

解 析 幾 何

敘

解析幾何學。英文原字爲 Analytic Geometry。蓋幾何學之一分科。而學微分積分所必經之階級也。此學創於法蘭西人狄斯愷特。(Descartes) 其法以二坐標 (Coördinates) 爲主。而一切幾何學上之理。悉以代數學之解析法馭之。在歐洲各國。早已成爲專門學科。其間著名學者。德有敖士。(Gauss) 樸魯客。(Plucker) 黎曼。(Riemann) 赫塞。(Hesse) 喀萊。(Klein) 法有達博。(Darboux) 哈爾飛。(Halphen) 英有奈端。(Newton) 硜雷。(Caylay) 凱威斯達。(Cylvester) 等。而近日英文書中。尤以英人查理斯密。(Charles Smith) 及美人溫特渥斯。(Wentworth) 所著書爲最善。丁未春。余既譯斯密氏書。而以它事遷延。遲遲未脫藁。又患病數月。不能操作。然以敦促者之迫。將力疾二三月。足成之已。鄭君家斌。商部高等實業學堂高材生也。是年伏臘節前一日。以所譯溫特渥斯氏書。謀刻於科學會編譯部。會余居海上。執閱藁

中華民國二十八年春 鄭家斌

完

1940年

之役。尋繹浹旬。視其條目。察其順序。實較斯密氏書便於初學。而鄭君譯筆。亦極精細。惟所譯學語。與科學會前此所譯各書。稍有出入。因復請於鄭君。許由鄙人更改。乃費匝月力。爲之校閱一過。且將所譯學語。移爲一律。付諸梓人。是書之刻。殆斯學漢文本之嚆矢與。而余所譯斯密氏本。亦可割棄已。

戊申正月

連江 陳 文

識 於 海 上

例 言

- 一本書爲美國大數學家溫特渥斯所著。乃美國教授高等學生用書。特精心翻譯。以備我國高等學堂之用。
- 一本書平面部爲章九。爲節一百四十。立體部爲章四。爲節四十。由淺入深。體例井然。
- 一本書習問共有九百四十餘題。每設一問。新理層出。且每章必標以總習題。溫故知新。用意尤善。
- 一本書行文悉仿西式。誠以數學一科。立式引例。均以橫行爲便。故本書從之。
- 一所用學語。悉依科學會譯例。與科學會前此所譯各書一律。
- 一數目與代量之字。均照原本。取其字畫簡便也。

一學習本書。必於算術，代數，幾何，三角，諸學。均已習過。方能領會。

一本書斟酌再四。諒無大謬可指。然千慮不無一失。苟海內大雅。匡其未逮。爲譯者所厚望。

譯 者 識

解析幾何學目次

平 面 部

第 一 章

軌跡及其方程式

節		頁
1.	象限	1
2.	代數號	2
3.	坐標之諸軸	3
4.	坐標之直線法	4
5.	角之弧度	5
6—7.	二點間之距離	6
8—9.	線之分段	8
10—12.	常數與變數	12
13—20.	方程式之軌跡	14
21.	定義	23
22.	曲線之截線	24
23.	二曲線之交點	24
24.	曲線經過原點	25
25.	方程式無常數項	25
26.	直線與平圓之作法	27
27—30.	方程式之軌跡作法	27
31.	曲線之方程式	34
	總問	36

第 二 章

直 線

節	頁
32. 紀法.....	40
33—35. 直線之方程式.....	41
36. 直線之配合方程式.....	43
37. 直線之法線方程式.....	44
38—39. 一次之總方程式.....	48
40. 一次之軌跡.....	49
41. 二線所成之角.....	51
42. 平行線與垂線之方程式.....	52
43. 直線與一線成所設角之方程式.....	53
44—45. 由一點至一線之距離.....	58
46. 三角形之面積.....	62
總問.....	65

第 三 章

平 圓

節	頁
47—48. 平圓之方程式.....	70
49. 方程代平圓之狀.....	71
50. 點在平圓之外或上或內等狀.....	72
51. 切線法線次切線次法線.....	76
52. $x^2 + y^2 = r^2$ 平圓之切線方程式.....	78
53. 過 (x_1, y_1) 點之法線方程式.....	79

54.	$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 平圓之切線及法線之方程式.....	79
55.	直線與平圓相切之狀	80
	總問.....	85

第 四 章

坐 標 各 法

節		頁
56—58.	直線法與斜交法	90
59.	極距法	93
60.	平圓之極方程式	95
61.	坐標之變形	97
62.	新二軸與舊二軸平行	98
63.	由一直交軸變爲他直交軸	99
64.	由一直交軸變爲他直交軸並變其原點.....	100
65.	由直交軸變爲斜交軸	100
66.	由直交坐標變爲極坐標.....	101
67.	由極坐標變爲直交坐標.....	102
68.	二軸交換方程式之次數不改.....	103
	總問.....	105

第 五 章

拋 物 線

節		頁
69.	拋物線之本性.....	108
70.	拋物線之作法.....	109
71.	拋物線之原方程式.....	110

72.	拋物線依軸對稱	111
73.	點在拋物線之外或上或內等狀	111
74.	首通徑爲任何橫坐標與相當縱坐標連比例之末率	112
75.	二點之縱坐標之平方如其橫坐標	112
76.	直線遇拋物線之點	112
77.	切線及法線之方程式	115
78.	次切線及次法線	116
79.	切線與軸及通半徑成相等角	117
	總問	120

第 六 章

橢 圓

節		頁
80.	橢圓之本性	124
81.	橢圓之作法	124
82.	長軸與短軸	126
83.	橢圓之方程式	126
84.	依曲線方程式求其形狀	128
85.	設中長短軸變化求橢圓形狀之變化	129
86.	任何二縱坐標平方之比	129
87.	點在橢圓之外或上或內等狀	130
88.	方程式代橢圓之形狀	130
89.	首通徑爲長軸與短軸連比例之末率	131
90.	輔助圓	131
91.	橢圓與輔助圓之縱坐標之比	132
92.	準 § 91 之橢圓作法	133
93.	橢圓之面積	134

94.	切線及法線之方程式	138
95.	次切線及次法線	139
96.	諸橢圓有公長軸之切線	139
97.	法線平分二通半徑間之角	140
98.	由橢圓上一點作切線與法線之法	141
99.	本線坡之切線方程式	141
100.	橢圓之準圓	142
	總問	145

第 七 章

雙 曲 線

節		頁
101.	雙曲線之本性	148
102.	雙曲線之作法	148
103.	中心橫軸頂點	150
104.	雙曲線之方程式	152
105.	雙曲線之性質	152
106.	等邊雙曲線	153
107.	相屬雙曲線	154
108.	過中心遇曲線於二點之直線	154
109.	漸近線	155
110.	切線之方程式	157
111.	法線之方程式	157
112.	次切線次法線	157
113.	直線爲切線之狀	157
114.	準圓之方程式	157
115.	切線及法線平分二通半徑間之角	158
	總問	159

第 八 章

二 次 之 軌 跡

節		頁
116.	二次總方程式.....	161
117.	該方程式代二直線之狀.....	161
118.	有中心及無中心曲線.....	162
119.	有中心軌跡之總方程式.....	163
120.	改該方程式爲已知之式.....	165
121.	$Px^2 + Qy^2 = R$ 之軌跡之自然性.....	167
122.	$\Delta = 0$ 與 $\Sigma = 0$ 之方程式之軌跡.....	169
123.	Δ 不爲 0. 與 $\Sigma = 0$ 之方程式之軌跡.....	170
124.	總結前理.....	174
125.	例題.....	174
126.	圓錐線之定義.....	180
127.	圓錐線之方程式.....	180
	總問.....	182

第 九 章

高 等 平 曲 線

節		頁
128.	高等平曲線.....	184
129.	戴奧哥盧之曲線.....	185
130.	尼哥米德之曲線.....	187
131.	白奴利之曲線.....	190
132.	泥尼西之曲線.....	193

133—134. 擺線.....	194
135. 螺線.....	200
136. 亞基默德之螺線.....	201
137. 雙曲線螺線.....	202
138. 歷寶螺線.....	204
139. 對數線螺線.....	204
140. 拋物線螺線.....	205

元 體 部

第 一 章

空 間 之 點

節	頁
141. 定義.....	207
142. 點之帶徑.....	210
143—144. 方向角與方向餘弦.....	210
145—147. 直線上之射影.....	211
148. 二直線間之角.....	214
149. 二點間之距離.....	215
150. 極坐標.....	216
151. 平面上之射影.....	218
習題.....	219

第 二 章

空 間 之 平 面

節	頁
152—153. 平面之法線式.....	221

154.	平面之配合式.....	224
155.	二平面間之角.....	225
156.	自一點至一平面之距離.....	226
	習題.....	227

第三章

空間之直線

節		頁
157.	直線之方程式.....	230
158—159.	直線之配合式.....	232
160.	二直線間之角.....	234
161.	直線至平面之斜度.....	235
	習題.....	236

第四章

旋轉曲面

節		頁
162.	含 x, y, z 之一方程式代一曲面.....	239
163.	曲面踪線.....	242
164.	定義.....	242
165.	旋轉曲面之總方程式.....	242
166.	旋轉拋物面.....	243
167.	旋轉橢圓面.....	245
168.	旋轉雙曲面.....	248
169.	曲面之中心.....	250
170.	旋轉圓錐面.....	251
171.	圓錐剖面.....	253

習題.....	256
172—173. 坐標變換法	257
174—175. 三變數二次式之軌跡	259
176—180. 有中心曲面	261
181. 無中心曲面	265
平面部答題	267
立體部答題	297

解析幾何學

平面部

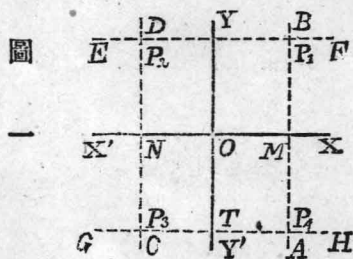
第一章

軌跡及其方程式

坐標之直線法

(Rectilinear system of Coördinates).

1. 取 XX' 與 YY' (圖一) 爲二定直線直交於 O 點。則此二線分平面爲四部分。其一部分各名之曰象限。(Quadrants) 其在 OX 與 OY 間者爲



第一象限。其在 OY 與 OX' 間者爲第二象限。其在 OX' 與 OY' 間者爲第三象限。其在 OY' 與 OX 間者爲第四象限。

如所設點之位置距 YY' 爲 3 單位。距 XX' 爲 4 單位。且所測之距離。各與定直線平行。即知每象限各有一點。於各象限自 YY' 距 3 單位作一線。與 YY' 平行。再自 XX' 距 4 單位作一線與 XX' 平行。因得交點 P_1, P_2, P_3, P_4 爲各點之位置。

2. 欲分 P_1, P_2, P_3, P_4 四點之方位置。使不混淆。則有一例。曰。方向相反者必記以異號。準三角法。距離自 YY' 向右測者爲正。向左者爲負。距離自 XX' 向上者爲正。向下者爲負。

則 P_1 點之位置。記以 $+3, +4$ 。

P_2 點之位置。記以 $-3, +4$ 。

P_3 點之位置。記以 $-3, -4$ 。

P_4 點之位置。記以 $+3, -4$ 。

3. XX' 與 YY' 二定直線。謂之坐標之軸。(Axes of Coördinates) XX' 名爲橫軸。(Axis of Abscissas) 或 X 軸。 YY' 名爲縱軸。(Axis of Ordinates) 或 Y 軸。交點 O 名爲原點。(Origin)。

前節所論定點位置之二距離。謂之該點之

坐標。(Coördinates) 點之距離向 YY' 者，謂之該點之橫坐標。(Abscissa) 其距離向 XX' 者，謂之該點之縱坐標。(Ordinates).

橫坐標恒代以 x ，縱坐標恒代以 y 。凡點，俱將其坐標之值書於括號內。而橫坐標之值恒書於前。

如 P_1 (圖一) 即為 $(3, 4)$ 點。 P_2 為 $(-3, 4)$ 點。 P_3 為 $(-3, -4)$ 點。 P_4 為 $(3, -4)$ 點。約言之。點之坐標為 x 與 y 即為 (x, y) 點。

4. 依此法定點之位置于平面上。是謂坐標之直線法而坐標所謂直交或斜交者。因坐標如軸之有直交角與斜交角也。本書之首三章。均用直交坐標。

習 題 一

1. 問原點之坐標為何。
2. 設 a 與 b 為定長度。問以下各點所在之象限為何。
 $(-a, -b), (-a, b), (a, b), (a, -b)$.
3. 設點之 (i) 橫坐標為正, (ii) 為負; (iii) 縱坐標為正, (iv) 為負, 問各點在何象限。