学所要求的主要数学知识。再加上数理统计,进而学习运筹学、系统分析以及企业管理专业课程,将不会有太大的困难。这方面的教材或读物也将先后应世。

如果采用此书作为教本,可根据需要,选用其中一部分,教学顺序不拘一格,也可以从传统的教科书中补充若干内容。如果是自学的读者,程度较高的可循序而进。若有困难,不妨先学目录中在章名上未加星标的一些内容,而后再修习加有星标的各章。自学不比听课,对于新概念,往往要反复几次,才能消化。第一遍看不懂或者不够透彻的地方,可以先搁一搁,继续学下去,不要停步不进。过后回过头来自学,也许就能理解。在基本学完全书后,

再从头学第二遍，第三遍。只要有毅力，自会融合贯通的。对于题解，可以先自己试做，尽了最大努力，实在做不出的，再看题解，这样得益较大，印象较深。尤其主要的是培养了一种坚韧不拔的精神。自学成才，最难能可贵的就是这一点。

参加译述工作的有徐克绍（第一、二、十四、十五章）、梁捷纾（第三、四、十、十一章）、蒋仲刚（第五、九章）、徐志良（第六、七、八章）、崔晓明（第十二、十三章）、张黛华（第十六、十七章）、张侃德（第十八、十九、二十章）、张世雄（第廿一、廿二章）和叶庆桐（第廿三、廿四、廿五章）。初稿彼此作了互校。最后并先后由徐克绍和叶庆桐整理和校阅全稿。

本书中存在的缺点错误或难以理解的地方，欢迎读者提出宝贵意见。

上海交通大学机电分校管理工程系
运筹学教研室
一九八三年四月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

原　序

近些年来，在生物、化学、经济学、社会学、教育学、政治学、商学和工程等众多领域里，有限数学已经成为各科数学基础不可分割的一部分。本书所提供的是比较基本的材料，可以作为标准教材的补充读物，也可供作有限数学正式课程的教本之用。

全书共二十五章，既不打乱逻辑安排，又可适应多种水平的学生使用，大大提高了本书用作教本或参考书的有用程度。主要涉及的方面有：逻辑；集合论；向量和矩阵；计数——排列、组合和划分；概率和马尔柯夫链；线性规划和对策论。在有关向量和矩阵的材料中，有一章讨论线性方程组；就在这章里引入了线性相关和线性无关的重要概念。线性规划和对策论的材料包含一章讨论不等式，还有一章讨论点、线和超平面；目的是使这部分能够"自给自足"。也介绍了求解多于两个未知数的线性规划问题和较大对策的单纯形法。应用本书时，后面好几章的次序可以颠倒，甚至可以省略某几章，学习时不会因之发生困难，也不会失去连续性。

每章开头先清楚讲述有关的定义、原理和定理，并配以例题和其他说明材料。接着由浅入深罗列大量题解和补充题。题解的作用在例示理论，扩充理论，详尽阐明细节（不这样做的话，学生常常会感到心里不踏实），以及重复基本原理，这对于巩固学习效果是至关紧要的。定理的证明和基本结果的推导也包括在题解中，补充题可用来复习每章的材料。

本书内容比大多数初级课程所能讲解的为多。这样，伸缩性较强，参考价值大些，也可以引起读者对各项论题进一步的兴趣。

李普许兹于天普大学

目　录

第一章　命题和真值表

语　　句

语句(或断言)是符号(或声音)的任一汇集，其意义不是真的，就是假的，但不能既真又假。通常用字母来表示语句：

$$p, q, r, \cdots$$

语句的真或假称为它的真值。

例 1.1：考虑下述表述式：

(i)　巴黎在英国。　　　　(iii)　你到哪儿去？

(ii)　$2+2=4$。　　　　　(iv)　把家庭作业写在黑板上。

式(i)和(ii)是语句；第一个是假的，第二个是真的。式(iii)和(iv)不是语句，因为它们都不是非真即假的。

复合语句

某些语句是拼合而成的，也就是说它是由一些子语句和各种逻辑联结词构成的，对此将一一加以论述。这种合成的语句称为复合语句。

例 2.1："玫瑰是红色的，而紫罗兰是蓝色的"是一个复合语句，具有两个子语句："玫瑰是红色的"和"紫罗兰是蓝色的"。

例 2.2："他天资聪明或者每夜勤读"是一个隐含形式的复合语句，具有子语句"他天资聪明"和"他每夜勤读"。

复合语句的基本性质是，它的真值完全由它的子语句的真值连同构成复合语句的联结方式所确定。我们先来研究几个联结词。

合取，$p \wedge q$

任何两个语句可以用词"和"联结起来合成一个语句，称为原来语句的合取。符号

$$p \wedge q$$

表示语句 p 和 q 的合取，读作"p 和 q"。

例 3.1：设 p 是"雨下不止"，q 是"阳光照耀"。

那末 $p \wedge q$ 表示语句"雨下不止和(且又)阳光照耀"。

复合语句 $p \wedge q$ 的真值满足下述性质：

[T_1] 如果 p 是真的，q 是真的，那末 $p \wedge q$ 是真的；否则 $p \wedge q$ 是假的。

换句话说，仅当每个(子)语句是真时，两个语句的合取为真。

例 3.2：考虑下述四个语句：

(i) 巴黎在法国和 $2+2=4$。

(ii) 巴黎在法国和 $2+2=5$。

(iii) 巴黎在英国和 $2+2=4$。

(iv) 巴黎在英国和 $2+2=5$。

根据[T_1]，只有第一个语句是真的。其余三个语句都是假的，因为各自至少有一个子语句是假的。

说明[T_1]的一种简便方式如下表所示：

p	q	$p\wedge q$
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

这里，第一行是"如果 p 是真和 q 是真，那末 $p\wedge q$ 是真"整段叙述的缩写。其余各行也有类似的含义。我们把这张表看成是，把复合语句 $p\wedge q$ 的真值精确定义为 p 和 q 的真值的一个函数。

析取，p∨q

任何两个语句可以用词"或"(取"和/或"的意义，见本节末尾的附注)联结起来合成一个新的语句，称为原来两语句的析取，符号

$$p\vee q$$

表示语句 p 和 q 的析取，读作"p 或 q"。

例 4.1：设 p 是"马克在大学里学的法语"，q 是"马克以前住在法国"。那末$p\vee q$ 是语句"马克在大学里学的法语，或者马克以前住在法国"。

复合语句 $p\vee q$ 满足下述性质：

[T_2] 如果 p 是真的，或者 q 是真的，或者 p 和 q 都是真的，那末 $p\vee q$ 是真的；否则，$p\vee q$ 是假的。

因此，仅当两个子语句都是假时，两个语句的析取为假。

[T_2]也可以用下述表格形式写出，我们把这张表看作是对 $p\vee q$ 的定义：

p	q	$p \vee q$
真	真	真
真	假	真
假	真	真
假	假	假

例 4.2：考虑下述四个语句

(i) 巴黎在法国或 $2+2=4$。

(ii) 巴黎在法国或 $2+2=5$。

(iii) 巴黎在英国或 $2+2=4$。

(iv) 巴黎在英国或 $2+2=5$。

根据[T_2]，只有(iv)是假的。其余三个语句都是真的，因为各自至少有一个子语句是真的。

附注："或"一词通常有两种不同的使用方法。有时，它取"p 或 q 或两者"的意义，即两种替代方式中至少有一个实现，如同上面提及的那样；而有时它取"p 或 q，但不能两者"的意义，即两种替代方式中恰好有一个实现。例如，语句"他将去哈佛大学或耶鲁大学"就是取后面的意义使用"或"一词的，这称为不可兼析取。除非另有说明，"或"将以前一意义使用。这样讨论一下，就明确了我们使用符号语言能提高精确性：$p \vee q$ 由它的真值表定义，并且始终表示"p 和/或 q"。

否定，$\sim p$

给出一个语句 p，在 p 的后面写上"是假的"，或"不成立"，或者可能的话，在 p 中嵌入"不"一词，可以构成另外一个语句，称为 p 的否定。符号

$$\sim p$$

表示 p 的否定，读作"非 p"。

例 5.1：考虑下述三个语句

(i) 巴黎在法国。

(ii) 巴黎在法国这说法不成立。

(iii) 巴黎不在法国。

(ii)和(iii)各是(i)的否定。

例 5.2：考虑下述语句

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

(i) $2+2=5$。

(ii) $2+2=5$不成立。

(iii) $2+2\neq 5$。

(ii)和(iii)各是(i)的否定。

语句的否定的真值满足下述性质：

[T_3] 如果p是真的，那末$\sim p$是假的；如果p是假的，那末$\sim p$是真的。

因此，任一语句的否定的真值始终与原来语句的真值相反。定义这一联结词的性质[T_3]也可以写成表格形式：

p	$\sim p$
真	假
假	真

例5.3：考虑例5.1中的几个语句。注意到(i)是真的，而(ii)和(iii)各是它的否定，都是假的。

例5.4：考虑例5.2中的几个语句，注意到(i)是假的，而(ii)和(iii)各是它的否定，都是真的。

命题和真值表

通过反复使用逻辑联结词($\wedge$，$\vee$，$\sim$以及其他以后介绍的)，我们可以构造更为复杂的复合语句。当一个复合语句$P(p,q,\cdots)$中的子语句p，q，…是变项时，我们称这一复合语句为一个命题

于是，一个命题的真值只依赖于它的变项的真值；也就是说，已知命题的变项的真值，这一命题的真值就为已知。揭示这关系的一种简洁方法是作出一张真值表。这种真值表，例如命题$\sim(p\wedge\sim q)$的，如下所示：

p	q	$\sim q$	$p\wedge\sim q$	$\sim(p\wedge\sim q)$
真	真	假	假	真
真	假	真	真	假
假	真	假	假	真
假	假	真	假	真

注意到，真值表起首几列是为变项$p,q,\cdots$设置的，而且，表中有着足够多的行，以使容纳这些变项的“真”和“假”的一切可能的组合。(例如，2个变项，如上所示，需要4行；3个

变项需要 8 行；一般地，n 个变项需要 2^n 行)。然后，命题结构每有一个“初级”阶段，表中都设有一列，每一个的真值从上一阶段根据联结词∧，∨，～的定义来确定。最后在末尾的一列上得到这一命题的真值。

附注：上述命题的真值表确切地说是由变项下的列和命题下的列所组成的：

p	q	$\sim(p\wedge\sim q)$
真	真	真
真	假	假
假	真	真
假	假	真

其余的那些列是在构造真值表的过程中加以使用的。

构造命题～$(p\wedge\sim q)$的上述真值表的另一方式如下。先作出下述表格：

p	q	$\sim$	$(p$	$<$	$\sim$	$q)$
真	真					
真	假					
假	真					
假	假					
步骤						

注意到，命题写在第一行，且位于它的变项的右侧，而在每一变项或逻辑联结词下面，各有一列。分若干步把真值填入真值表中，如下：

p	q	$\sim$	$(p$	$\wedge$	$\sim$	$q)$
真	真		真			真
真	假		真			假
假	真		假			真
假	假		假			假
步骤			1			1

(a)

p	q	$\sim$	$(p$	$\wedge$	$\sim$	$q)$
真	真		真		假	真
真	假		真		真	假
假	真		假		真	真
假	假		假		假	假
步骤			1		2	1

(b)

p	q	$\sim$	$(p$	$\wedge$	$\sim$	$q)$
真	真		真	假	假	真
真	假		真	真	真	假
假	真		假	假	假	真
假	假		假	假	真	假
步骤			1	3	2	1

(c)

p	q	$\sim$	$(p$	$\wedge$	$\sim$	$q)$
真	真	真	真	假	假	真
真	假	假	真	真	真	假
假	真	真	假	假	假	真
假	假	真	假	假	真	假
步骤		4	1	3	2	1

(d)

这一命题的真值表由变项下的两个初始列和最后填入的即末尾一列构成。

问 题 及 其 解

语　　句

1.1. 设 p 是"天气冷"，q 是"天下雨"。对下述各语句写出简单的文字叙述：

(i) $\sim p$，(ii) $p\wedge q$，(iii) $p\vee q$，(iv) $q\vee\sim p$，(v) $\sim p\wedge\sim q$，(vi) $\sim\sim q$。

解：在各种情况下，分别把 $\wedge$，$\vee$ 和 $\sim$ 译成"和"，"或"和"这是假的"或"不真实"或"不"，而后简化得如下句子：

(i) 天气不冷。

(ii) 天气既冷又下雨。

(iii) 天气冷，或者下雨。

(iv) 天下雨，或者天气不冷。

(v) 天不冷，也不下雨。

(vi) 天不下雨的说法不真实。

1.2. 设 p 是"他是高高的"，q 是"他是清秀的"。把下述各语句写成使用 p 和 q 的符号形式。

(i) 他是高高的和清秀的。

(ii) 他是高高的，但不清秀。

(iii) 他是矮矮的或清秀的说法不真实。

(iv) 他既不是高高的，也不是清秀的。

(v) 他是高高的，或者他是矮矮和清秀的。

(vi) 他是矮矮的或不清秀的说法不真实。

(假定"他是矮矮的"意味着"他不高"，即 $\sim p$。)

解：(i) $p\wedge q$。(ii) $p\wedge\sim q$。(iii) $\sim(\sim p\vee q)$。(iv) $\sim p\wedge\sim q$。(v) $p\vee(\sim p\wedge q)$。

(vi) $\sim(\sim p\vee\sim q)$。

复合语句的真值

1.3. 确定下述各语句的真值：

(i) $3+2=7$ 和 $4+4=8$。(ii) $2+1=3$ 和 $7+2=9$。(iii) $6+4=10$ 和 $1+1=3$。

解：根据性质[T_1]，复合语句"p 和 q"仅当 p 和 q 两者同时为真时是真的。因此：(i) 假，

(ii) 真，(iii)假。

1.4. 确定下述各语句的真值：

(i) 巴黎在英国或 $3+4=7$。

(ii) 巴黎在法国或 $2+1=6$。

(iii) 伦敦在法国或 $5+2=3$。

解：根据性质[T_2]，复合语句"p 或 q"仅当 p 和 q 两者同时为假时是假的。因此：(i)真，(ii)真，(iii)假。

1.5. 确定下述各语句的真值：

(i) 伦敦在法国是不真实的。

(ii) 伦敦在英国是不真实的。

解：根据性质[T_3]，p 的否定的真值与 p 的相反，因此：(i)真，(ii)假。

1.6. 确定下述各语句的真值：

(i) $2+2=4$ 和 $1+1=5$ 是不成立的。

(ii) 哥本哈根在丹麦，和 $1+1=5$ 或 $2+2=4$。

(iii) $2+2=4$ 或伦敦在法国的说法不成立。

解：(i) 合取语句"$2+2=4$ 和 $1+1=5$"是假的，因为它的子语句之一"$1+1=5$"是假的。于是，它的否定(即给出的语句)为真。

(ii) 析取语句"$1+1=5$ 或 $2+2=4$"是真的，因为它的子语句之一"$2+2=4$"是真的。于是，给出的语句为真，因为它的两个子语句"哥本哈根在丹麦"，"$1+1=5$ 或 $2+2=4$"都是真的。

(iii) 析取语句"$2+2=4$ 或伦敦在法国"是真的，因为它的子语句之一"$2+2=4$"是真的。于是，它的否定即给出的语句为假。

命题的真值表

1.7. 求出 $\sim p\wedge q$ 的真值表

解：

p	q	$\sim p$	$\sim p\wedge q$
真	真	假	假
真	假	假	假
假	真	真	真
假	假	真	假

方法 1

p	q	$\sim$	p	$\wedge$	q
真	真	假	真	假	真
真	假	假	真	假	假
假	真	真	假	真	真
假	假	真	假	假	假
步骤		2	1	3	1

方法 2

1.8. 求出$\sim(p\vee q)$的真值表。

解：

p	q	$p\vee q$	$\sim(p\vee q)$
真	真	真	假
真	假	真	假
假	真	真	假
假	假	假	真

方法 1

p	q	$\sim$	$(p$	$\wedge$	$q)$
真	真	假	真	真	真
真	假	假	真	真	假
假	真	假	假	真	真
假	假	真	假	假	假
步骤		3	1	2	1

方法 2

1.9. 求出$\sim(p\vee\sim q)$的真值表。

解：

p	q	$\sim q$	$p\vee\sim q$	$\sim(p\vee\sim q)$
真	真	假	真	假
真	假	真	真	假
假	真	假	假	真
假	假	真	真	假

方法 1

p	q	$\sim$	$(p$	$\vee$	$\sim$	$q)$
真	真	假	真	真	假	真
真	假	假	真	真	真	假
假	真	真	假	假	假	真
假	假	假	假	真	真	假
步骤		4	1	3	2	1

方法 2

1.10. 求出下述命题的真值表：(i)$p\wedge(q\vee r)$，(ii)$(p\wedge q)\vee(p\wedge r)$。

解： 由于有 3 个变项，在真值表中需要$2^3=8$行。

p	q	r	$q\vee r$	$p\wedge(q\vee r)$
真	真	真	真	真
真	真	假	真	真
真	假	真	真	真
真	假	假	假	假
假	真	真	真	假
假	真	假	真	假
假	假	真	真	假
假	假	假	假	假

(i)

p	q	r	$p\wedge q$	$p\wedge r$	$(p\wedge q)\vee(p\wedge r)$
真	真	真	真	真	真
真	真	假	真	假	真
真	假	真	假	真	真
真	假	假	假	假	假
假	真	真	假	假	假
假	真	假	假	假	假
假	假	真	假	假	假
假	假	假	假	假	假

(ii)

注意到两个命题有相同的真值表。

杂题

1.11 设 Apq 表示 $p\wedge q$，Np 表示 $\sim p$。用 A 和 N 代替 $\wedge$ 和 $\sim$，改写下述命题。

(i) $p\wedge\sim q$　　(iii) $\sim p\wedge(\sim q\wedge r)$

(ii) $\sim(\sim p\wedge q)$　　(iv) $\sim(p\wedge\sim q)\wedge(\sim q\wedge\sim r)$

解： (i) $p\wedge\sim q=p\wedge Nq=ApNq$。

(ii) $\sim(\sim p\wedge q)=\sim(Np\wedge q)=\sim(ANpq)=NANpq$。

(iii) $\sim p\wedge(\sim q\wedge r)=Np\wedge(Nq\wedge r)=Np\wedge(ANqr)=ANpANqr$

(iv) $\sim(p\wedge\sim q)\wedge(\sim q\wedge\sim r)=\sim(ApNq)\wedge(ANqNr)$

$=(NApNq)\wedge(ANqNr)=ANApNqANqNr$

注意到，用 A 和 N 代替 $\wedge$ 和 $\sim$ 的最后答案中没有括号。事实上，已经证明，在任一用 A 和 N 表示的命题中绝对不需要用括号。

1.12. 用 $\wedge$ 和 $\sim$ 代替 A 和 N，改写下述命题。

(i) $NApq$　　(iii) $ApNq$　　(v) $NAANpqr$

(ii) $ANpq$　　(iv) $ApAqr$　　(vi) $ANpAqNr$

解： (i) $NApq=N(p\wedge q)=\sim(p\wedge q)$

(ii) $ANpq=A(\sim p)q=\sim p\wedge q$

(iii) $ApNq=Ap(\sim q)=p\wedge\sim q$

(iv) $ApAqr=Ap(q\wedge r)=p\wedge(q\wedge r)$

(v) $NAANpqr=NAA(\sim p)qr=NA(\sim p\wedge q)r=N[(\sim p\wedge q)\wedge r]=\sim[(\sim p\wedge q)\wedge r]$

(vi) $ANpAqNr=ANpAq(\sim r)=ANp(q\wedge\sim r)=A(\sim p)(q\wedge\sim r)=\sim p\wedge(q\wedge\sim r)$

注意，包含 A 和 N 的命题是从右到左地分解的。

补 充 题

语　句

1.13. 设 p 是语句“马克是富裕的”，q 是语句“马克是快乐的”。把下述句子写成符号形式。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com