中学教师参考资料汇编

下　册

数　学　教　学
物　理　教　学
化　学　教　学
生　物　教　学

山东省图书馆 报刊部 咨询服务部 编印

一九八七年六月

【数学教学】

四类典型的不完善命题 ………………………… 李迪森 (1)
尝试指导 效果回授—顾冷沅数学教改经验 ………… 贾庆祥 (3)
"折项法"分解因式一例 ………………………… 张 强 (5)
从一道竞赛题说开去 ………………………… 欧购粮 (6)
运动图形、演变命题、习题归类 ………………………… 丁并桐 (7)
《三角形内角和等于什么值》教案 ………………………… 花煜宽 (8)
寓新于旧，化繁为简 ………………………… 陈家祥 (10)
韦达定理的逆定理及其应用 ………………………… 范秋生 (11)
正确处理好七个关系组织好第二课堂
活动 ………… 江苏太仓县中初中数学备课组 (12)
编题时应注意的几点 ………………………… 龙 梅 (16)
谈谈初中生数学思维能力训练和教学方法改革 ………… 傅学顺 (17)
在"思维与数学教学"专题学术讨论会上的讲话 ………… 张孝达 (22)
分子有理化的应用 ………………………… 韩英杰 (24)
方程无解的判定 ………………………… 张成国 (26)
复合函数解题中几种常见错误剖析 ………………………… 张雨春 (27)
重心和垂心性质的应用 ………… 刘华明 刘芷林 (29)
拟柱体作截面的方法及其应用 ………………………… 蔡秉湘 (31)
根号下字母取值范围的一点浅见 ………………………… 潘永庆 (33)
由一道竞赛题的数量特征到作业的配套 ………… 任志瑜 (34)
借助图形分析解代数题二例 ………………………… 陈继武 (35)
高考练兵台 数学：三角函数 ………………………… (36)
一题多解与多变 ………………………… 董安东 (37)

高考练兵台，数学：立体几何 ---------------- 张　明 (38)
怎样求复合函数定义域 ---------------- 冬　青 (38)
解题技巧的探索 ---------------- 高家芳 (39)
多层次—多样化—大丰收 ---------------- 杨心镜 (40)
几何教学应讲究规律化—从前两届数学
　　“中考”试题所想到的 ---------------- 王　悌 (42)

〔物　理　教　学〕

中学电学实验总复习方法的尝试 ---------------- 石永祥 (43)
关于改进教学方法的几点建议—在全国中学
　　物理特级教师（部分）会议上的发言 -------- 沈克琦 (46)
中学物理教学改革的指导思想—根据在全国中学
　　物理特级教师（部分）会议上的讲话改写 ---- 雷树人 (48)
启发式实验教学法在课堂教学中的应用 ---------- 顾士一 (51)
从高考试卷分析看动量守恒定律的教学 ---------- 高自友 (53)
物理‘变条件’力学综合题 ---------------- 林桐绰 (56)
‘电磁现象’和‘直流电路’相结合的综合题 ------ 林桐绰 (57)
在物理教改中必须注意提高学生的思维能力 -------- 顾长乐 (58)
关于智能水平的划分—略谈布卢姆的教学目
　　标分类学 ---------------- 陈立明 (61)
原子核结合能的教学 ---------------- 秦家达 (64)
全国第三届中学生物理竞赛浙江考区第二
　　试题及其分析 -------- 浙江省中学生物理竞赛办公室 (68)
《李政道奖学金》物理竞赛实验试题及分析 ---- 陆申龙 蔡颂仪 (71)
物理教学要重视培养学生的说理表达能力 -------- 林桐绰 (73)

中速度是对什么而言的 ---------------- 范以宏 (77)
计算机在物理教学中不同用途的比较 ---------------- (78)
做好分组实验　培养思维能力 ---------------- 胡秋菊 (81)

〔化 学 教 学〕

中学化学教师应熟悉的化学反应（三）---------------- 南忠太 (84)
中学化学教师的发散点 ---------------- 郑瑞兰 (86)
化学教学的艺术性 ---------------- 周天齐 (87)
谈谈元素化合物的用途教学 ---------------- 程国清　吕志敏 (90)
溶液的酸碱性跟〔H　〕、〔OH　〕、PH值
　　与POH值的相互关系 ---------------- 禹　济 (91)
T^-与NO_3^-能在强酸性环境中共存吗? ---------------- 王　槐　沈怡文 (95)
浅谈中学化学中工业化学生产知识的教学 ---------------- 杜淑贤 (96)
物质结构与能量最低原理 ---------------- 刘汉坤 (99)
'四课型知识单元复习法'初探 ---------------- 张宝贵　张　榆 (101)
高锰酸钾与几种有机物之间的氧化—还原反应 ---------------- 杨善德 (104)
有机化学计算的基本方法和解题技能 ---------------- 卢有源　王　槐 (106)
一道值得注意的化学题 ---------------- 杜增昌 (109)
我这样进行"物质结构元素周期律'的总复习教学 ---------------- 吴　涛 (110)
现行中学化学教学大纲是怎样修订的 ---------------- 梁英豪 (114)

〔生 物 教 学〕

谈谈近几年来我国高考命题变化及复习时应
　　注意的问题 ---------------- 余南民 (119)
运用'动态平衡'讲清根细胞'交换吸附'的机理 ---------------- 李庄临 (122)
关于"光合作用意义"的演示实验 ---------------- 王春熙 (124)

发现法应用一例—“生态系统’一节的教学实践 - - - -骆兴以(125)
介绍一道着重考查学生能力的习题 - - - - - - - - - - - -冯永康(127)
浅谈《基因的遗传规律》的复习 - - - - - - - - - - - -范文浩(128)
《苔藓植物》一章实验教学探讨 - - - - - - - - - - - -洪如林(131)
谈谈植物课中的画图教学 - - - - - - - - - - - - - -刘新德(134)

〔补 白〕

小学生教学智能测评范围（4） 纬十路小学举办‘整体改革育新人’’研讨会（4） 世界各国教育面临的共同问题与改革的共同特点（45）

四类典型的不完善命题

李迪淼

编拟数学试题，是每个数学教师经常性的工作，这一工作，看上去平凡无奇，实质上并非易事，稍有不慎，就会导致谬误。下面看一些例子，为方便计，将它们归纳为四种类型。

第一类、题设条件中隐含有逻辑矛盾。

例1 已知 $\dfrac{1}{\cos(\alpha-\beta)}$，$\dfrac{1}{\cos\alpha}$，$\dfrac{1}{\cos(\alpha+\beta)}$成等差数列，其中$0°<\alpha$，$\beta<90°$，求 $\dfrac{\cos\alpha}{\cos\frac{1}{2}\beta}$的值。

该题（见《教学与研究》86年第8期第20页以及《厦门数学通讯》86年3期第25页）看上去似乎没有什么错漏之处，然而仔细推敲，就会发现问题所在。考察其条件，自然会问：当 $0°<\alpha$，$\beta<90°$时，三数 $1/\cos(\alpha-\beta)$，$1/\cos\alpha$，$1/\cos(\alpha+\beta)$果能构成等差数列吗？事实上这是不可能的，因为若假设三数能构成等差数列，则必有

$$\frac{2}{\cos\alpha}=\frac{1}{\cos(\alpha-\beta)}+\frac{1}{\cos(\alpha+\beta)}$$

即 $\dfrac{2}{\cos\alpha}=\dfrac{2\cos\alpha\cos\beta}{\frac{1}{2}(\cos2\alpha+\cos2\beta)}$ 从而必有

$$\cos2\alpha+\cos2\beta=2\cos^2\alpha\cos\beta,$$

即 $2\cos^2\alpha-1+2\cos^2\beta-1=2\cos^2\alpha\cos\beta$，

即 $\cos^2\alpha(1-\cos\beta)=1-\cos^2\alpha$ ①

$\because$ $0°<\beta<90°$，$\therefore 1-\cos\beta\neq0$，从而由①得知必有 $\cos^2\alpha=1+\cos\beta$ ②

$\because$ $0°<\alpha$，$\beta<90°$，$\therefore 0<\cos\alpha<1$，$0<\cos\beta<1$，$\therefore\cos^2\alpha<1$，$1+\cos\beta>1$，这表明②式是一个矛盾等式，这矛盾说明在$0°<\alpha$，$\beta<90°$这一条件的制约下，$1/\cos(\alpha-\beta)$，$1/\cos\alpha$，$1/\cos(\alpha+\beta)$是绝对不可能构成等差数列的，也就是说，原题的条件是相互矛盾的。

第二类、条件不充分。

这一类题最为常见，为了减少篇幅，这里只举三个简单的例子。

例2 如果 $4x-3y-6z=0$，$2x+4y-14z=0$，求 $\dfrac{2x^2+3y^2+6z^2}{x^2+5y^2+7z^2}$的值。

显然，$x=y=z=0$ 适合题设条件，而此时结果无法求出，因此该题（见《北京市中学高中数学总复习教学参考书》第23页）应补充条件：x、y、z不同时为零。

例3 已知 $8^x=9^y=6^z$，

求证：$\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}=\dfrac{6}{z}$。

显然，$x=y=z=0$ 满足题设条件，可是此时待证式失去意义，因而该题（见同上书目的第31页）须得补充条件：$x\cdot y\cdot z\neq0$。

例4 已知等差数列的通项a_n，等比数列的通项b_n，又$a_1=b_1$，$a_2=b_2$，且对所有的自然数n，都有$a_n>0$，证明：当$n>2$时，$a_n<b_n$。

该题（见地质出版社出版的《学数学应考专辑》第19页）的结论也不一定成立，例如取$a_n=1^n$，$b_n=(-1)^{2n}$，虽然它们适合题设条件，但是，对任意的自然数n，只有$a_n=b_n$成立，表明该题条件不充分，须得补充“$\{a_n\}$不是常数列”这一条件。

第三类、题设条件过多。

一道试题的条件过多，往往有可能导致这样三种现象的发生：一是条件间互相矛盾；二是条件不独立，也就是说，一条件可由其他条件逻辑地推出；三是缩小结论成立的范围。对于前两种现象，已有文章举例谈及，又为节省篇幅计，这里只就后一种现象举两个例子。

例5 已知 $\{x_n\}$是等差数列，$y_n=ax_n+b$，其中a、b是常数，$a\neq0$，求证：$\{y_n\}$是等差数列。

容易证明该题（见高级中学课本《代数》

（甲种本）第二册P.76)的结论是成立的，不过条件“$a\neq 0$”完全不必要，因为当$a=0$时，$\{y_n\}$是常数列$b, b, b, \cdots$，当然也是等差数列，因此，该题宜去掉这一条件。

例6　已知不相等的正数$a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$成等比数列，（且它们都不等于1），求证：$\frac{1}{\lg a_1\cdot\lg a_2}+\frac{1}{\lg a_2\cdot\lg a_3}+\cdots+\frac{1}{\lg a_{n-1}\cdot\lg a_n}=\frac{n-1}{\lg a_1\cdot\lg a_n}$.

对于该题（见86年8期《数学通讯》P.34），去掉“不相等”这一条件，结论同样成立，事实上，当$a_1=a_2=\cdots=a_n$时，

左边$=\frac{1}{\lg^2 a_1}+\frac{1}{\lg^2 a_1}+\cdots+\frac{1}{\lg^2 a_1}$　（共$n-1$项）$=\frac{n-1}{\lg^2 a_1}=\frac{n-1}{\lg a_1\cdot\lg a_n}=$右边。

可见，要求“不相等”是大可不必的，去掉了这一多余条件，不仅使命题显得更加精练，而且还有利于培养学生全面考虑问题的习惯。

值得一提的是，在教学中，考虑到学生的知识水平和接受能力，拟题时适当增加一些条件，以减轻题目的难度，这，也是常有的现象，不过这类题还应属于不完善之列。

第四类、叙述不清，语言含湖。

一道命题（包括试题），若叙述不清，语意含糊，则往往会使人费解，或使人产生误解，因而难以达到我们的教学目的。

例7　求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x}}$.

学过函数极限的学生都知道这样一个定理（见高级中学课本《微积分初步》（甲种本）23页）：“$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$的充要条件是$\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=A$”据此立知“$\lim\limits_{x\to x_0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x}}$不存在，因为“$\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x}}$”不存在。可见该题（见中国新闻出版社出版的《高中数学灵活基本训练题》P.184）不完善，问题就在于叙述不清，语意含糊。事实上，由于

$$\lim_{x\to 0+}\frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x}}=\lim_{x\to 0+}\frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1}+1)}=\lim_{x\to 0+}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}+1}=0,$$

因此，原题应修正为“求$\lim\limits_{x\to 0+}\frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x}}$”，我猜想这也是原题编者的本意所在，只是没有标明罢了。

例8　求$1+3x+5x^2+7x^3+\cdots+(2n-1)x^{n-1}+\cdots\cdots$的前$n$项的和。

该题（见北京出版社出版的《高中数学总复习教学参考书》第141页）的叙述也不大清楚，因为中学教材里只讲过“求某数列的前n项的和”，而学生又从未遇到过这样的式子，因此误认为“$1+3x+5x^2+\cdots+(2n-1)x^{n-1}+\cdots$是数列，它的各项依次为$1, 1+3x, 1+3x+5x^2, \cdots$，其前$n$项之和为$S_n=1+(1+3x)+(1+3x+5x^2)+\cdots+[1+3x+\cdots+(2n-1)x^{n-1}]$”。这与该题的本意“求$1+3x+5x^2+\cdots+(2n-1)x^{n-1}$”相去甚远，因此，原题宜修正为：“求数列：$1, 3x, 5x^2, 7x^3, \cdots, (2n-1)x^{n-1}, \cdots$前$n$项之和。”

例9　与一个定点的距离和一条定直线的距离的比等于常数e的点的轨迹，当$0<e<1$时是椭圆；$e>1$时是双曲线；$e=1$时是抛物线。

这里，由于没有把“定点”与“定直线”的位置关系叙述清楚，因而学生认为还有这样一种可能，即“定点”在“定直线”上。此时容易得知：

①当$e=1$时，轨迹是过“定点”与“定直线”垂直的直线；

②当$e>1$时，轨迹是过“定点”的两条关于“定直线”对称的直线（“定点”除外）；

③当$0<e<1$时，无轨迹。

可见其轨迹都不可能是常态二次曲线。这，与该命题（见于各解析几何教材）的本意是相违背的。

以上所举九例都是较为常见的，看来，加强拟题修养，提高命题质量，实在必要！

尝试指导　效果回授

——顾泠沅数学教改经验

贾庆祥

青浦，这个鲜为人知的上海市远郊小县，由于顾泠沅数学教改实验的成功经验而遐迩闻名。他们的实验报告获第二届全国数学教学研究会优秀论文奖首奖。著名教育家刘佛年多次撰文，指出"这个经验无论对教改实践或教育理论都有重要的意义"。世界著名教育心理学家、美国教育研究会原主席布卢姆，在去年来华讲学时，专门听取了顾泠沅实验情况介绍，给予高度评价。

顾泠沅数学教学改革实验，从1977年开始，经过三年教学调查、一年经验筛选、三年实验研究、三年全面推广，至今已走过整整十个年头。这里介绍的是他们经过十年探索，总结出的一套大面积提高中学数学教学质量的教学方法——"尝试指导、效果回授"教学法。

这套教法的基本内容是：数学教学应以培养学生获得和运用知识的能力为目标，将教材组织成一定的尝试层次，通过教师指导学生尝试来进行教学，以活跃思维；同时，十分注意回授学习的效果，及时调节教学，以强化获得的知识和技能。它包括六个环节：启发诱导，创设问题情境——探究知识的尝试——归结论——变式练习的尝试——回授尝试效果——单元教学结果的回授调节。其中，"尝试"是中心环节，包括探究知识和变式训练两个方面，"诱导"是为"尝试"创造条件，"归纳"是使"尝试"学习后所获得的知识更为明确、系统，"回授"、"调节"则是进一步强化学得的知识技能，减少"尝试"的盲目性，提高学习效率。当然，在具体执教时，不能把六个环节当成课堂教学的固定模式套用。

下面，结合课堂教学实况，说明"尝试指导，效果回授"教学法的实施要点。

让学生在迫切要求下学习

顾泠沅实验小组曾对全县一般中学的244名学生，就上课注意力是否集中的情况进行调查。结果表明，不论任何情况，注意力都能集中的学生仅占10.2%。其他人呢，有3／10的人"不感兴趣"，3／10的人被"外界吸引"，2／10的人"听不懂"，1／10的人自认为"懂了"。一位执教三十多年的老教师吃惊地说："我说传统的教法为啥不灵了，原来根本就'灌'不进去。"可见要提高教学质量，研究如何激发学生的学习动机非常重要。

启发诱导，创设问题情境，激发学生的学习兴趣，提高学生的注意力。

这是一堂实验课：学习《对数表》。

上课时，老师拿出一张白纸。"同学们，它的厚度约为0.083毫米，现在我对折三次，厚度还不到一毫米，要是对折30次，那它的厚度应该是多少？"

学生纷纷估计，有人干脆取纸实验。

"我经过计算，那厚度将超过十座珠穆朗玛峰的高度。"

惊讶。怀疑。议论。

有的开始试算：0.083×2^{30}。可是，这2的30次方要算多久呀。

"如果我们学会使用对数表，那么很快就能得到正确的结果。"老师因势利导，随即讲起对数表的构造、查表方法……

学生被有趣的问题吸引住了，听得仔细，练得认真。

实验数据表明：一般说来，学生只要真正想学，是完全可以学好的。

教师应根据教材特点，选择内容编成问题，把问题作为教学过程的出发点，而不是把感知教材作为出发点，以此激发学生学习的兴趣和积极性。引入新课，教师先引导学生一起对某些问题进行探讨和磋商，造成学生急于想解决问题，但仅利用已有的知识和技能却又无法解决，形成所谓"认知冲突"，同时，教师不断地对学生的这种心理倾向起促进和调节作用，使之指向明确并维持一定程度。

造成学生迫切学习的心理状态，必须让学生产生一种解决问题的欲望，理解数学知识并感到有用；解某个数学问题感到有趣；最重要的是对问题可能自行思考和归纳，并由此提高学习的信心。

尝试指导　"开而弗达"

三年教学调查使顾泠沅发现，学生的学习普遍停留于机械模仿，独立思考能力差，这是学习数学的重要障碍。怎样才能充分发挥学生学习中的主动作用，改变以往那种被动的、单纯听讲的学习方法呢？

大量实验数据表明，"在讲授的同时，辅之以尝试指导"，是发展学生智力，增长能力的有效措施。这里的尝试，不同于桑代克提出的"尝试错误学习"中动物性的盲目尝试，而是一种让学生自己通过究其

原因，试其难易，从而获取知识技能，发展认识能力的活动。它包括探究发现和模仿应用这两种尝试。

这是实验教师在上《用拆添项法分解因式》。

老师先在黑板上出示一题：x^6-1，要求全班学生笔练，并请两名学生板演。

学生很快发现，用“平方差公式”分解和用“立方差公式”分解，竟得出两种截然不同的答案。

“一定是谁做错了。”老师笑而不答。学生复查、验算——两种解法都没错！

思考、议论。一些同学提出猜想：“也许那个四次式还能继续分解，得到两个二次式的积，答案不就统一了？”

“试一试。”老师不置可否，开始巡视。

各种学过的分解因式的方法——用了，各种“招数”、“技巧”也一一试了，都无济于事——这是老师意料中的：

要验证这一猜想的关键就是：拆项分解。

学生面露难色。

“能否先用乘法演算？”老师稍加点拨。

峰回路转——猜想被证实。

“分解”和“相乘”是互逆的，已经能“走过去”，何愁会“回不来”？

激疑——猜想——点拨——发现。

一个教学上的难点就这样在轻松愉快的气氛中被突破了。

尝试点的选取与设计是尝试指导成败的关键。“尝试的深浅，难易要适当，要恰到好处。”第一，要让学生面对适度的困难，以期引起探索的兴趣；第二，不能太难，应使大多数学生能着手尝试，第三，开始时，步子宜小，随能力增长，逐步加大步子。

（未完待续）

·来稿摘编·

小学生数学智能测评范围

所谓数学智能的测评，是依据教师对数学智能结构的理解，编拟一些适合的测验题，对学生的数学智能所进行的一种量的测定。根据测验所获得的客观数据，对照教学目标进行分析和说明，以判断学生数学智能发展的水平。

小学生的数学智能是在掌握和运用数学计算知识的学习过程中在教师指导下逐步形成发展起来的。对他们数学智能的测评应包括：①掌握数概念能力的测评，主要是测查学生对数的分解和组合的能力。②掌握数量关系能力的测评，它包括数学概括能力、逆运算能力（即思维能迅速而自由地转换到直接和反进程的能力）、函数思维能力（即把握两个以上变量各要素间对应关系的能力）、数学推理能力。③掌握空间关系的能力，主要是指空间关系的认识能力，其中包括空间知觉、空间记忆、空间想象和空间思维概括能力。以上各部分是一个互相联系的有机整体，构成了小学生数学智能的基本内容。测评小学生的数学智能不能单凭一个方面就给学生下绝对的结论，必须根据学生在各方面表现出来的能力进行综合评定，才容易得出比较客观的结论。

目前在小学数学教学中，人们往往自觉不自觉地把“会做题”作为学生“学会了”的标准，平时批改作业、考试也是以题目对错评分，只注意学生解题的答案，而忽略学生解题的思维方法和程序。教学中学生所做的各种练习，就是题目做对了，也要追问他是怎么想出来的，为什么要这样算。让学生讲思维过程，说算理，这对小学生数学智能的发展来说是极为有利的。（掖县　祝明香）

纬十路小学举办“整体改革育新人”研讨会

4月16日至20日，济南市纬十路小学举办“整体改革育新人”研讨会。全校教师和来自全省重点小学的一些领导和教师，以及有关地（市）、县（区）教育局教研室的同志近200人参加了研讨会。

研讨会上，华东师范大学教育系副教授李伯棠、上海市长宁区教育学院特级教师左友仁、《山东教育》编辑部副主任邵小武、山东省教育学院副教授徐胜三、济南市教育学院副教授于春跃、山东省教研室特级教师王庸、以及全国表彰的好家长项振国等同志，分别作了专题报告。左友仁和李伯棠的学生陈晓燕，为大家举行了观摩课，受到了听课教师与学生的高度赞扬。纬十路小学的语文、数学、自然等学科的一些教师，也出了公开课，有关同志并对语文与数学教学进行了评课。纬十路小学就该校近年来进行教育改革的情况作了较详细的汇报。与会者认为，会议体现了改革精神，开阔了眼界，拓宽了思路。

（本刊记者）

简　讯

山东省中学物理教学研究会第二次代表大会暨第三届年会于1987年4月23日至26日在菏泽市举行。会议号召全省物理教师深入开展教学研究，提高教学水平。据悉，该教研会创办的《中学生物理报》已被定为全国物理教研会的会报。

（集武）

“拆项法”分解因式一例

山西怀仁县河头中学　张强

用“拆项法”分解因式，学生普遍感到变幻莫测，难于掌握，究其原因是由于不善于观察多项式的结构特征。现举一例，并通过多种不同的解法，探讨解题途径，以供大家参考。

例　分解因式：$3x^3-5x^2-11x-3$。

分析：这个多项式的特征是，奇次项系数变号后，各项系数的代数和为零，即 $-3-5+11-3=0$，据此，我们可以推出下面四种关系式：（1）$3=-5+11-3$；（2）$-5=3-11+3$；（3）$-11=-3-5-3$；（4）$-3=3+5-11$（其中等号左边的数为各项系数），因此，可用如下解法。

解一：据第一关系式，把三次项拆成 $-5x^3+11x^3-3x^3$，具体分解如下：

$$\begin{aligned}&3x^3-5x^2-11x-3\\&=-5x^3+11x^3-3x^3-5x^2-11x-3\\&=(-5x^3-5x^2)+(11x^3-11x)-(3x^3+3)\\&=-5x^2(x+1)+11x(x+1)(x-1)\\&\quad-3(x+1)(x^2-x+1)\\&=(x+1)(-5x^2+11x^2-11x-3x^2+3x-3)\\&=(x+1)(3x^2-8x-3)\\&=(x+1)(x-3)(3x+1);\end{aligned}$$

解二：据第二关系式，把二次项拆成 $3x^2-11x^2+3x^2$，具体分解如下：

$$\begin{aligned}&3x^3-5x^2-11x-3\\&=3x^3+3x^2-11x^2+3x^2-11x-3\\&=(3x^3+3x^2)-(11x^2+11x)+(3x^2-3)\\&=3x^2(x+1)-11x(x+1)\\&\quad+3(x+1)(x-1)\\&=(x+1)(3x^2-11x+3x-3)\\&=(x+1)(3x^2-8x-3)\\&=(x+1)(x-3)(3x+1);\end{aligned}$$

解三：据第三关系式，把一次项拆成 $-3x-5x-3x$，具体分解如下：

$$\begin{aligned}&3x^3-5x^2-11x-3\\&=3x^3-5x^2-3x-5x-3x-3\\&=(3x^3-3x)-(5x^2+5x)-(3x+3)\\&=3x(x+1)(x-1)-5x(x+1)-3(x+1)\\&=(x+1)(3x^2-3x-5x-3)\\&=(x+1)(3x^2-8x-3)\\&=(x+1)(x-3)(3x+1);\end{aligned}$$

解四：据第四关系式，把常数项拆成 $3+5-11$，具体分解如下：

$$\begin{aligned}&3x^3-5x^2-11x-3\\&=3x^3-5x^2-11x+3+5-11\\&=(3x^3+3)-(5x^2-5)-(11x+11)\\&=3(x+1)(x^2-x+1)\\&\quad-5(x+1)(x-1)-11(x+1)\\&=(x+1)(3x^2-3x+3-5x+5-11)\\&=(x+1)(3x^2-8x-3)\\&=(x+1)(x-3)(3x+1).\end{aligned}$$

至于各项系数的代数和为零时的情形，易可通过类比法归纳出解题规律，这里就不加赘述了。

注：1987年第1期中“巧写数”的答案为：$55\frac{55}{55}$.

青少年园地

从一道竞赛题说开去

湖南宁乡河坪中学　欧购粮

一九八四年上海市初中数学竞赛有这样一道试题："如图1，是某城市一张街道图，纵横各有五条道，如果从A处到B处（只能由北往南、由西向东），那么有____种走法"．

要解答这个问题，不妨我们先从最简单的问题入手．

问题1：某地从A往B纵横各有三条路，依上述走法，共有多少种走法（如图2）？

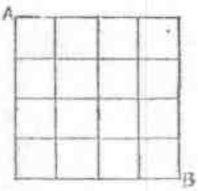

图 1

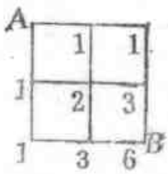

图 2

解：从A出发，依要求不论怎样走，必须经过四个交叉路口才能到达B处．从A到达各路口的走法见图3，共有6种走法．

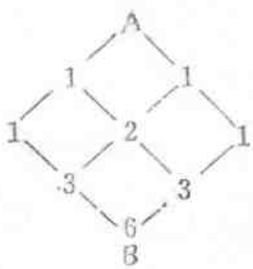

图 3

现在回答原竞赛题，走法可见图4，即从A往B必须经过八个交叉路口，从A往各路口的走法如图5．

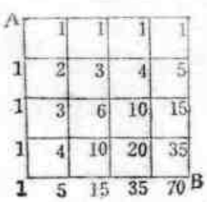

图 4

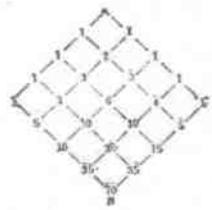

图 5

故可知从A到B共有70种走法．

分析以上两个表，我们不难想到二项式系数表．

$(a+b)^1$				1		1				
$(a+b)^2$			1		2		1			
$(a+b)^3$		1		3		3		1		
$(a+b)^4$	1		4		6		4		1	

因而，我们找到了解答这类问题的途径．一般地，从A往B纵横各有几条路，如果从A处到B处（只能从北到南，从西向东），其走法只须计算二项式$(a+b)^{2(n-1)}$展开式中的最大系数$M=C^n_{2(n-1)}$即可．

问题2：某城网状公路纵横各有12条街道，从A处到B处（只能由北到南，由西到东）共有多少种走法？（如图6）

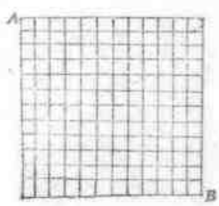

图 6

解：$\because\ C^n_{2(n-1)}=C^{12}_{2(12-1)}=C^{12}_{22}=C^{10}_{22}$

$$=\frac{22\times21\times20\times19\times18\times17\times16\times15\times14\times13}{1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10}$$

$=642146$（种）．

$\therefore$ 共有642146种走法．

教学研究

运动图形、演变命题、习题归类

江苏大丰县小海中学 丁并初

全日制十年制学校初中数学第四册53页例4：“海中有一小岛A，它周围8海里内有暗礁，渔船跟踪鱼群由西向东航行，在B点测得小岛A在北偏东60°，航行12海里到达D点，这时测得小岛A在北偏东35°。如果渔船不改变方向，继续向东捕捞，有没有触礁的危险（如图1）。

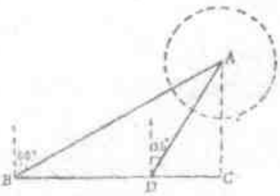

图 1

这是一道典型题目，很多测高、测距、航海题都源于此题。如果将图1中的AC改为表示建筑物的高度，此题就成为80页练习第3题“要测量底部不能到达的烟囱的高AC，从烟囱底部在同一水平直线上的B、D两处，测得烟囱的仰角分别是35°12′和49°28′，BD间的距离是11.12米，已知测角仪器高1.52米，求烟囱的高（如图2）。

图 2

如果将图1按顺时针方向旋转90°，那么原题即为83页第11题：“在山顶铁塔B处测得地面上一点A的俯角为54°40′，在塔底D处测得点A的俯角为50°1′，已知铁塔BD高27.3米，求山高CD（如图3）。

如果将图1绕BC翻转180°，原题即为206页第67题：“小山顶上有电视发射塔，已知它的高是50米，在平地上A点测得D的仰角是40°，B的仰角是70°，求小山CD的高（如图4）。

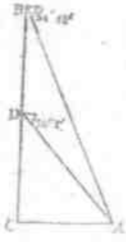

图 3

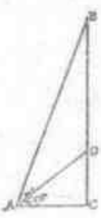

图 4

如果把图4按顺时针方向旋转180°，即为《初中数学练习题》（三年级上学期用）（北京出版社）第12页第40题：“一只船以32海里/小时的速度向正北方向航行，起初望见一灯塔在船的北20°东，半小时后，看见这灯塔在船的北65°东，求第二次望见灯塔的时候船和灯塔的距离（如图5）。

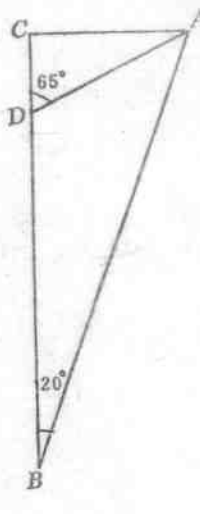

图 5

我们这样抓住典型例题，通过图形的旋转变化，把分散在教材中各部分的习题联在一起，归为一类，不仅能受到牵一发而动全身、由点及面之效，而且使学生兴味无穷，如果能经常引导学生自己这样做，对提高学生的学习积极性和培养学生的能力、发展智力是颇有益处的。

《三角形内角和等于什么值》教案

江西抚州市三中　花煜宽

教材内容　人民教育出版社编初级中学课本《几何》第一册§3.3．

教学目的（1）通过实验，启发、引导学生观察、探求发现三角形三个内角之和为180°．

（2）通过证明三角形内角和的定理，使学生理解为什么要引出平行线，如何在不同情况下引出平行线．

（3）培养学生观察、思维能力，建立运动的观点，从多侧面思考问题．

教学过程

一、复习：（1）叙述平角的定义．

（2）演示图1，设三个角为α、β、γ，其和为180°，将三个角角顶置于点O，顺次靠

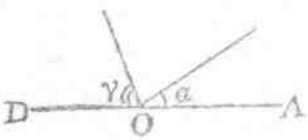

图 1

紧，则AO、OD是否在一直线上？

二、新课：

1．启发与分析

（1）引导学生观察投影器件．图2，在$\triangle ABC$中，点A不断移动，观察三内角A、B、C的变化情况，可获结论：①三角形内角在变

图 2

化过程中相互联系，相互影响的；②最大角不超过180°；③当点A离BC越来越近时，$A\to 180°$，B、$C\to 0$，则内角和$\to 180°$；当点A不断远离BC时，$A\to 0$，AB、$AC\to$平行，B、C接近于为互补的同旁内角，其和$\to 180°$．故此可猜测出其三内角和为180°．

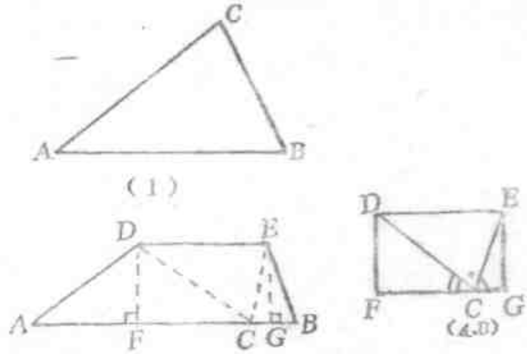

图 3

（2）指导学生做"静"的实验，图3(1)中，将C折向对边AB，使C落在AB上，如图3(2)；折痕$DE\parallel AB$，过D、E作$DF\perp AB$，$EG\perp AB$，沿DF、EG折叠如图3(3)，观察角A、B、C组成一个什么角？

（3）平行线是怎样引出来的？

要证明不在一个顶点的三个角之和为180°我们是否可以设法以一个角的顶点为基点，将其它两角和它凑成为一个平角？

（学生议论，教师巡回指导）

师生共同研讨：图4中，我们以C为基点，将$\angle B$运用拖片沿着BC直线平移，使点B重合于点C，$\angle ECD=\angle B$，而$\angle BCD$为平角．剩下的就只需找出$\angle ACE=\angle A$．当平移时，可以看出，$\angle ECD=\angle B$，因为同位角相等，推导出$CE\parallel BA$，那么$\angle ACE$与$\angle A$为内错角，它

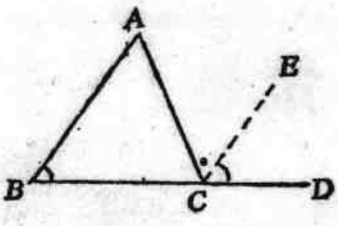

图 4

们当然相等，从而引导学生发现，这样将$\angle B$平移，是为了以点C为顶点，以BC为边将三个角凑成一个平角$\angle BCD$。故此，过点C作$CE\parallel BA$。

2．板书证明定理过程（课本第 85～86 页已知、求证、证明）。

3．提出问题

（1）以点A为顶点，如何凑成一个平角？

（2）在底边BC上任选一点P为基点，又如何凑成$180°$？

（由学生提出方法，教师总结）

以点A为顶点，可以凑成一个平角．图 5 为一复合灯片，M、N为AB、AC的中点，将

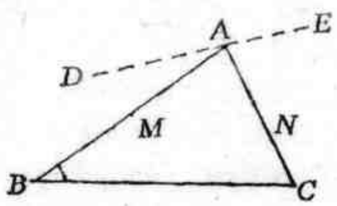

图 5

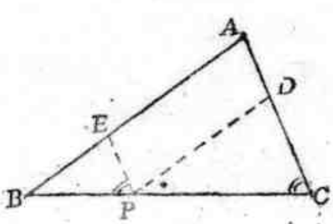

图 6

$\angle MBC$绕点M旋转，使B重合于A，$\because \angle MBC=\angle DAM$，则$DA\parallel BC$；同样移动$\angle NCB$，可推出$AE\parallel BC$，可知过点$A$的$DA$、$AE$共线．故此只要过点$A$引出$DE\parallel BC$可得到，$\angle DAB+\angle BAC+\angle CAE=180° \Longrightarrow \angle ABC+\angle BAC+\angle CAE=180°$。

在底边BC上任选一点P为基点，也可凑成$180°$，图6，演示灯片，利用拖片，沿边BC拖动$\angle ABC$，使顶点B重合于点P，则$\angle DPC=\angle ABC$；同样，沿CB拖动$\angle ACB$，使点C也重合于点P，从而$\angle EPB=\angle ACB$。$\because PD\parallel BA$，$PE\parallel CA$，由课本第 76 页复习参考题二第 13 题的证明知，$\angle DPE=\angle A$，而$\angle BPC$为平角，$\angle DPE+\angle EPB+\angle DPC=180° \Longrightarrow \angle A+\angle ACB+\angle ABC=180°$，故此，只要在$BC$上任选点$P$，分别引出其它两边平行线，即可达此目的。

这个定理的证明过程，关键是引平行线！为什么要引平行线呢？就是设法以某一个点为基点，将三角形的三个内角凑成一个平角．我们以不同的三种方法，即选择了不同的三个点为基点，将角平行移动，运用了平行线的有关性质，证明了三角形内角和的定理．这种方法对于我们思考问题和证明命题给予了一定的启发和示范．

三、巩固练习（均由学生口述完成）

（1）证明课本第86页推论1。

（2）图7，若$AB\parallel EF$，求证：$\angle BCF=\angle B+\angle F$。

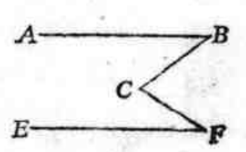

图 7

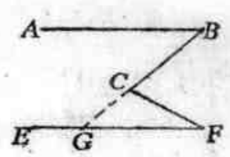

图 8

（3）图8，已知：$\angle BCF=\angle B+\angle F$，求证：$AB\parallel EF$。（提示：延长$BC$与$EF$交于$G$，再应用推论1）

四、作业：

（1）第88页练习第 2 题；

（2）第90页习题六第 8 题（1）、（2）。

寓新于旧，化繁为简

湖北鄂州市华容中学　陈家祥

在初中数学中，“寓新知识于旧知识中，化繁难为简易”这一方法贯穿整个教材。在多年的教学实践中，我将这一方法用于课堂教学，学生们反映较好。下面仅举一例。

初中《代数》第三册第十一章一元二次方程的章末小结中有这样一段话：“解这些方程（组）的基本思想是：

1．高次方程$\xrightarrow{\text{降次}}$一次方程或二次方程；

2．分式方程$\xrightarrow{\text{去分母}}$整式方程；

3．无理方程$\xrightarrow{\text{去根号}}$有理方程；

4．多元方程$\xrightarrow{\text{消元}}$一元方程.”

左边的高次方程、分式方程、无理方程和多元方程指的是不会解的方程，新知识、要将这些不会解的方程分别转化成右边的已学过的会解的一次方程或二次方程、整式方程、有理方程和一元方程．方法上分别采取降次、去分母、去根号，消元来达到目的．这是明显的“寓新于旧，化繁为简”一例．

在教用因式分解法解简单的一元高次方程一节时，开始几步我是这样做的：

1．分解因式：① $3x^2-16x+5$；

② $9x^2-30x+9$.

2．用因式分解法解下列方程：

① $3x^2-16x+5=0$；② $9x^2-30x+9=0$.

3．什么叫一元高次方程？略．

4．怎样理解一元高次方程？

分析：解一元高次方程我们既没有学过公式，又不会配方．唯一的办法是把高次降为一次或二次后才会解．因此，有些特殊的一元高次方程．可以化为一元一次或一元二次方程来解，方法是降次．而因式分解法又是降次的好办法之一．

课堂上我并没有花很多时间讲解法，而多数同学都能掌握，究其原因，是由于我已把解一元高次方程的“钥匙”交给了学生，有了“钥匙”，还愁“锁”打不开吗？

在讲无理方程一节时，我先出示下例：例2：解方程：$x^2+3x-4=0$，同学们觉得太简单了．接着我写出例3：解方程：$\sqrt{2x^2+7x}=x+2$要他们解，顿时教室里鸦雀无声，过了一会儿，有的同学说：“这样的方程还没学，不会解．”我问他们：“例3的方程比例2的方程多了点什么？”“多个根号．”“就因为多个根号就不会解，能不能想办法把根号去掉？转化为例2那样会解的方程呢？”我问他们．最后我讲了根式方程的解法，同学们觉得很自然．

韦达定理的逆定理及其应用

范秋生（江苏吴县北桥中学）

1986年全国高中数学联赛试题第一试中有道选择题是

8．设实数a、b、c满足

$$\begin{cases} a^2-bc-8a+7=0 & ① \\ b^2+c^2+bc-6a+6=0 & ② \end{cases}$$

那么a的取值范围是

(A)$(-\infty,+\infty)$　　(B)$(-\infty,1]\cup[9,+\infty)$

(C)$(0,7)$　　(D)$[1,9]$

解　由①得$bc=a^2-8a+7$　由②-①得　$(b+c)^2=(a-1)^2$　即$b+c=\pm(a-1)$

则以b、c为根的一元二次方程为：

$$t^2\mp(a-1)t+a^2-8a+7=0$$

由$\Delta=(a-1)^2-4(a^2-8a+7)\geqslant0$解得

$1\leqslant a\leqslant9$　　故选(D)。

上述解法的技巧在于：由b、c的对称性，应用韦达定理的逆定理，构作出以b、c为两根的一元二次方程，视a为参数，根据方程有实根的条件，利用判别式来获解．纵观中学数学题海，能应用上述方法来解的，不乏其题，下面举例说明，供参考．

例1　若正数x、y满足$x+y=xy$，求$x+y$的最小值。

解　设$x+y=xy=k$，则以x、y为根的一元二次方程为：$t^2-kt+k=0$，

由$\Delta=(-k)^2-4k\geqslant0$得$k\geqslant4$，

故$(x+y)_{\min}=4$。

例2　不查表，证明$\lg2\lg5<\frac{1}{4}$。

证明　设$\lg2\lg5=k$，又$\lg2+\lg5=1$

故以$\lg2$、$\lg5$为根的一元二次方程为

$t^2-t+k=0$，由$\Delta=(-1)^2-4k>0$得$k>\frac{1}{4}$，故$\lg2\lg5<\frac{1}{4}$。

例3　已知实数a、b、c满足

$a-b=8$，$ab+c^2+16=0$

求证：$a+b+c=0$；

证明　由$a+(-b)=8$，$a(-b)=c^2+16$

得以a，$-b$为根的一元二次方程为

$t^2-8t+c^2+16=0$，

由$\Delta=(-8)^2-4(c^2+16)\geqslant0$　得$-4c^2\geqslant0$　故$c=0$，从而$a=-b$

即$a+b=0$，故$a+b+c=0$；

例4　已知x、y、z都是实数，且$x+y+z=0$，$xyz=1$，求证：x、y、z中必有一个不小于$\sqrt[3]{4}$。

证明显然x、y、z中二负一正，不妨设$z>0$，则$x+y=-z$，$xy=\frac{1}{z}$，

故以x、y为根的一元二次方程为：

$t^2+zt+\frac{1}{z}=0$，由$\Delta=z^2-4\ \frac{1}{z}\geqslant0$

得$z\geqslant\sqrt[3]{4}$。命题得证。

例5　设x、y是实数且$x^2+xy+y^2=1$，求x^2-xy+y^2的取值范围。

解　设$x^2-xy+y^2=k$　　①

$x^2+xy+y^2=1$　　②

由②-①得　$xy=(1-k)/2$，又由②得$(x+y)^2=xy+1=\frac{3-k}{2}$，$\because(x+y)^2\geqslant0$

$\therefore k\leqslant3$，此时$x+y=\pm\sqrt{\frac{3-k}{2}}$，则以$x$、$y$为根的一元二次方程为：

$t^2\mp\sqrt{\frac{3-k}{2}}t+\frac{1-k}{2}=0$　由

$\Delta=\left(\mp\sqrt{\frac{3-k}{2}}\right)^2-4\cdot\frac{1-k}{2}\geqslant0$解得$k\geqslant\frac{1}{3}$。

即得$\frac{1}{3}\leqslant k\leqslant3$，故$\frac{1}{3}\leqslant x^2-xy+y^2\leqslant3$。

无需多举例，足见本法如同配方法、换元法、比值法等解题方法一样，在中学数学解题中，应用广泛。此法构思巧妙，简明，值得重视，同时还启迪我们应注意从特殊的解题技巧中，挖掘出具有应用价值的解题方法，收举一反三之效。

经验交流

正确处理好七个关系 组织好第二课堂活动

江苏太仓县中初中数学备课组

我校是一所县城普通中学，初中学生划片入学，不仅人数多，学额足，而且程度参差不齐，差生面广量大，尖子少。自一九八零年以来，我们在努力上好每堂课的同时，积极组织数学兴趣小组，既为尖子"锦上添花"，又为差生"雪中送炭"，教学质量大面积提高，如83届初中生（以下均是）在县组织的多次数学竞赛中每次获奖人数均在总数的一半以上，84届县数学竞赛中得奖数占县40%，85届一人在市数学竞赛中获奖，86届在市数学竞赛中得奖数占县的2/3，其中一等奖占$\frac{1}{2}$，有一人在全国省市自治区数学竞赛中获奖。

初中教学质量的提高也促进了高中的教学，高中不仅在县、市举办的数学竞赛中成绩突出，且在近几年举办的全国数学竞赛中届届获奖，其中85届共有三人获奖。

我们深深感到，开辟第二课堂活动是现行中学教学体系改革的不可忽视的问题。它可以激发学生的学习兴趣，发挥学生的特长和爱好；有利于克服当前传统教学方式存在的缺陷；有利于为四化培养具有创造才能的开拓型人材，这也是落实邓小平同志关于"三个面向"的指示的重要措施之一。

在实践中，我们认为在第二课堂的活动中，必须处理好以下七个方面的关系：

一、处理好第一课堂和第二课堂的关系

课堂教学是学生吸取知识，培养能力，发展智力的主要手段，搞好第一课堂的教学是大面积提高教学质量的最重要的途径，是学校教学的根本。我们始终把主要精力放在第一课堂的教学实践上。

第一课堂又是第二课堂的基础，两者是互相促进相辅相成的，抓好了第一课堂的教学，大面积提高了教学质量，才能进一步培养学生能力，发展学生智力，只有把学生从题海中、教师从作业堆里解放出来，教师才有精力、学生才有时间投入第二课堂活动。反过来，第二课堂活动的开展，使学生活跃了思想，开阔了视野，丰富了知识，提高了能力，又缩小了差生面，从而促进了第一课堂的教学。那种把第二课堂视为第一课堂教学的延续，"课内损失课外补"，或者认为第二课堂活动可有可无的想法都是失之偏颇的。几年来的实践告诉我们，凡参加兴趣小组的学生一般都有良好的学习方法，他们信息反馈快，善于把课堂内的师生活动，结合自己的见解整理知识体系，或优秀题解及时供大家争议，他们威信高能量大，是老师的好帮手，也是辅导差生的小老师，无疑对带动一班人的学习起到了良好的作用。可以说，第一课堂是紧扣教材，面向大多数，而第二课堂搞拔尖、补差，兼顾两头，尤其对后者，帮助他们补习知识的缺陷，寻找增强学习能力、提高成绩的突破口。两者都是整个教学过程中不可缺少的组成部分。