第一章 矢 量

1—1 两个互成150°角的力，其大小均为120牛顿，求合力的大小和方向。

已知：$F_A=120$牛顿，$F_B=120$ 牛顿

$\mathbf{F}_A$与$\mathbf{F}_B$夹角 $\alpha=150°$

求： 合力$\mathbf{F}$的大小和方向

解：

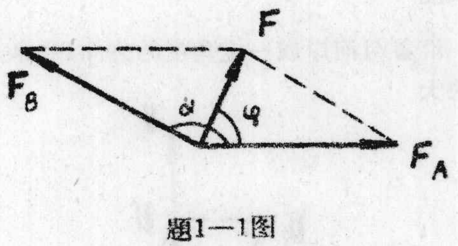
$$F=\sqrt{F_A^2+F_B^2+2F_AF_B\cos\alpha}$$

$$=\sqrt{120^2+120^2+2\times120^2\cos150°}$$

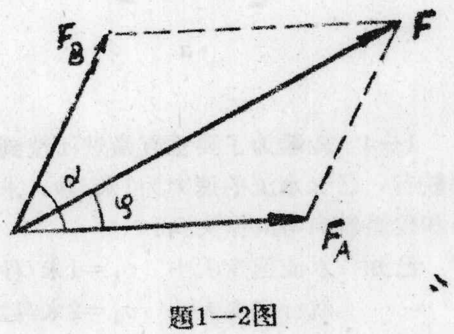
$$=62.1\ (\text{牛顿})$$

$$\varphi=arctg\frac{F_B\sin\alpha}{F_A+F_B\cos\alpha}=arctg\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

$$=arctg\frac{\sin150°}{1+\cos150°}=75°$$



题1—1图



题1—2图

1—2 两个互成60°角的力，一个等于4牛顿，另一个等于3牛顿，求合力的大小和方向。

已知：$F_A=4$ 牛顿，$F_B=3$ 牛顿，夹角 $\alpha=60°$ 求合力$\mathbf{F}$的大小及方向。

解：

$$|\mathbf{F}|=\sqrt{F_A^2+F_B^2+2F_AF_B\cos\alpha}$$

$$=\sqrt{4^2+3^2+2\times4\times3\times\cos60°}$$

$$=6.1\ (\text{牛顿})$$

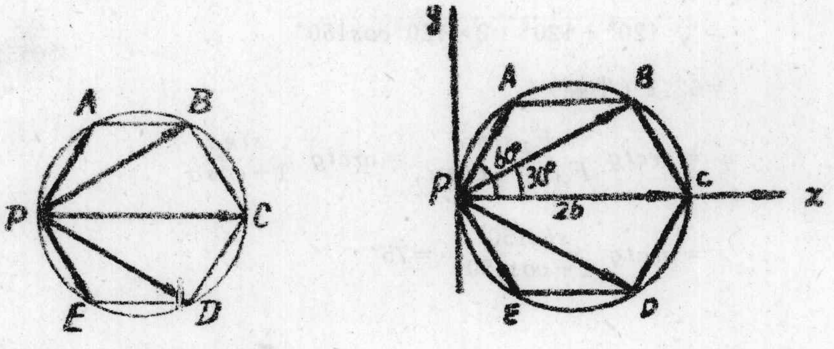
$$\varphi=arctg\frac{F_B\cdot\sin\alpha}{F_A+F_B\cdot\cos\alpha}=arctg\frac{3\times\sin60°}{4+3\times\cos60°}=25°17'$$

1—3 如图所示，设有5个力作用于一点P，这五个力的大小与方向相当于每边等于b的正六角形的两个边和三个对角线，求这五个力的合力。

已知：$\mathbf{F}_A$、$\mathbf{F}_B$、$\mathbf{F}_C$、$\mathbf{F}_D$、$\mathbf{F}_E$如图

求合力F

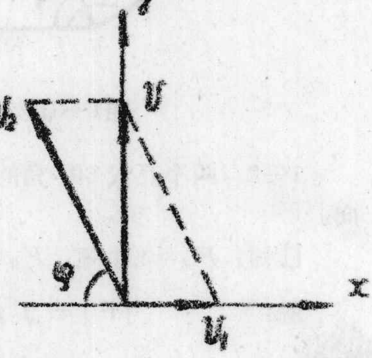
解：
$$F_x = 2F_A\cdot cos60^\circ + 2F_B cos30^\circ + F_C$$
$$= 2b cos60^\circ + 2(2b - b cos60^\circ) + 2b$$
$$= 6b$$
$$F_y = 0$$
$$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = F_x = 6b$$
$$\theta = arctg\frac{F_y}{F_x} = 0$$



a　　　　b

题1—3图

1—4　轮船为了要垂直横过河流到达对岸，沿着与河岸成一定角度的方向以2米/秒的速率航行，已知水流的速率为1米/秒，求合速度的大小和轮船航向与河岸夹角？



题1—4图

已知：水流速度大小　$v_1 = 1$米/秒

航行速度大小　$v_2 = 2$米/秒

求：　合速度大小 v

航向与河岸夹角 $\varphi = ?$

解：　因轮船垂直横过河流

故：
$$\begin{cases} v_x = 0 & (1) \\ v = v_y & (2) \end{cases}$$

由①式　$v_{1x} + v_{2x} = 0$

$$v_1 - v_2 cos\varphi = 0$$

得　$cos\varphi = \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2} = 0.5 \quad \therefore \quad \varphi = 60^\circ$

由②式　$v = v_y = v_2 sin\varphi = 2\times sin60^\circ = 1.73$（米/秒）

1—5　如图所示，在一根竖直电线杆上，水平电线对它的拉力为300牛顿，为了不使它倾倒，用铁絲把它拉住，这时电线杆受到一个400牛顿的竖直向下的力，求铁絲与地面间的

夹角，以及铁絲对地面的拉力。

已知：$F_1=300$ 牛顿

$F=400$ 牛顿

求：铁絲对地面拉力 F_2 及与地面之夹角

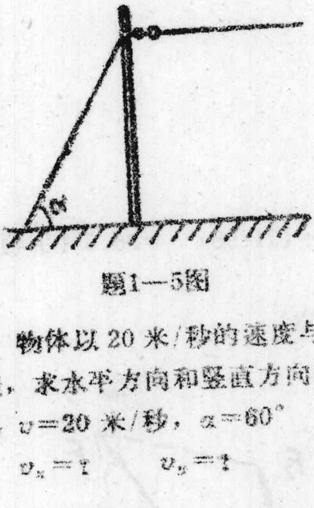
解：因合力F沿 y 方向，故

$$\begin{cases} F_x=0 \\ F_y=F \end{cases} \quad 得 \quad \begin{cases} F_1=F_2\cos\alpha \\ F=F_2\sin\alpha \end{cases}$$

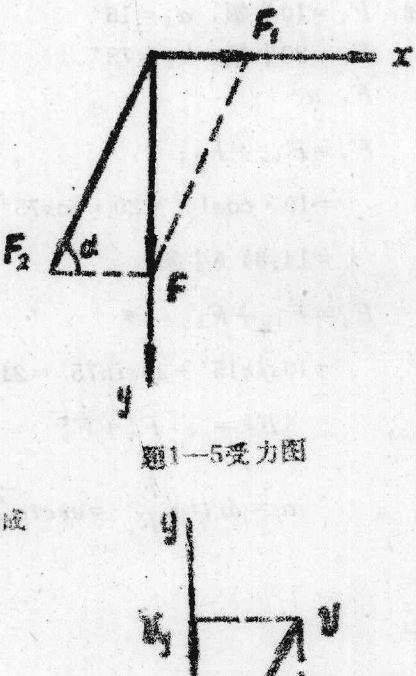
$$\therefore \quad tg\alpha=\frac{F}{F_1} \qquad \alpha=arctg\frac{400}{300}=53°8'$$

$$F_2=\frac{F_1}{\cos\alpha}=\frac{300}{\cos53°8'}=500\ (牛顿)$$

铁絲对地面的拉力 F_2' 与 F_2 等值反向。



题1—5图



题1—5受力图

1—6 物体以20米/秒的速度与水平方向成60°角抛出，求水平方向和竖直方向的分速度？

已知：$v=20$ 米/秒，$\alpha=60°$

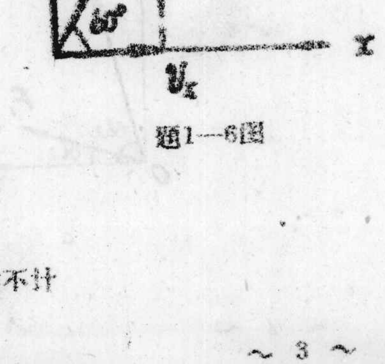
求：$v_x=?$ $\quad v_y=?$

解：$v_x=v\cos\alpha$

$=20\times\cos60°=10$（米/秒）

$v_y=v\sin\alpha$

$=20\times\sin60°=17.3$（米/秒）



题1—6图

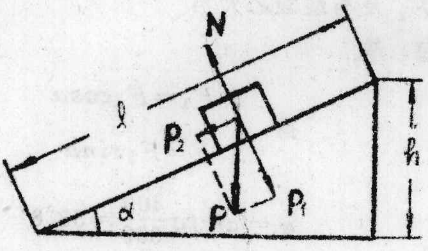
1—7 斜面长2米，高1米，要使重量为100牛顿的物体沿斜面作匀速运动，沿斜面方向需用多大的力推物体？不考虑物体与斜面的摩擦力。

已知：$h=1$米，$l=2$米，$P=100$牛顿，匀速运动摩擦不计

求：推力 F

解： 把P正交分解为P_1与P_2，P_2与斜面平行

$$F=P_2=P\sin\alpha=P\frac{h}{l}=100\times\frac{1}{2}=50\ (牛顿)$$



题1—7图

1—8 如图所示一个物体受到二个力的作用，其中$F_1=10$牛顿，$\alpha_1=15°$；$F_2=20$牛顿，$\alpha_2=75°$ 用解析法求该物体受到的合力

已知：$F_1=10$牛顿，$\alpha_1=15°$

$F_2=20$牛顿，$\alpha_2=75°$

求： F，α

解： $F_x=F_{1x}+F_{2x}$

$=10\cdot\cos15°+20\cdot\cos75°$

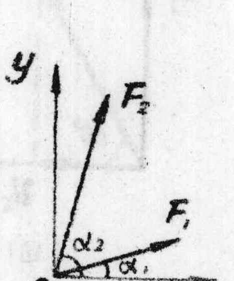
$=14.84$（牛顿）

$F_y=F_{1y}+F_{2y}$

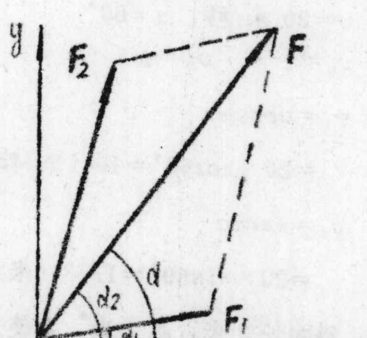
$=10\sin15°+20\sin75°=21.95$（牛顿）

$$|F|=\sqrt{F_x^2+F_y^2}=\sqrt{(14.84)^2+(21.95)^2}=26.5\ (牛顿)$$

$$\alpha=\mathrm{arltg}\frac{F_y}{F_x}=\mathrm{arctg}\frac{21.95}{14.84}=55°53'$$



a



b

题1—8图

第二章　直綫运动

2—1　汽车下坡时，在第一秒内通过的路程是3米，第二秒内通过的路程是5米，第三秒内通过的路程是9米。求前二秒和后二秒的平均速率。

由题意知：时间　$\Delta t_1=\Delta t_2=2$秒

位移　$\Delta x_1=(3+5)$米$=8$米

$\Delta x_2=(5+9)$米$=14$米

求：平均速率　$\bar{v}_1$和$\bar{v}_2$

解：由

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

得

$$\bar{v}_1=\frac{\Delta x_1}{\Delta t_1}=\frac{8}{2}=4\ (\text{米/秒})$$

$$\bar{v}_2=\frac{\Delta x_2}{\Delta t_2}=\frac{14}{2}=7\ (\text{米/秒})$$

2—2　一火车在35分钟内前进25千米，它通过其中第一个10千米用了18分钟，通过第二个10千米用了12分钟，通过最后5千米用了5分钟。求此火车在各段路程中以及全段路程中的平均速率。

已知：时间　$\Delta t_1=18\times60\text{秒}=1.08\times10^3\text{秒}$

$\Delta t_2=12\times60\text{秒}=7.2\times10^2\text{秒}$

$\Delta t_3=5\times60\text{秒}=3.0\times10^2\text{秒}$

位移　$\Delta x_1=1.0\times10^4$米

$\Delta x_2=1.0\times10^4$米

$\Delta x_3=5.0\times10^3$米

求：平均速率$\bar{v}_1$、$\bar{v}_2$、$\bar{v}_3$和$\bar{v}$

解：

$$\bar{v}_1=\frac{\Delta x_1}{\Delta t_1}=\frac{1.0\times10^4}{1.08\times10^3}=9.26\ (\text{米/秒})$$

$$\bar{v}_2=\frac{\Delta x_2}{\Delta t_2}=\frac{1.0\times10^4}{7.2\times10^2}=1.39\ (\text{米/秒})$$

$$\bar{v}_3=\frac{\Delta x_3}{\Delta t_3}=\frac{5\times10^3}{3\times10^2}=16.7\ (\text{米/秒})$$

$$\bar{v}==\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3}{\Delta t_1+\Delta t_2+\Delta t_3}=\frac{2.5\times10^4}{2.1\times10^3}=11.9\ (\text{米/秒})$$

2—3 一无风的下雨天，一火车以 20 米/秒的速度前进，车内旅客看见玻璃上的雨滴和铅垂线成 75° 角下降，求雨滴下落的速度（设下降的雨滴作匀速运动）。

已知：车速$v_1=20$米/秒，雨滴相对于火车的速度为 $\mathbf{v}$，$\mathbf{v}$ 与铅直方向的夹角$\alpha=75°$。

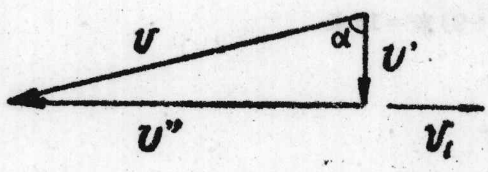
求： 雨滴下落的速度$\mathbf{v}'$。

解： 以车为参考系，雨滴的水平速率v''等于v_1，由图可知：

$$v'=v''ctg\alpha$$

$$\therefore \quad v'=20ctg75°=5.36 \text{（米/秒）}$$

方向垂直向下。



题2—3图

2—4 甲乙两地相距 220 千米，汽车A从甲地出发，速率为 11 米/秒，向乙地行驶；同时，汽车B以速率 8 米/秒从乙地出发，向甲地行驶。在出发后 1 小时，B 车在中途停车 2 小时，再以原来速率前进。问两车在何处相迂？

已知：全距离 $s=2.2\times10^5$米

A车速率 $v_1=11$米/秒

B车速率 $v_2=8$米/秒

B车停车时间 $t'=2\times60\times60=7.2\times10^3$（秒）

求：A车自出发至相迂时的位移 x，

解：对A车 $x=v_1t$ (1)

对B车 $s-x=v_2(t-t')$ (2)

由(1)，(2)式得 $x=\dfrac{s+v_2t'}{v_1+v_2}v_1$

$$=\frac{2.2\times10^5+8\times7.2\times10^3}{11+8}\times11=1.607\times10^5 \text{（米）}$$

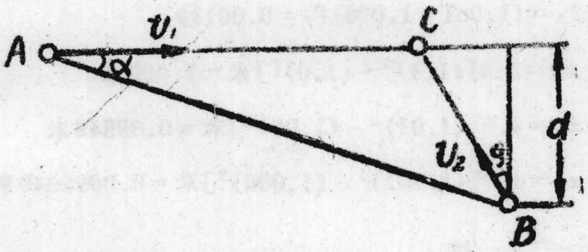
2—5 邮递员同志站在离公路50米远处，此人可以 4 米/秒的速率奔跑。路上有一汽车以 10 米/秒的速率行驶。若当汽车与人相距 200 米时，为了迅速投递邮件，此人开始跑去追汽车。问他应向哪一方向奔跑最快？

已知：车速率$v_1=10$米/秒，人最大速率$v_2=4$米/秒车与人相距$s=200$米，人与路相距$d=50$米。

并设在 $t=0$ 时，车在A点，人在B点，经时间 t 后，人跑至C点（速率为v_2）刚好与车相迂。

求： 最短时间条件下的φ角（如图示）

解： 在 t 时间内，人行程为



题2—5图

$$v_2 t=\frac{d}{cos\varphi} \qquad (1)$$

车行程为

$$v_1 t=d\cdot ctg\alpha-d\cdot tg\varphi \qquad (2)$$

由(1)、(2)式消去 t，得

$$\frac{v_1}{v_2}=(ctg\alpha-tg\varphi)cos\varphi=\frac{cos\varphi cos\alpha-sin\varphi sin\alpha}{sin\alpha}$$

$$=\frac{cos(\varphi+\alpha)}{sin\alpha}$$

$$\because \quad \frac{v_1}{v_2}=\frac{10}{4}, \quad sin\alpha=\frac{d}{s}=\frac{50}{200}=\frac{1}{4},$$

得 $\quad \alpha=arcsin\frac{1}{4}=14°29'$

$$cos(\alpha+\varphi)=\frac{v_1}{v_2}sin\alpha=\frac{10}{4}\times\frac{1}{4}=0.625$$

$\therefore \quad \varphi=arccos0.625-\alpha=51°19'-14°29'=36°50'$

另则因 $\quad cos(\alpha+\varphi)=cos(-\alpha-\varphi)$

$\quad -\varphi=arccos0.625+\alpha$

得 $\quad \varphi=-(51°19'+14°29')=-65°48'$（图中以$\varphi'$表示）

所以，人若以速率 v_2 沿 φ' 方向跑去，至C'点亦刚好与车相迁。若人以速率 v_2 沿 φ 与 φ'之间的任一方向跑去（即跑到 C至C' 区间内的任意一点），则人比车先到相迁点。因车至C点的时间最早，人必须沿 φ 方向跑至C点，才能最早上车。

2—6 物体按 $x=4.9t^2$（米）的规律运动。(1) 计算下列各时间内的平均速度，1秒至1.1秒，1秒至1.01秒，1秒至1.001秒；(2) 求1秒末的瞬时速度；(3) 讨论瞬时速度和平均速度的关系和区别。

(1) 由题意知：

时间 $\quad \Delta t_1=(1.1-1.0)$秒$=0.1$秒

$\quad \Delta t_2=(1.01-1.00)$秒$=0.01$秒

$\Delta t_3=(1.001-1.000)$秒$=0.001$秒

位移 $\Delta x_1=4.9[(1.1)^2-(1.0)^2]$米$=1.029$米

$\Delta x_2=4.9[(1.01)^2-(1.00)^2]$米$=0.09849$米

$\Delta x_3=4.9[(1.001)^2-(1.000)^2]$米$=0.0098049$米

由 $\bar{v}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ 得

$$\bar{v}_1=\frac{\Delta x_1}{\Delta t_1}=\frac{1.029}{0.1}=10.29\ (\text{米/秒})$$

$$\bar{v}_2=\frac{\Delta x_2}{\Delta t_2}=\frac{0.0984}{0.01}=9.849\ (\text{米/秒})$$

$$\bar{v}_3=\frac{\Delta x_3}{\Delta t_3}=\frac{0.0098049}{0.001}=9.8049\ (\text{米/秒})$$

(2) 已知： $x=4.9t^2$

求： v

解：按定义 $v=\dfrac{dx}{dt}=4.9\times2\times t$

当$t=1$秒，则 $v=4.9\times2=9.8$ (米/秒)

(3) 质点的位移与位置移动所需的间时之比值为平均速度，即在一段时间内速度的平均值；瞬时速度是指某一时刻的速度，即质点位置矢量在某一时刻随时间的变化率。当在 t 附近的时间间隔Δt越短，则在Δt内的平均速度越接近于 t 时刻的瞬时速度。

2—7 计算下列作匀变速直线运动物体的加速度。(1) 自行车从静止开始运动，经10秒后速度达到5米/秒；(2) 火车在50秒内，速度从8米/秒增加到18米/秒；(3) 汽车以12米/秒的速度运动时，突然紧急刹车，经2秒停止。

(1) 已知：$v_0=0$，$v=5$米/秒，$t=10$秒

求 $a=?$

解： $a=\dfrac{v-v_0}{t}=\dfrac{5-0}{10}=0.5$ (米/秒^2)

$\because$ $a>0$ 与速度同方向

(2) 已知 $v_0=8$米/秒，$v=18$米/秒，$t=50$秒

求 $a=?$

解： $a=\dfrac{v-v_0}{t}=\dfrac{18-8}{50}=0.2$ (米/秒^2)

$a>0$ 与速度同方向

(3) 已知 $v_0=12$米/秒，$v=0$，$t=2$秒

求 $a=?$

解： $a=\dfrac{v-v_0}{t}=\dfrac{0-12}{2}=-6$ (米/秒^2)

$a<0$ 与速度反方向

2—8　骑自行车的人以 4 米/秒的速度，从桥上下坡。若在下坡过程中获得0.2米/秒^{2}的加速度，求开始下坡后的第10秒末所有的速度。

已知：　　$v_0=4$米/秒，$a=0.2$米/秒^2，$t=10$秒

求　$v=?$

解：　　$v=v_0+at=4+0.2\times10=6$（米/秒）

2—9　矿井里的升降机，在井底从静止开始匀加速上升，经过3秒钟，速度达到3米/秒，然后以这个速度匀速上升 6 秒钟，最后匀减速上升经过 3 秒钟到达井口，刚好停止。求矿井深度。

已知：在第一阶段匀加速运动中，知　$v_{10}=0$，$v_1=3$米/秒，$t_1=3$秒

在第二阶段匀速运动中，知　$a_2=0$，$v_2=3$米/秒，$t_2=6$秒

在第三阶段匀减运动中，知　$v_{30}=3$米/秒，$v_3=0$，$t_3=3$秒

求　　$x=x_1+x_2+x_3$

解：由
$$\begin{cases} v=v_0+at \\ x=v_0t+\frac{1}{2}at^2 \end{cases}$$

得
$$a_1=\frac{v_1-v_{10}}{t_1}=\frac{3-0}{3}=1\text{（米/秒}^2\text{）}$$

$$x_1=v_{10}t_1+\frac{1}{2}a_1t_1^2=0+\frac{1}{2}\times1\times3^2=4.5\text{（米）}$$

$$x_2=v_2t+\frac{1}{2}a_2t_2^2=3\times6+0=18\text{（米）}$$

$$a_3=\frac{v_3-v_{30}}{t_3}=\frac{0-3}{3}=-1\text{（米/秒}^2\text{）}$$

$$x_3=v_{30}t_3+\frac{1}{2}a_3t_3^2=3\times3+\frac{1}{2}(-1)3^2=4.5\text{米}$$

$$\therefore\quad x=x_1+x_2+x_3$$
$$=4.5+18+4.5=27\text{（米）}$$

2—10　在一电子管中，电子从阴极发射出来到达阳极，速率从零增加到2.3×10^7米/秒。已知两极间的距离是 5 毫米，问电子在两极间运动时的加速度有多大？

已知　　$v_0=0$，$v=2.3\times10^7$米/秒，$x=5\times10^{-3}$米

求　a（设为匀加速运动）

解　由　　$v^2-v_0^2=2ax$

得　　$a=\frac{v^2-v_0^2}{2x}=\frac{(2.3\times10^7)^2-0}{2\times5\times10^{-3}}=5.29\times10^{16}$（米/秒^2）

2—11　小汽车进行刹车试验，从速度为 8 米/秒匀减速到零，共用 1 秒钟。按规定，速度为 8 米/秒的小汽车刹车后，滑行路程不得超过5.9米。上述刹车试验是否符合规定？

$F=ma$.

已知　　$v_0 = 8$ 米/秒，$v = 0$，$t = 1$ 秒

求　x

解：由 $\begin{cases} v = v_0 + at & (1) \\ v^2 = v_0^2 + 2ax & (2) \end{cases}$

自（1）式得　$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0-8}{1} = -8$（米/秒^2）

代入（2）式得

$$x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0-8^2}{2(-8)} = 4 \text{（米）}$$

∴　$x < 5.9$米　　∴　符合规定。

2—12　一汽车从静止出发，作匀加速直线运动，途中通过两根相距50米的电线杆，所用时间为5秒，汽车经过第二根电线杆时的速率为15米/秒。问(1) 汽车经过第一根电线杆时的速率多大？(2) 其加速度多大？(3) 汽车的出发点与第一根电线杆相距多远？

已知　$\Delta x = 50$米，$\Delta t = 5$秒，a为常量，$v_0 = 0$，$v_2 = 15$米/秒

求　　v_1，a和x_1

解：在两电线杆之间有

$$v_2 - v_1 = a\Delta t \qquad (1)$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \qquad (2)$$

以（1）式除（2）式得

$$v_1 + v_2 = a\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\therefore \quad v_1 = \frac{2\Delta x}{\Delta t} - v_2 = \frac{2\times 50}{5} - 15 = 5 \text{（米/秒）}$$

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{15-5}{5} = 2 \text{（米/秒}^2\text{）}$$

因在出发点至第一根电线杆之间有

$$v_1^2 - v_0^2 = 2ax_1$$

$$\therefore \quad x_1 = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a} = \frac{5^2 - 0}{2\times 2} = 6.25 \text{（米）}$$

Δ　2—13　站台上一观察者，在火车开动时站在第一节车厢的最前端，第一节车厢在4秒内通过其身旁。设火车作匀加速运动，问第n节车厢驶过此人身旁需多少时间（各车厢长度相等）？

已知　$v_0 = 0$，$\Delta t_1 = 4$秒

求　　$\Delta t_n = ?$

解：由　　$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

对第一节车厢

$$x_1=\frac{1}{2}a\Delta t_1^2 \qquad (1)$$

对第$n-1$节车厢

$$x_{n-1}=\frac{1}{2}at_{n-1}^2 \qquad (2)$$

对第n节车厢

$$x_n=\frac{1}{2}at_n^2 \qquad (3)$$

由（2）式和（3）式得

$$\Delta t=t_n-t_{n-1}=\sqrt{\frac{2x_1}{a}}(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})$$

以（1）式代入得

$$\Delta t=\Delta t_1(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})=4(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})\ (秒)$$

2—14　甲乙两物由同一地点向同一方向运动。甲作匀速运动，速度为10米/秒；乙作匀加速运动，初速度为零，加速度为1米/秒^2。问(1) 物体乙追上物体甲时，离出发点多远？(2) 相迂前，两者相距最远的距离为多少？

已知　甲　$v=10$米/秒　　$a=0$

　　　乙　$v_0=0$　　　　$a=1$米/秒^2

求　x_1和x

解：由　　$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$

(1) 对甲有　$x_1=vt$　　(1)

对乙有　$x_2=\frac{1}{2}at^2$　　(2)

当乙追上甲时，则

$$vt=\frac{1}{2}at^2$$

得　　$t=\frac{2v}{a}$，代入（1）或（2）式

$$\therefore\quad x_1=x_2=\frac{2v^2}{a}=\frac{2\times10^2}{1}=200\ (米)$$

(2) 相迂前，甲乙相距

$$x=x_1-x_2=vt-\frac{1}{2}at^2 \qquad (3)$$

由x有最大值条件：

$$\frac{dx}{dt}=0 \qquad \frac{d^2x}{dt^2}<0$$

得 $t=\frac{v}{a}$ 代入（3）式

求得 $x=\frac{1}{2}\ \frac{v^2}{a}=\frac{1}{2}\ \frac{10^2}{1}=50$（米）

2—15 一物体从10米高处自由下落，求落地时的速度和在空中的时间。

已知 $y=10$米，$v_0=0$，$a=g=9.8$ 米/秒^2

求 v和t

解 由 $y=\frac{1}{2}gt^2$，$v=gt$ （取坐标向下为正）

得 $t=\sqrt{\frac{2y}{g}}=\sqrt{\frac{2\times 10}{9.8}}=1.43$（秒）

$v=9.8\times 1.43=14$（米/秒）

2—16 一自由落体，它在最后 1 秒钟内通过的路程为全程的一半，问该物体是从多高处落下的？落下的时间为多少？

已知 $v_0=0$，$a=g=9.8$ 米/秒^2

求 y和t

解 取坐标向下为正，在t时间内的位移为

$$y=\frac{1}{2}gt^2 \tag{1}$$

因最后 1 秒内的位移等于（$t-1$）秒内的位移，即

$$\frac{y}{2}=\frac{1}{2}g(t-1)^2 \tag{2}$$

由（1）、（2）式消去y，得

$t=2\pm\sqrt{2}$（秒）

因t必须大于1秒，取

$t=2+\sqrt{2}=3.14$（秒）

代入（1）式得

$y=\frac{1}{2}\times 9.8\times(3.14)^2=57$（米）

2—17 一皮球从 10 米高处自由下落，触地后竖直向上跳起，设它上跳的速率为触地时速率的5/7，则球能跳起多高？从开始下落到第二次着地需要经过多少时间？

已知 $y_1=10$米，$v_{10}=0$，$v_{20}=\frac{5}{7}v_1$

求　y_2 和 t

解　(1) 第一次下落过程

$$v_1^2-v_{10}^2=2a_1y_1 \qquad (1)$$

上跳过程

$$v_2^2-v_{20}^2=2a_2y_2 \qquad (2)$$

∵　$a_1=g$，$v_{10}=0$，$a_2=-g$，$v_2=0$，$v_{20}=\frac{5}{7}v_1$

由（1）式得

$$v_1=\sqrt{2gy_1}$$

代人（2）式得

$$y_2=\frac{\left(\frac{5}{7}v_1\right)^2}{2g}=\left(\frac{5}{7}\right)^2y_1=5.1\text{（米）}$$

(2) 由　$y_1=\frac{1}{2}gt_1^2$

得第一次下落时间

$$t_1=\sqrt{\frac{2y_1}{g}}=\sqrt{\frac{2\times10}{9.8}}=1.43\text{（秒）}$$

由　$v_2=v_{20}+(-g)t_2$

得上跳时间

$$t_2=\frac{v_{20}-0}{g}=\frac{\frac{5}{7}v_1}{g}=\frac{5}{7}\sqrt{\frac{2y_1}{g}}$$

$$=\frac{5}{7}\sqrt{\frac{2\times10}{9.8}}=1.02\text{（秒）}$$

因　$y_2=y_3=\frac{1}{2}gt_3^2$

得第二次下落时间

$$t_3=\sqrt{\frac{2y_2}{g}}=\sqrt{\frac{2\times5.1}{9.8}}=1.02\text{（秒）}$$

∴　$t=t_1+t_2+t_3=1.43+1.02+1.02=3.47$（秒）

2—18　让一石块从井口自由下落，经2秒钟后，听到石头落到水面的声音。问井口到水面的深度为多少（声音的传播速度为340米/秒）？

已知　$v_0=0$，$a=g=9.8$米/秒^2，$t=2$秒，$v'=340$米/秒

求　$y=?$

解　下落过程

$$y=\frac{1}{2}gt_1^2 \tag{1}$$

回音过程

$$y=(t-t_1)v' \tag{2}$$

消去 y，解得

$$t_1=\frac{-v'}{g}\pm\sqrt{\frac{v'^2}{g^2}+\frac{2v'}{g}t}$$

因 t_1 应大于零，故

$$t_1=\frac{-v'}{g}+\sqrt{\frac{v'^2}{g^2}+\frac{2v'}{g}t}$$

代入（1）式，求得

$$y=\frac{1}{2g}\left[-v'+\sqrt{v'^2+2v'gt}\right]^2$$

$$=\frac{1}{2\times9.8}\left[-340+\sqrt{340^2+2\times340\times9.8\times2}\right]^2$$

$$=18.5\ (\text{米})$$

2—19　一气球以匀速 v_0 垂直上升，鸱气球上挂有重物，当气球到达 h 高度时，挂重物的绳子断了，这时重物对地球来说是什么运动？重物落到地面要经过多少时间？重物掉到地面时速率为多大？

已知　v_0、h 和 $a=g$

求　　v 和 t，并说明运动规律。

解答：小球断绳后只受重力作用（空气阻力忽略不计），故作匀变速直线运动，因初速 v_0 垂直向上，所以小球作竖直上抛运动，至上升到最高点后作自由落体运动。若在 h 高处为坐标原点，向下为正，则有

$$y=-v_0t+\frac{1}{2}gt^2 \tag{1}$$

$$v=-v_0+gt \tag{2}$$

由（1）式求得

$$t=\frac{v_0}{g}\pm\frac{1}{g}\sqrt{v_0^2+2yg}$$

因 t 必须大于零，且 $y=h$，

$$\therefore\quad t=\frac{v_0}{g}+\frac{1}{g}\sqrt{v_0^2+2hg}$$

代入（2）式

$$\therefore\quad v=-v_0+\left[v_0+\sqrt{v_0^2+2hg}\right]$$

$$=\sqrt{v_0^2+2hg}$$

2—20　把两物体，从同一点以同一速率24.5米/秒先后竖直上抛，抛出的时间相隔0.5秒。问第二个物体抛出后过多少时间它们相碰？在多高处相碰？

已知　$v_0=24.5$米/秒　　$t'=0.5$秒

求　　t_2和y_2

解　　取坐标原点在地面，向上为正，则

$$y_1=v_0t_1-\frac{1}{2}gt_1^2 \tag{1}$$

$$y_2=v_0t_2-\frac{1}{2}gt_2^2 \tag{2}$$

且 $t_1=t_2+t'$，相碰时 $y_1=y_2$

代入（1）式并减去（2）式得

$$t'v_0-\frac{1}{2}gt'^2-gt't_2=0$$

$$\therefore\quad t_2=\frac{v_0}{g}-\frac{1}{2}t'=\frac{24.5}{9.8}-\frac{0.5}{2}=2.25\ (\text{秒})$$

代入（2）式得

$$y_2=24.5\times2.25-\frac{1}{2}\times9.8\times(2.25)^2=30.3\ (\text{米})$$

第三章　牛顿运动定律

3—1　质量为7.8克的子弹，以200米/秒的速率射入固定的木块。设木块对子弹的平均阻力为5400牛顿，子弹在木块中的运动是匀变速运动。求子弹射入木块的深度。

已知：$m=7.8$克$=7.8\times10^{-3}$千克，

$v_0=200$米/秒，$v=0$，

$F=5400$牛顿

求：x

解：研究对象：子弹

受力分析：重力**P**

木块托力**N**

木块阻力**F**

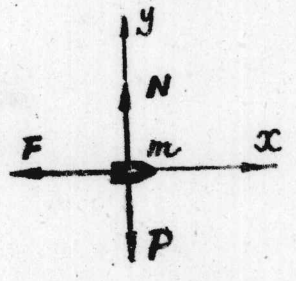
x 方向：$\begin{cases} -F=ma \\ 2ax=v^2-v_0^2 \end{cases}$

得　$$-\frac{F}{m}=a=\frac{v^2-v_0^2}{2x}$$

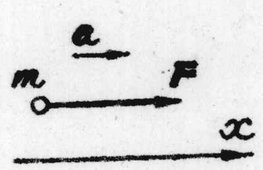
$$\therefore\quad x=\frac{v^2-v_0^2}{-2F}m$$

$$=\frac{0-(200)^2}{-2\times5400}\times7.8\times10^{-3}=2.89\times10^{-2}\text{（米）}$$

$$=2.89\text{（厘米）}$$



题3—1　受力图



题3—2　受力图

3—2　在习题2—10中，求电子在两极间运动时受的力有多大？设电子在两极间作匀变速运动。

已知：$v_0=0$，$v=2.3\times10^7$米/秒，

$d=5$毫米$=5\times10^{-3}$米，

$m=9.11\times10^{-31}$千克

求：**F**

解：研究对象：电子

受力分析：电力F

重力P　略去不计

$$F=ma=m\cdot\frac{v^2-v_0^2}{2d}$$

$$=9.11\times10^{-31}\times\frac{(2.3\times10^7)^2}{2\times5\times10^{-3}}=4.82\times10^{-14}\ (\text{牛顿})$$

3—3　一穿冰鞋的滑冰者，当他两足不用力后，在水平的冰面上滑行了20秒钟才仃止。如果运动是匀减速的，问滑冰者的初速度多大？设冰鞋与冰面的摩擦系数为0.02。

已知：$t=20$秒，$v=0$，$\mu=0.02$

求：v_0

解：研究对象：人

受力分析：　重力P

地面托力N

地面摩擦力F_r

y 方向：　$N-P=ma_y=0$

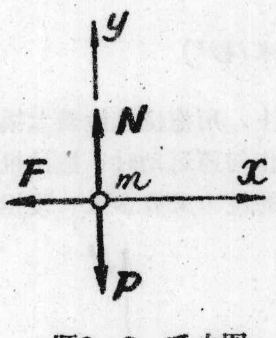
x 方向：　$-F_r=ma_x=ma$

$$F_r=\mu N$$

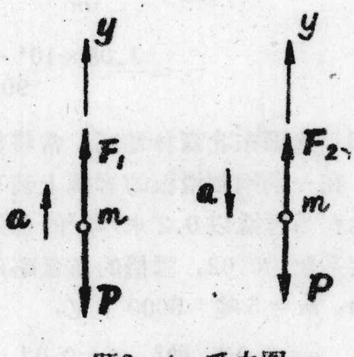
$$\therefore\quad -\mu N=-\mu P=ma=m\frac{v-v_0}{t}$$

得　$$v_0=\frac{\mu Pt}{m}+v=\mu gt$$

$$=0.02\times9.8\times20=3.92\ (\text{米/秒})$$



题3—3　受力图



题3—4　受力图

3—4　一行车用钢絲绳吊起质量为550千克的机器部件。求在下列两种情况下，钢絲绳所受的拉力：(1) 部件以0.49米/秒²的加速度上升；(2) 部件以0.49米/秒²的加速度下降。

已知：$m=550$千克　$a=0.49$米/秒²

求：　F_1'、F_2'

解：　研究对象：部件